

Μαθηματικά Μοντέλα Ανταγωνισμού και Συνεργασίας σε Εφοδιαστικές Αλυσίδες

Απόστολος Μπουρνέτας
Τμήμα Μαθηματικών – ΕΚΠΑ

Θερινό Σχολείο
Μαθηματικά της Αγοράς και της
Παραγωγής

- ▶ <http://eclass.uoa.gr>
 - Κατάλογος Μαθημάτων
 - Τμήμα Μαθηματικών
 - Τομέας Στατιστικής
 - Εφοδιαστικές Αλυσίδες - ΜΑΠ

Εισαγωγή

- ▶ Δύο «διαφορετικά» προβλήματα
- ▶ Τι σχέση έχουν μεταξύ τους;

Πρόβλημα 1 – Αποτίμηση Παραγώγων

- ▶ Έστω ένα δικαίωμα αγοράς (call option) πάνω σε μια μετοχή
- ▶ Υποθέσεις μοντέλου Black-Scholes
- ▶ Μια από αυτές είναι ότι η αγοραπωλησία των δικαιωμάτων δεν επηρεάζει την τιμή της μετοχής
- ▶ Τι γίνεται όταν την επηρεάζει;

Πρόβλημα 2: Αντιμετώπιση αβεβαιότητας σε παραγγελίες ειδών μόδας

- ▶ Παραγγελίες τον Ιούλιο για την επόμενη άνοιξη
- ▶ Αβεβαιότητα ως προς τη ζήτηση
- ▶ Πώς μπορεί να αντιμετωπιστεί;
- ▶ Πρόταση: Με **call options**
- ▶ Η εισαγωγή τους επηρεάζει την τιμή του προϊόντος

Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Supply Chain Management)

- ▶ Συνολική αντιμετώπιση των προβλημάτων που υπεισέρχονται στην παραγωγή, διακίνηση και πώληση προϊόντων και υπηρεσιών
- ▶ Logistics, Outsourcing, Διαχείριση Προμηθειών/Πρώτων Υλών, Οργάνωση Παραγωγής/Αποθεμάτων

Διαχείριση Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Supply Chain Management)

- ▶ Ανάλυση του ανταγωνισμού ή/και της συνεργασίας μεταξύ των διαφόρων φορέων της παραγωγικής διαδικασίας
- ▶ Φορείς: Προμηθευτές, Παραγωγοί, Χονδρέμποροι, Λιανοπωλητές
- ▶ Συνήθως αντικρουόμενα συμφέροντα
- ▶ Ο καθένας λύνει το δικό του πρόβλημα βελτιστοποίησης
- ▶ Θεωρία Παιγνίων

Μοντέλα Ανταγωνισμού και Συνεργασίας

- ▶ Σ' αυτό το μάθημα θα επικεντρωθούμε στο δεύτερο σκέλος της διαχείρισης εφοδιαστικών αλυσίδων
- ▶ Ανταγωνισμός ή Συνεργασία;
- ▶ Ποιον συμφέρει η συνεργασία;
- ▶ Πότε είναι εφικτή;
- ▶ Αν δεν είναι, πόσο «κακό» είναι αυτό για την αλυσίδα;

Πρώτο Παράδειγμα

- ▶ Αλυσίδα Παραγωγού – Λιανοπωλητή
- ▶ Ο παραγωγός παράγει ένα προϊόν με κόστος c /μονάδα
- ▶ Το πωλεί στον λιανοπωλητή σε τιμή χονδρικής w /μονάδα
- ▶ Ο λιανοπωλητής πωλεί σε τιμή r
- ▶ Συνάρτηση ζήτησης
 $q=D(r)=\max(A-kr, 0)$

Ερώτημα

- ▶ Έστω ότι ο παραγωγός ανακοινώνει την τιμή w και μετά ο λιανοπωλητής αποφασίζει την τιμή r (και επομένως και την ποσότητα που θα παραγγείλει)
- ▶ Αν ο καθένας μεγιστοποιεί τα δικά του κέρδη, ποια θα είναι η βέλτιστη πολιτική;
- ▶ Παιχνίδι μεταξύ των δύο
- ▶ Ζητάμε το σημείο στρατηγικής ισορροπίας

Βέλτιστη Απόκριση Λιανοπωλητή

- ▶ Έστω ότι η τιμή χονδρικής είναι w
- ▶ Η συνάρτηση κέρδους του λιανοπωλητή είναι

$$\pi_r(r; w) = (r - w)D(r) = (r - w)(A - kr), \quad w \leq r \leq A/k$$

- ▶ Κοίλη συνάρτηση του r
- ▶ Μεγιστοποιείται για $r = r^*(w) = \frac{1}{2} \left(w + \frac{A}{k} \right)$
- ▶ Ποσότητα παραγγελίας

$$Q(w) = D(r^*(w)) = A - kr^*(w) = \frac{A - kw}{2}, \quad 0 \leq w \leq \frac{A}{k}$$

