

514. Κυρτή Ανάλυση (2009-10)

Το μάθημα παρουσιάζει βασικά αποτελέσματα της Κυρτής Γεωμετρικής Ανάλυσης. Τα αντικείμενα που μελετάμε είναι (κυρίως) κυρτά σώματα: συμπαγή και κυρτά υποσύνολα του n -διάστατου Ευκλείδειου χώρου, τα οποία έχουν μη κενό εσωτερικό.

Η κυρτότητα παίζει σημαντικό ρόλο σε πολλές περιοχές των Μαθηματικών: στη συναρτησιακή ανάλυση, στις μερικές διαφορικές εξισώσεις, στο γραμμικό προγραμματισμό, στη θεωρία πιθανοτήτων και τη θεωρία πληροφορίας, στη γεωμετρία των αριθμών. Δεύτερος στόχος του μαθήματος είναι να παρουσιάσει έναν όσο γίνεται μεγαλύτερο αριθμό από αυτές τις διασυνδέσεις. Ένας τρίτος στόχος του μαθήματος είναι να ενισχύσει τη διάισηση για τη μετρική και τον όγκο στις μεγάλες διαστάσεις.

Προαπαιτούμενες γνώσεις: Απειροστικός Λογισμός I–III και Γραμμική Άλγεβρα I–II.

I. Πρόγραμμα διδασκαλίας

Πέμπτη 14–16 στην αίθουσα Γ22, Παρασκευή 13–15 στην αίθουσα Γ23.

Διδάσκων: Α. Γιαννόπουλος

Γραφείο: 229 – Τηλέφωνο γραφείου: 210–7276429 – E-mail: argiannop@math.uoa.gr

Ώρες γραφείου: Δευτέρα 1–3μμ, Τρίτη 10–11πμ, Πέμπτη 10–11πμ.

II. Περιεχόμενο του μαθήματος

1. Κυρτά σύνολα. Κυρτές, κοίλες συναρτήσεις.
2. Θεωρήματα Καραθεοδωρή, Helly, Radon. Εφαρμογές στη συνδυαστική γεωμετρία και τη θεωρία προσέγγισης.
3. Μετρική προβολή. Φέροντα υπερεπίπεδα. Διαχωριστικά θεωρήματα. Δυσμός. Συνάρτηση στήριξης.
4. Ακραία και εκτεθειμένα σημεία. Το θεώρημα των Minkowski-Krein-Milman. Εφαρμογές (πολύτοπο του Birkhoff, πολύτοπα μεταθέσεων, ανισότητες για ιδιοτιμές πινάκων).
5. Μετρική Hausdorff. Το θεώρημα επιλογής του Blaschke. Συμμετρικοποίηση κατά Steiner. Γεωμετρικές ανισότητες.
6. Όγκος στον n -διάστατο Ευκλείδειο χώρο. «Παράδοξα» στις μεγάλες διαστάσεις. Ανισότητα Brunn-Minkowski. Ισοπεριμετρικά προβλήματα.
7. Ειδικά θέματα (γεωμετρικές ανισότητες, γεωμετρία των αριθμών, χώροι πεπερασμένης διάστασης με νόρμα, ελλειψοειδή και αλγόριθμοι για τον υπολογισμό του όγκου, γεωμετρικές πιθανότητες).

III. Βιβλιογραφία

1. K. Ball: An elementary introduction to modern convex geometry.
2. A. Barvinok: A course in convexity.
3. H. G. Eggleston: Convexity.
4. P. Gruber: Convex and Discrete Geometry.
5. J. Matousek: Lectures on discrete geometry.
6. V. D. Milman and G. Schechtman: Asymptotic theory of finite dimensional normed spaces.
7. R. Schneider: Convex bodies - the Brunn-Minkowski theory.
8. R. J. Webster: Convexity.

IV. Βοηθήματα – ηλεκτρονική σελίδα του μαθήματος

Στη διεύθυνση <http://eclass.uoa.gr/MATH140> μπορείτε να βρείτε σημειώσεις, φυλλάδια ασκήσεων, υποδείξεις για τις ασκήσεις.

V. Βαθμολογικό σύστημα

Για τη βαθμολογία θα συνυπολογιστούν ο βαθμός της τελικής εξέτασης (δέκα μονάδες) και ο βαθμός από ασκήσεις που θα παραδίδετε προαιρετικά σε εβδομαδιαία βάση (δύο επιπλέον μονάδες).