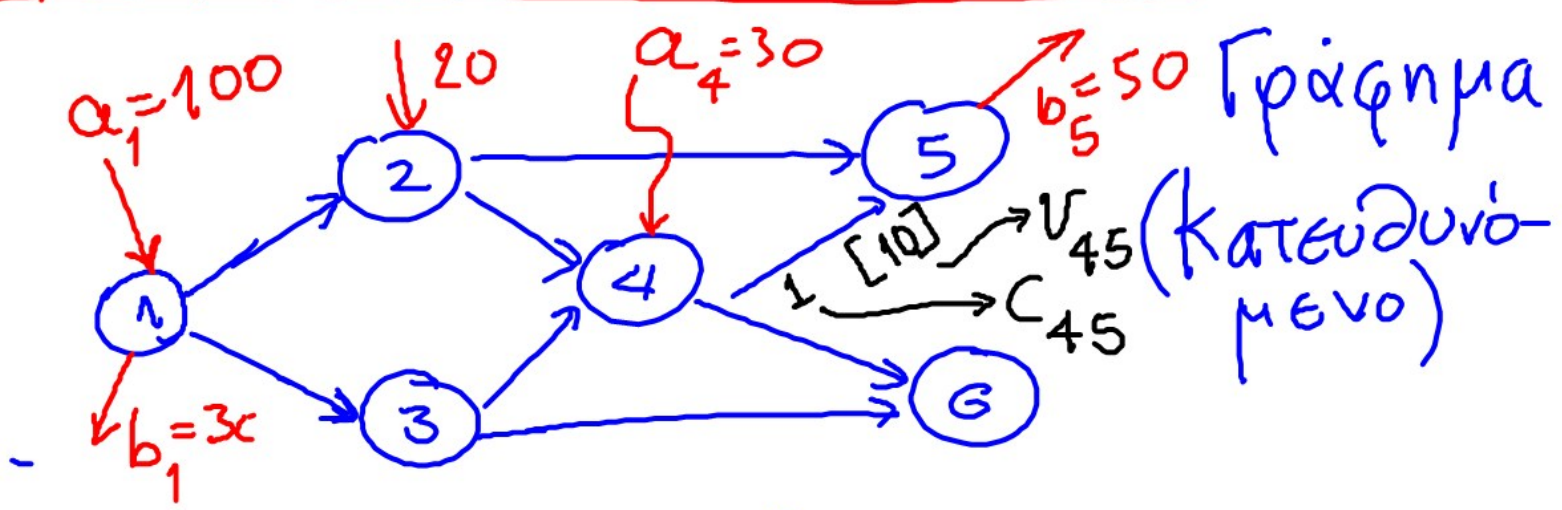


Προβλήματα Ροής σε Δίκτυα



Γράφημα = (V, E)

$V =$ σύνολο κόμβων ($|V| < \infty$) $V = \{1, 2, \dots, 6\}$

$E =$ " ακμών $\subseteq V \times V$

Ακμή = $(i, j) \Leftrightarrow i \rightarrow j$

$\forall i \in V$ $a_i =$ εισερχόμενη ποσότητα
 $b_i =$ εξερχόμενη "

$\forall (i, j) \in E$ $c_{ij} =$ κόστος μεταφ/μονάδα
 $U_{ij} =$ χωρητικότητα ακμής

Πρόβλημα Διαμετακομίδης

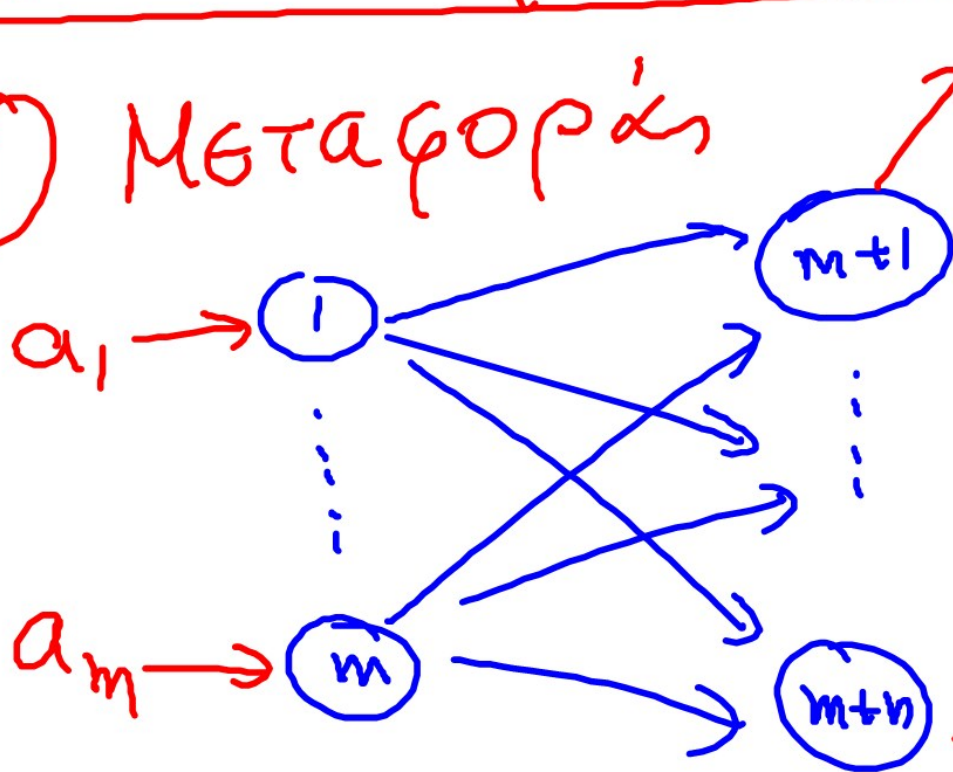
Μεταβλητές $x_{ij} \forall (i, j) \in E$

