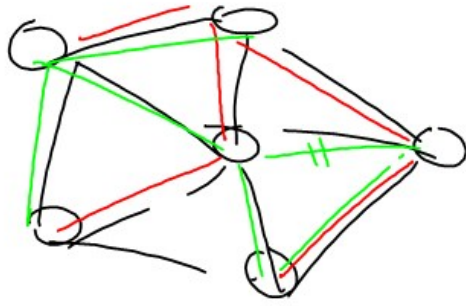


## 25/5/2011 | Μικτός Ακέραιος Προγραμματισμός

Καποιες μεταβλητές περιορίζονται σε ακέραιες τιμές



Γενικό Πρόβλημα Μ.Α.Π. σε ΚΜ

$$z = \max c'x + h'y \quad A_{m \times n}$$

$$Ax + Gy = b \quad G_{m \times p}$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad c \in \mathbb{R}^n, h \in \mathbb{R}^p, b \in \mathbb{R}^m$$

$$x \in \mathbb{Z}^n \quad x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^p$$

Ειδικές Περιπτώσεις

①  $n=0 \Rightarrow \text{ΠΠΠ}$

②  $p=0 \Rightarrow \text{Πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού}$

ΚΜ γενική?

$(x_i \in \mathbb{Z})$

$2x_1 + 4x_2 \leq 15 \Leftrightarrow 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 15 \checkmark$   $x_3 \in \mathbb{Z}$

$\frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{8}x_2 \leq \frac{19}{43} \Leftrightarrow (2, 5, 43) \checkmark$

$\sqrt{2}x_1 + x_2 \leq 7 (?)$

③  $z = \max c'x \quad \text{Πρόβλημα 0-1 προγραμ.}$   
 $Ax = b$

$x_j \in \{0, 1\}, j=1, \dots, n \quad x \in \mathbb{B}^n$

$x_j \in \{0, 1\}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_j \geq 0 \\ x_j \leq 1 \end{cases}$

$x_j \in \mathbb{Z}$

$B = \{0, 1\}$

Εφαρμογές 0-1 προγρ.

$x_j \in \{0, 1\} \rightarrow \text{μοντελοποίηση δικοτομικών αποφάσεων (ναι/οχι)}$

$\{0-1\} \subseteq \{\text{ΠΑΠ}\}$

## Εφαρμογές 0-1 προγραμματισμού

η δυνατές επιλογές

$$x_j = 1 \text{ (ενεργοποιείται η επιλογή } j \text{)}$$

Παρατηρήσεις:

$$\textcircled{1} \sum_{j=1}^n x_j = \text{αριθμός των "ναι"}$$

$$\textcircled{2} x_i \leq x_j \text{ η } i \text{ επιτρέπεται μόνο αν ενεργοποιηθεί η } j$$

$$\textcircled{3} \text{Κόστος} = c_j \text{ για την επιλογή } j$$

$$\text{Συνολικό κόστος} = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\textcircled{4} \text{Κόστος } c_j \text{ για την επιλογή } j$$

Αν οι  $i$  και  $j$  επιλεγούν και οι δύο υπάρχει επιπλέον κόστος  $c_{ij}$

$$\text{Επιπλέον κόστος} = c_{ij} x_i x_j \text{ (μη γραμμική έκφραση)}$$

$$c_{ij} (x_i + x_j - 1)$$

$$\text{Έστω } x_{ij} = 1 \text{ (και οι δύο)}$$

$$\text{κόστος } c_i x_i + c_j x_j + c_{ij} x_{ij}$$

$$(1) x_{ij} \leq x_i$$

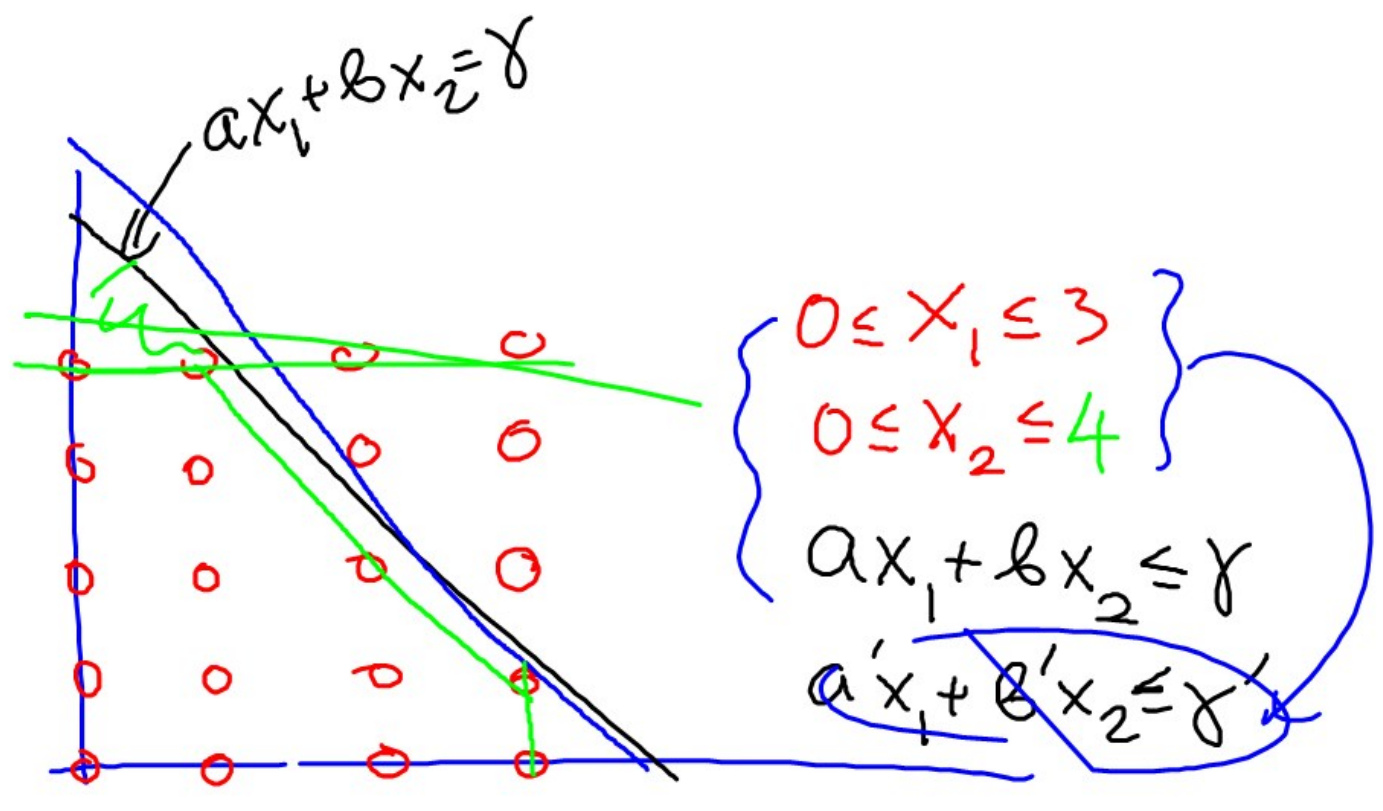
$$(2) x_{ij} \leq x_j$$

$$(3) x_{ij} \geq x_i + x_j - 1$$

$$x_i, x_j, x_{ij} \in \{0, 1\}$$

$$\text{(εναλλακτικά)} \\ 2x_{ij} \geq x_i + x_j \\ \text{(3')}$$





o o o  
 o o o  
 o o o

