

# ΑΝΑΛΥΣΗ II & ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ:

## ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

→ Θα μιλήσουμε για συναρτήσεις πραγματικών μεταβλητών (πλάτος πολλών)

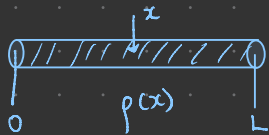
Βαθμωτές ή Διουσματικές

→ Γενικά, θα μιλήσουμε για συναρτήσεις του τύπου  $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  όπου  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  (πεδίο ορισμού της  $f$ )  
( $n \geq 1$ ) ( $m \geq 1$ )

Τύποι Συναρτήσεων

$m \setminus n$	$n = 1$	$n > 1$
$m = 1$	Βαθμωτή συνάρτηση μιας μεταβλητής [ΑΝΑΛΥΣΗ I]	Βαθμωτή συνάρτηση πολλών μεταβλητών
$m > 1$	Διουσματική συνάρτηση μιας μεταβλητής	Διουσματική συνάρτηση πολλών μεταβλητών

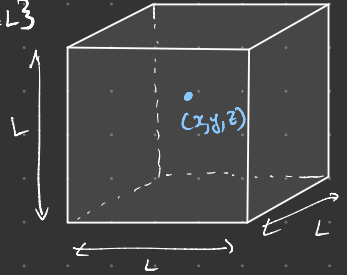
•  $n = 1, m = 1$ : Ράβδος μήκους  $L$ ,  $x =$  θέση κλο αρχή



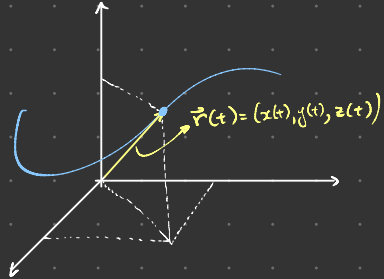
$p(x) =$  πυκνότητα της ράβδου στο σημείο  $x$

$$A = [0, L]$$

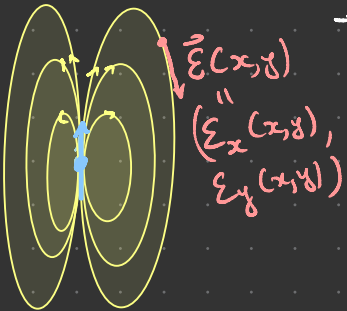
- $n > 1, m > 1$ : → Κοβινο Σωματιο ακριβς  $L \Rightarrow$  Πεδιο ορισμου  $A = [0, L]^3$   
 →  $(x, y, z)$  σημιο του Σωματιου  
 →  $T(x, y, z)$  Θ/λια στο σημιο  $(x, y, z)$   
 → Βαθμωτι συνάρτηση των μεταβλητων  
 $= \xi(x, y, z) \cdot \text{Οε} \{x, y, z\}^3$



- $n = 1, m > 1$ : → Κινηση στο  $\mathbb{R}^3$   
 → Θση (Ταχυτητα / Επιταχυνση) τη χ. στιγμή  $t$   
 →  $(x(t), y(t), z(t))$   
 → Διασποματικη συνάρτηση μιας μεταβλητης  
 Η θση ως συνάρτηση του χρόνου



- $n > 1, m > 1$ : → Η/Μ πεδιο  
 → Ηλεκτρικη (η το μαγνητικη) πεδιο  $(E_x, E_y)$   
 σε ένα σημιο  $(x, y)$  του επιπεδου  
 →  $(E_x, E_y, E_z)$   
 →  $(E_x(x, y), E_y(x, y))$   
 →  $(x, y, z)$



ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ: Γράφημα συνάρτησης

↑  
Βασμωζών

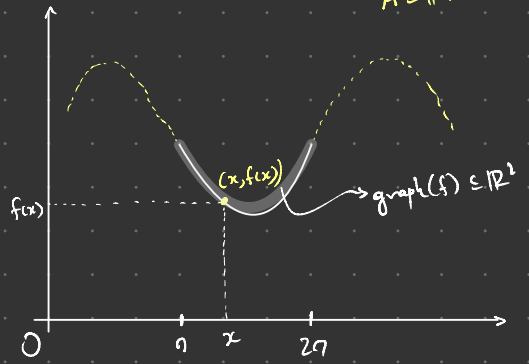
↑  
 $n=1,2,3$

Ορισμός: Έστω συνάρτηση  $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Ο γράφμα της  $f$  ορίζεται να είναι το σύνολο