Πολιτική του Παραγωγού

- ▶ Η ποσότητα παραγγελίας

$$Q(w) = D(r^*(w)) = A - kr^*(w) = \frac{A - kw}{2}, \quad 0 \leq w \leq \frac{A}{k}$$

παίζει το ρόλο της συνάρτησης ζήτησης για τον παραγωγό

- ▶ Η συνάρτηση κέρδους του παραγωγού

$$\pi_s(w) = (w - c)Q^*(w) = (w - c) \frac{A - kw}{2}, \quad c \leq w \leq A/k$$

Πολιτική του Παραγωγού

- ▶ Αντίστοιχο πρόβλημα μ'αυτό του λιανοπωλητή

- ▶ Βέλτιστη τιμή $w^* = \frac{1}{2} \left(c + \frac{A}{k} \right)$

Σημείο Στρατηγικής Ισορροπίας

- ▶ Αντικαθιστώντας την τιμή του w^* βρίσκουμε

$$w^* = \frac{1}{2} \left(c + \frac{A}{k} \right) = c + \frac{A - ck}{2k}$$

$$r^* = r^*(w^*) = \frac{1}{2} \left(w^* + \frac{A}{k} \right) = \frac{1}{4}c + \frac{3}{4} \frac{A}{k} = w^* + \frac{A - kw^*}{2k}$$

$$Q^* = Q(w^*) = \frac{A - kw^*}{2} = \frac{A - kc}{4}$$

Κέρδη των δύο πλευρών

$$\pi_R^* = \pi_R(r^*; w^*) = \frac{(A - kc)^2}{16k}$$

$$\pi_S^* = \pi_S(w^*) = \frac{(A - kc)^2}{8k}$$

$$\pi_R^* + \pi_S^* = \frac{3(A - kc)^2}{16k}$$

Συνεργασία

- Έστω ότι οι δύο πλευρές (παραγωγός και λιανοπωλητής) αποτελούν μία εταιρεία και συνεργάζονται. Επομένως παίρνουν τις αποφάσεις r, w ώστε να μεγιστοποιήσουν το συνολικό τους κέρδος

$$\pi_T(r, w) = \pi_R(r, w) + \pi_S(r, w) = (r - w)D(r) + (w - c)D(r)$$

Συνεργασία

- ▶ Παρατηρούμε ότι το συνολικό κέρδος

$$\pi_T(r, w) = (r - c)D(r)$$

είναι ανεξάρτητο του w (εσωτερική πληρωμή – transfer payment)

- ▶ Ισοδύναμο πρόβλημα: ο παραγωγός πωλεί το προϊόν απευθείας στην αγορά καταργώντας το λιανοπωλητή

Βέλτιστη λύση συνεργασίας

- ▶ Το συνολικό κέρδος μεγιστοποιείται με

$$r = r^0 = \frac{1}{2} \left(c + \frac{A}{k} \right)$$

- ▶ Η ποσότητα που πωλείται είναι

$$Q = Q^0 = D(r^0) = \frac{A - kc}{2}$$

- ▶ Το βέλτιστο συνολικό κέρδος

$$\pi_T^0 = \pi_T(r^0, w^0) = \frac{(A - kc)^2}{4k}$$

Σύγκριση Ανταγωνισμού- Συνεργασίας

	Ανταγωνισμός	Συνεργασία
Λιανική Τιμή	$r^* = \frac{1}{4}c + \frac{3}{4}\frac{A}{k}$	$r^0 = \frac{1}{2}\left(c + \frac{A}{k}\right)$
Πωλούμενη Ποσότητα	$Q^* = \frac{A - kc}{4}$	$Q^0 = \frac{A - kc}{2}$
Συνολικό Κέρδος	$\pi_R^* + \pi_S^* = \frac{3(A - kc)^2}{16k}$	$\pi_T^0 = \frac{(A - kc)^2}{4k}$

Σύγκριση Ανταγωνισμού- Συνεργασίας

- ▶ Κάτω από συνθήκες συνεργασίας
 - Η λιανική τιμή είναι μικρότερη
 - Η πωλούμενη ποσότητα είναι μεγαλύτερη
 - Το συνολικό κέρδος είναι μεγαλύτερο
- ▶ Κάτω από ανταγωνισμό
 - Ο παραγωγός και ο λιανοπωλητής θέτουν ξεχωριστά περιθώρια κέρδους ο καθένας με αποτέλεσμα να αυξάνεται η λιανική τιμή πάνω από το βέλτιστο επίπεδο και να μειώνονται τα συνολικά κέρδη (double marginalization problem)

