

**Θέμα 1. (α)** Στο π.γ.π. σε κανονική μορφή:  $z = \max \mathbf{c}'\mathbf{x}, \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0$ , η μέγιστη τιμή  $z$  είναι συνάρτηση των  $A, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ , δηλαδή  $z = z(\mathbf{c}, A, \mathbf{b})$ . Δείξτε ότι  $z(\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2, A, \mathbf{b}) \leq z(\mathbf{c}_1, A, \mathbf{b}) + z(\mathbf{c}_2, A, \mathbf{b})$ .

(β) Ένα καφεκοπτείο διαθέτει 3 είδη καφέ, I, II, III, με κόστη ανά κιλό 5, 4 και 3 ευρώ αντίστοιχα. Με τα είδη αυτά πρέπει να φτιάξει ένα μείγμα 80 κιλών το οποίο πωλείται προς 6 ευρώ το κιλό. Το μείγμα πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 30 κιλά καφέ τύπου I και το πολύ 25 κιλά καφέ τύπου III. Διατυπώστε το κατάλληλο π.γ.π. βρείτε την άριστη λύση του χωρίς τη χρήση της μεθόδου Simplex.

**Θέμα 2.** Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \min \quad & (2x_1 + 3x_2) \\ & 0.5x_1 + 0.25x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 36 \\ & x_1 + x_2 = 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(α) Να επιλυθεί με τη μέθοδο Simplex.

(β) Να γραφεί το δυικό π.γ.π.

**Θέμα 3.** Μια τράπεζα έχει 4 γραφεία στα οποία γίνεται η επεξεργασία των επιταγών. Το καθένα από τα γραφεία 1,2,3 μπορεί να διεκπεραιώσει 8000 επιταγές την εβδομάδα, ενώ το γραφείο 4 1000. Η τράπεζα έχει 3 τύπους επιταγών: εμπορικές, δημοσίου και διεθνείς. Κατά μέσο όρο ο εβδομαδιαίος αριθμός των επιταγών προς διεκπεραίωση είναι 10000 εμπορικές, 10000 δημοσίου και 5000 διεθνείς. Το κόστος διεκπεραίωσης ανά επιταγή εξαρτάται τόσο από το γραφείο όσο και από τον τύπο της επιταγής και δίνεται στον παρακάτω πίνακα (σε λεπτά του ευρώ).

Γραφείο	Τύπος Επιταγής		
	Εμπορική	Δημοσίου	Διεθνής
1	25	29	26
2	12	15	18
3	14	9	12
4	38	37	40

Να βρεθεί με ποιό τρόπο πρέπει να γίνει η κατανομή των επιταγών στα γραφεία ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό εβδομαδιαίο κόστος διεκπεραίωσης.

**Θέμα 4.** Μια εταιρεία κατασκευών χρειάζεται ένα συγκεκριμένο τύπο μηχανήματος για τα επόμενα 5 χρόνια. Αυτή τη στιγμή (αρχή πρώτου έτους) διαθέτει ένα μηχάνημα αυτού του τύπου ηλικίας ενός έτους. Στην αρχή κάθε έτους η εταιρεία μπορεί είτε να κρατήσει το μηχάνημα ή να το πουλήσει και να αγοράσει ένα καινούργιο. Ένα καινούργιο μηχάνημα δεν μπορεί να λειτουργήσει πάνω από 3 χρόνια. Το νέο μηχάνημα κοστίζει 10000 ευρώ. Τα ετήσια έσοδα από τη λειτουργία του μηχανήματος, το ετήσιο κόστος συντήρησης και η αξία μεταπώλησης είναι συνάρτηση της ηλικίας του μηχανήματος όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Να βρεθεί η πολιτική συντήρησης-αντικατάστασης του μηχανήματος που μεγιστοποιεί το συνολικό καθαρό κέρδος για την πενταετία.

	Ηλικία Μηχανήματος		
	0	1	2
Έσοδα	9000	6000	3000
Κόστος Συντήρησης	1000	1400	2200
Αξία Μεταπώλησης	6000	3600	1000