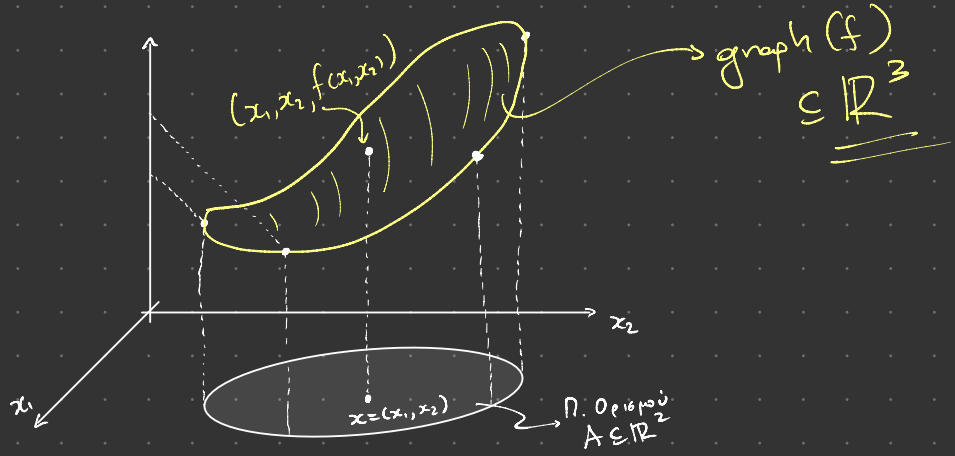
$$\begin{aligned} \text{graph}(f) &= \{ (x, h) \in \mathbb{R}^{n+1} : x \in A, h = f(x) \} \\ &= \{ (x_1, \dots, x_n, f(x_1, \dots, x_n)) : (x_1, \dots, x_n) \in A \} \end{aligned}$$

Π.χ.

①  $f(x) = 2 + \sin x, x \in [n, 2n]$   
 $A \subseteq \mathbb{R}$



② Παράμετρο δύο μεταβλητών



Α ΠΕΙΚΩΝΙΕΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΑΗΤΩΝ:  $\Sigma \nu \nu \lambda \alpha$  (επιφάνειες / γραμμές) εζάθμης // Ισοεζάθμικά εζυνολα

Βαθμωτιών

$n=1,2,3$

Ορισμός: Έστω συνάρτηση  $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Οι εζυνολα εζάθμης - ή Ισοεζάθμικά εζυνολα - της  $f$  θα καλούνται εζυνολα της μορφής

$$L_c(f) = \{ x \in A : f(x) = c \}$$

$$\{ (x_1, \dots, x_n) \in A : f(x_1, \dots, x_n) = c \} \quad \mu \epsilon \quad c \in \mathbb{R}$$

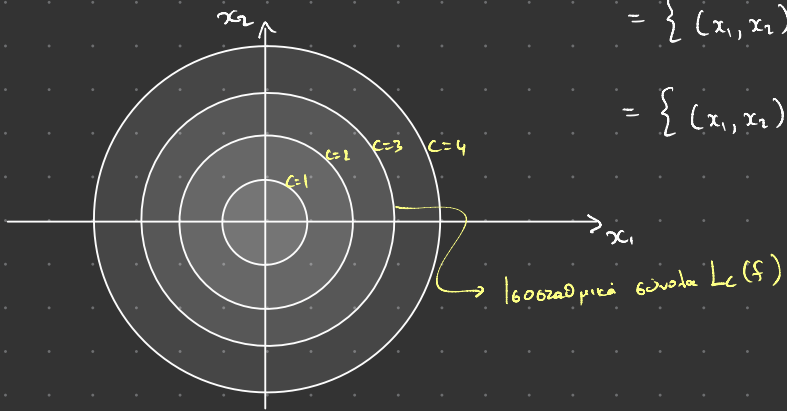
εζάθμης (level)

Π.χ. Έστω  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$ . Τότε τα εζυνολα εζάθμης της  $f$  έχουν την εξής μορφή:

$$\text{Αν } c \in \mathbb{R}, \text{ θα έχουμε } L_c(f) = \{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : f(x_1, x_2) = c \}$$