Συντονισμός

- ▶ Ο συντονισμός επιτυγχάνεται όταν ο κάθε φορέας ακολουθεί τη δική του βέλτιστη πολιτική και ταυτόχρονα το συνολικό κέρδος είναι ίσο με αυτό της συνεργασίας
- ▶ Στο παράδειγμά μας δεν υπάρχει συντονισμός. Η απώλεια κέρδους λόγω έλλειψης συντονισμού είναι ίση με

$$\pi_T^0 - (\pi_S^* + \pi_R^*) = \frac{(A - kc)^2}{4k} - \frac{3(A - kc)^2}{16k} = \frac{(A - kc)^2}{16k}$$

Πώς μπορούμε να συντονίσουμε την αλυσίδα;

- ▶ Αν οι μόνες πολιτικές που επιτρέπονται είναι αυτές που καθορίζουν την τιμή χονδρικής και λιανικής ανά μονάδα, τότε δεν μπορεί να γίνει συντονισμός (στο παράδειγμά μας)
- ▶ Αν επιτραπούν και άλλες συνθετότερες πολιτικές τα πράγματα αλλάζουν

Πώς μπορούμε να συντονίσουμε την αλυσίδα;

- ▶ Παρατηρούμε ότι για να πετύχουμε συντονισμό πρέπει η ποσότητα που θα πωληθεί να είναι ίση με Q^0 επομένως η τιμή λιανικής ίση με $r^0 = \frac{1}{2} \left(c + \frac{A}{k} \right)$
- ▶ Επειδή ο λιανοπωλητής θα εφαρμόσει τη βέλτιστη πολιτική του για το w που θα του δοθεί, δηλαδή $r^*(w) = \frac{1}{2} \left(w + \frac{A}{k} \right)$
- ▶ Για να υπάρξει συντονισμός θα πρέπει $w=c$, δηλαδή ο παραγωγός να πωλεί στο λιανοπωλητή στην τιμή κόστους του!

Πώς μπορούμε να συντονίσουμε την αλυσίδα;

- ▶ Για να υπάρξει συντονισμός θα πρέπει $w=c$, δηλαδή ο παραγωγός να πωλεί στο λιανοπωλητή στην τιμή κόστους του, το οποίο είναι βέβαια μη βέλτιστο
- ▶ Μπορούν όμως να συμφωνήσουν να χρεώνει ο παραγωγός $w=c$ και ο λιανοπωλητής να πληρώνει ένα προσυμφωνημένο ποσό στο χονδρέμπορο, επιπλέον από το κόστος αγοράς του προϊόντος
- ▶ Franchise

Επεκτάσεις

- ▶ Ο παραγωγός ή/και ο λιανοπωλητής μπορούν να κρατούν αποθέματα για πώληση σε επόμενες περιόδους
- ▶ Λόγοι υπέρ/κατά αποθεμάτων
- ▶ Δυναμικό πρόβλημα
- ▶ Πολύ πιο πολύπλοκο

Αβεβαιότητα

- ▶ Το προηγούμενο παράδειγμα ήταν ντετερμινιστικό
- ▶ Συνήθως σε προβλήματα παραγωγής υπάρχει αβεβαιότητα
- ▶ Αβέβαια μπορεί να είναι:
 - Ζήτηση/Πωλήσεις
 - Κόστη
 - Τιμές Πρώτων Υλών/Τελικών Προϊόντων

Συνέπειες αβεβαιότητας

- ▶ Ο φορέας της αλυσίδας που έχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα συνήθως είναι πιο συντηρητικός (επιχειρηματικός κίνδυνος)
- ▶ Αυτό μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα να μη γίνονται παραγγελίες που θα μπορούσαν να αυξήσουν τα συνολικά κέρδη της αλυσίδας (έλλειψη συντονισμού)
- ▶ Η κατάσταση μπορεί να βελτιωθεί αν όλοι οι φορείς μοιραστούν μέρος του κινδύνου με κατάλληλες συμφωνίες

Παράδειγμα

- ▶ Παραγωγός-Λιανοπωλητής
- ▶ Κόστος Παραγωγού = c /μονάδα
- ▶ Τιμή Χονδρικής στο Λιανοπωλητή = w /μον
- ▶ Τιμή Λιανικής = r /μον (σταθερή)
- ▶ Ζήτηση στο λιανοπωλητή = X = τυχαία μεταβλητή με γνωστή κατανομή (π.χ. Κανονική με $\mu=100$, $\sigma=20$)
- ▶ Τι ποσότητα πρέπει να παραγγείλει ο λιανοπωλητής;

Καταμερισμός Κινδύνου

- ▶ Τι κινδύνους έχει ο λιανοπωλητής;
- ▶ Τι κινδύνους έχει ο παραγωγός;
- ▶ Πώς μπορεί ο κίνδυνος να καταμεριστεί καλύτερα;
- ▶ Θα έχει αυτό καλές επιπτώσεις στην κερδοφορία;