$\min \sum_{(i, j) \in E} c_{ij} x_{ij}$
 u.n. $x_{ij} \leq U_{ij} \forall (i, j) \in E$

$a_i + \sum_{\substack{j \in V: \\ (j, i) \in E}} x_{ji} \geq b_i + \sum_{\substack{j \in V: \\ (i, j) \in E}} x_{ij} \quad \forall i \in V$
 $x_{ij} \geq 0$

Ειδικές Περίπτώσεις

① Μεταφορές



$$V = V_1 \cup V_2$$

$$V_1 = \{1, \dots, m\}$$

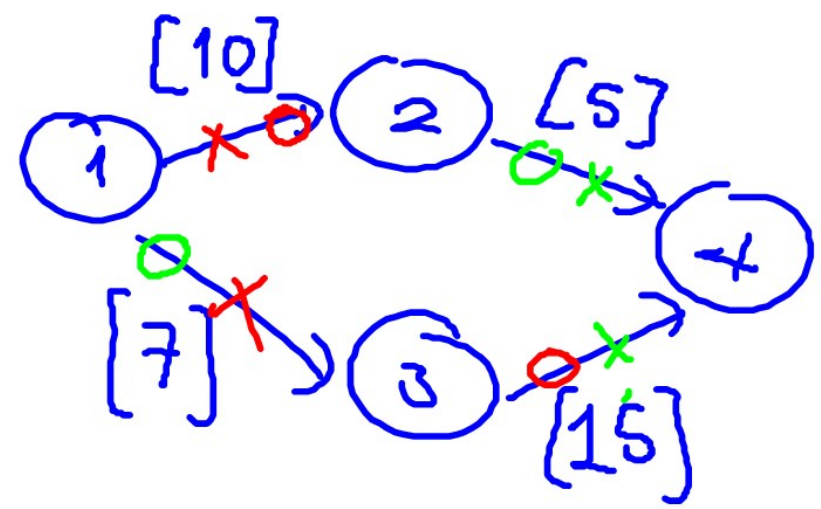
$$V_2 = \{m+1, \dots, m+n\}$$

$$E = V_1 \times V_2$$

$c_{ij} = \infty$

② Πρόβλημα μέγιστης ροής (max-flow problem)

$c_{ij} = 0 \forall (i,j)$



Ερωτήματα

- ① Μέγιστη ποσότητα που μπορεί να σταθεί $1 \rightarrow 4$

Ελάχιστη τρέψη

Προβλήματα Προγραμματισμού Βάρδιας

Παράδειγμα Υπηρεσία λειτουργεί
7 μέρες/εβδ.

a_t = απαιτήσεις σε προσωπικό ημέρα t
 $t=1, \dots, 7$

<u>Βάρδια</u>	{	Δε - Πα	x_1	κόστος c_j / εργαζόμενος
		Τε - Σα	x_2	
		Τε - Κυ	x_3	
		Πε - Δε	x_4	
		Πα - Τε	x_5	
		Σα - Τε	x_6	
		Κυ - Πε	x_7	
				c_1 c_2 ⋮ c_7

Μοντέλο Πηη

x_j = αρ. απασχολούμενων στη βάρδια j

$$\min \sum_{j=1}^7 c_j x_j$$

$$(Δε) \quad x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq a_1$$

$$(Τε) \quad x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \geq a_2$$

$$(Κυ) \quad \vdots$$

Γενικά m - time slots
 n - βάρδιες

a_t = απαιτήσεις του slot t , $t=1, \dots, m$

c_j = κόστος/εργαζ. βάρδια j

$\delta_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{αν εργαζ. βάρδια } j \text{ εργάζονται κατά} \\ & \text{την περίοδο } t \end{cases}$
0, διαφορετικά

$$\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n \delta_{jt} x_j \geq a_t \quad \forall t=1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j$$