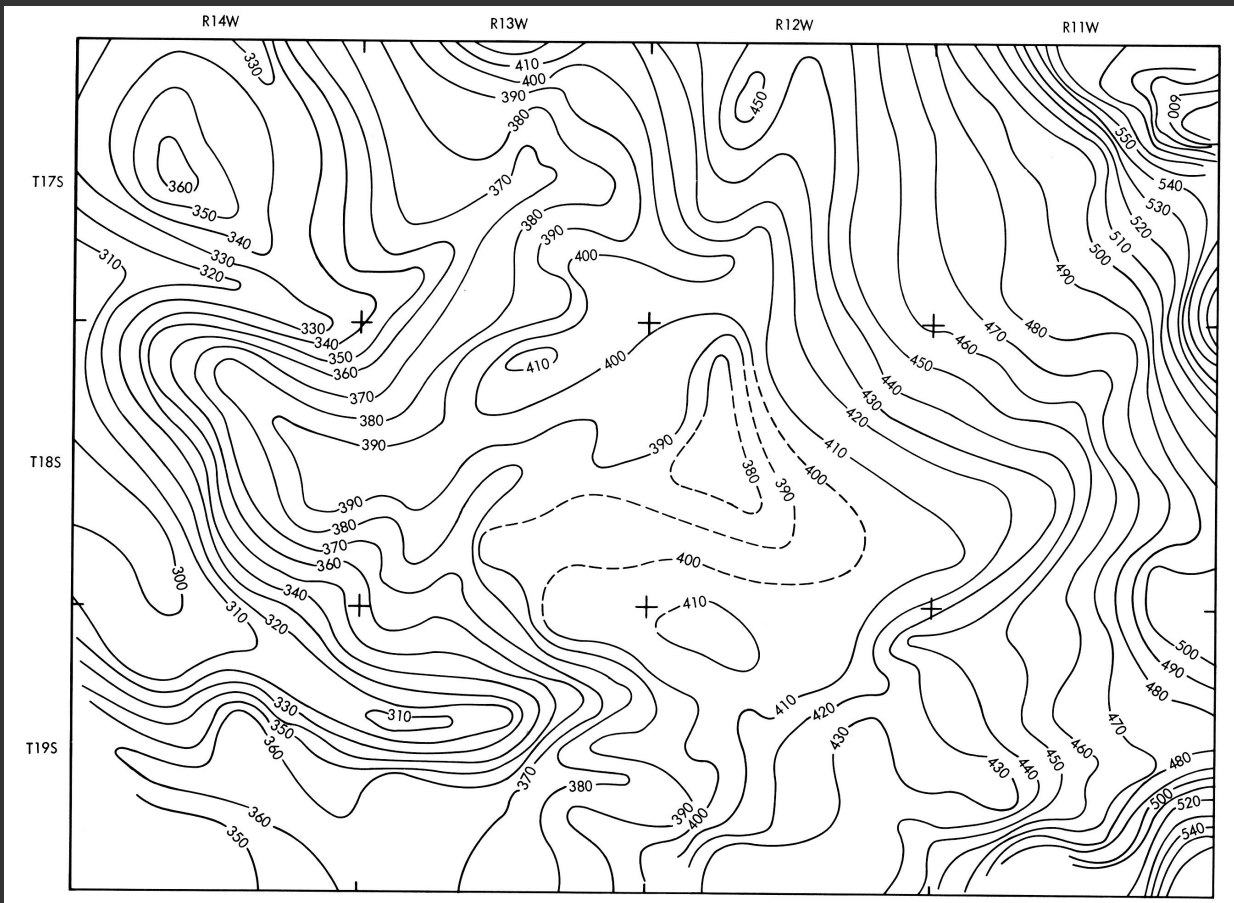
$$= \{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 = c \}$$

$$= \{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 2c \} = \begin{cases} \text{Κύκλος με κέντρο } (0,0) \text{ ε' ακτίνα } \sqrt{2c} \text{ αν } c \geq 0 \\ \emptyset \text{ αν } c < 0 \end{cases}$$



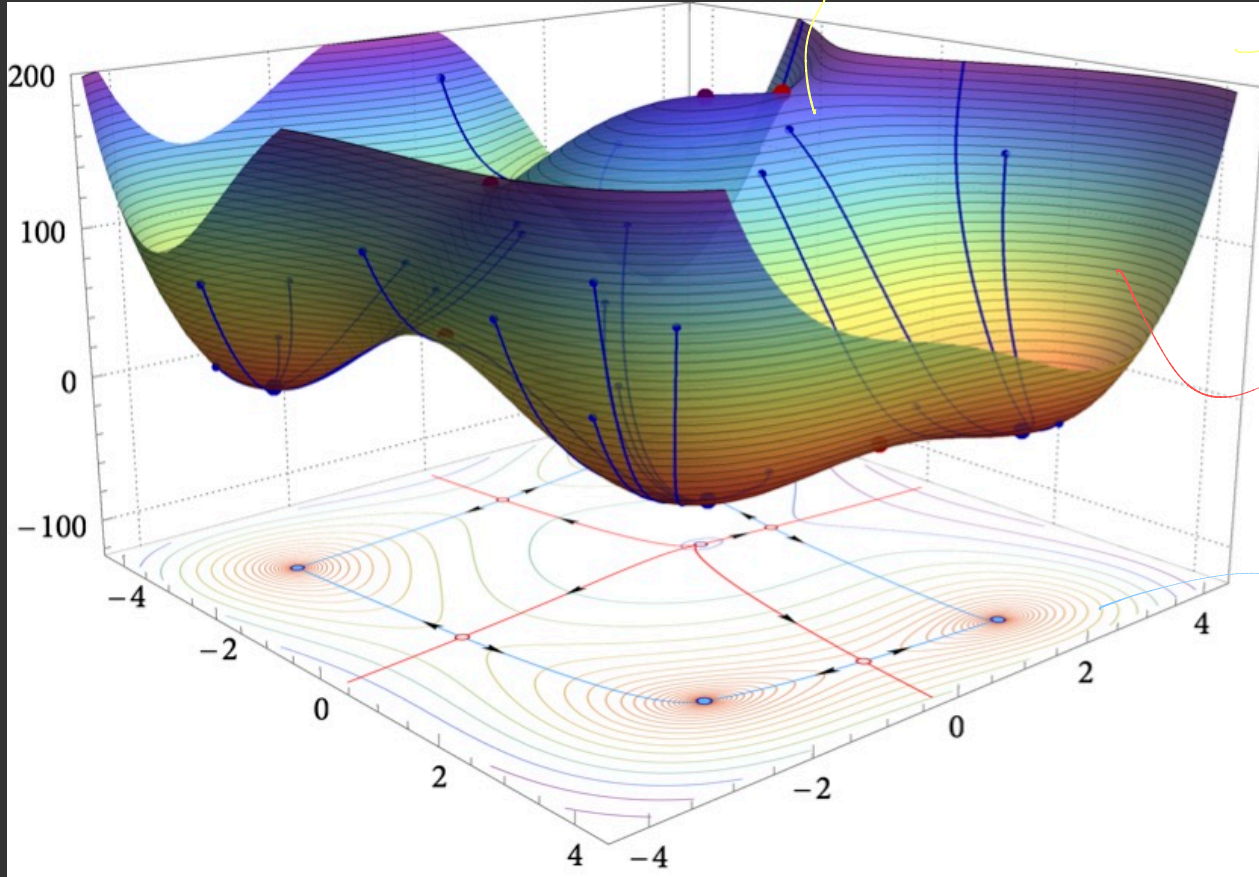


# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΙΣΟΘΑΜΙΚΩΝ ΣΥΝΟΡΩΝ (ΕΘΕ ΚΑΜΠΟΥΣ)



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ | ΣΤΟΙΧΑΘΜΙΚΟΝ ΣΥΝΟΛΟΝ (ΕΘΔΕ ΚΑΜΠΟΥΣ)

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} (x_1^2 + x_2 - 11)^2 \\ + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{Συνάρτηση} \\ \text{Himmelblau} \end{array} \right\}$$



Συνάρτηση δύο μεταβλητών  $v$   
 $A = [-4, 4]^2$

$\text{graph}(f) \in \mathbb{R}^3$

Ισοβαθμίες  
 Καμπύλες