Επιχειρησιακή Έρευνα 2020-05-11

Monday, May 11, 2020 12:59 PM

Παράδειγμα ελέγχου αποθεμάτων

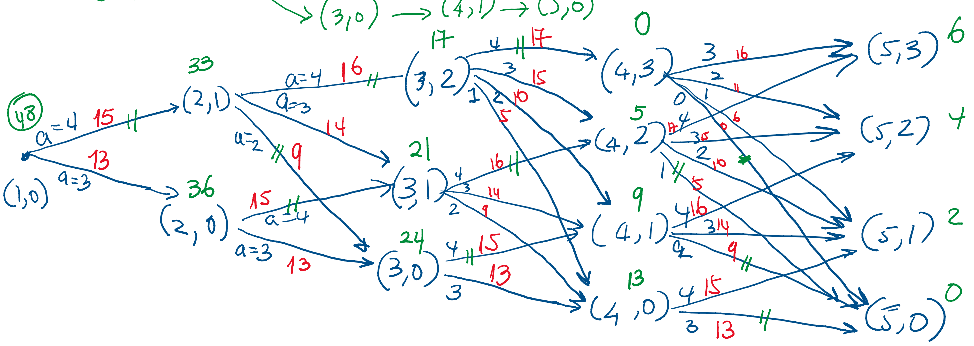
$N=4$, $d_t=3$, $h_t=1$, $m=4$, $M=3$, αρχικό απόθεμα $=0$ $(x_1=0)$

a	0	1	2	3	4
$K_t(a)$	0	5	9	13	14

$\hat{c}(x)=2x$

$(1,0)\to(2,1)\to(3,2)\to(4,3)\to(5,0)$ δύο βέλτιστες διαδρομές

$(2,1)\to(3,0)\to(4,1)\to(5,0)$



Κόστη $(1,0) \to a=3: \; K_1(3)+h_1\cdot 0 = 13$

$\to a=4: \; K_1(4)+h_1\cdot 1 = 14+1=15$

$v(5,x)=\hat{c}(x)=2x$

Εφαρμογή 3: Προβλήματα Κατανομής Πόρων

Υπάρχουν b μονάδες διαθέσιμες από ένα αγαθό (πόρος), πρέπει να κατανεμηθούν σε N δραστηριότητες

Δεδομένα: Έστω a_t η ένταση (ποσότητα) (αρ μονάδων) της δραστηριότητας t

$c_t(a_t)$ = ποσότητα πόρου που απαιτείται

$R_t(a_t)$ = απόδοση της δραστηριότητας

(πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού)

$$\max \sum_{t=1}^{N} R_t(a_t) \left[+\hat{c}\left(b-\sum c_t(a_t)\right)\right]$$ περίσσευμα στο τέλος

$$\sum_{t=1}^{N} c_t(a_t) \le b \qquad \left[\sum_{t=1}^{N} a_t \le b\right]$$

$\sum_{t=1} c_t(a_t) - B$ $\quad$ $t=1$

$a_t \geq 0$ (διακριτές τιμές π.χ. $a_t \in \mathbb{Z}$)

Στο βιβλίο: a_t = ποσότητα πόρου που δίνεται στη δραστηριότητα t.

(δηλαδή θεωρείται $c_t(a_t) = a_t$)

Διατύπωση Δυναμικού Προγραμματισμού

1) Στάδια $\leftrightarrow$ δραστηριότητες $t = 1, \dots, N+1$ (τερματικό)

2) Κατάσταση (t, x), x = ποσότητα πόρου που απομένει για τις δραστηριότητες $t, t+1, \dots, N$ (μετά από τις πρώτες $t-1$)

3) Απόφαση a = ένταση δραστηριότητας t

αν $x_t = x \implies c_t(a) \leq x$ $\quad$ $D_t(x) = \{a : c_t(a) \leq x\}$

4) Δυναμική

$x_t = x$

$a_t = a$ [ξοδεύω $c_t(a)$ μονάδες πόρου] $\implies x_{t+1} = x - c_t(a_t)$

5) Κέρδος ενός βήματος

$$c_t(x, a) = R_t(a)$$

6) Τερματικό κέρδος

$$\hat{c}(x) = 0$$

[ή $\hat{c}(x)$ δίνεται από τα δεδομένα του προβλήματος]

$v(t,x)$ = μέγιστη αξία για τις δραστηριότητες $t, t+1, \dots, N$ αν η ποσότητα πόρων που είναι διαθέσιμη για αυτές είναι ίση με x.

$$\boxed{\begin{aligned} & v(N+1,x)=0 \qquad \left(=\hat{c}(x)\right) \\ & v(t,x) = \max_{a\in D_t(x)} \left\{ R_t(a) + v\left(t+1, x-c_t(a)\right) \right\} \\ & \qquad\qquad t=1,\dots,N \end{aligned}}$$

εξισώσεις βελτιστότητας

Παράδειγμα

5 εθελοντές γιατροί σε 3 περιοχές. Έως 3 γιατροί σε κάθε περιοχή.

Για κάθε περιοχή η ωφέλεια αν σταλούν a γιατροί είναι $r(a)$ (για $t=1,\dots,3$)

$r(0)=0$, $r(1)=24$, $r(2)=40$, $r(3)=48$

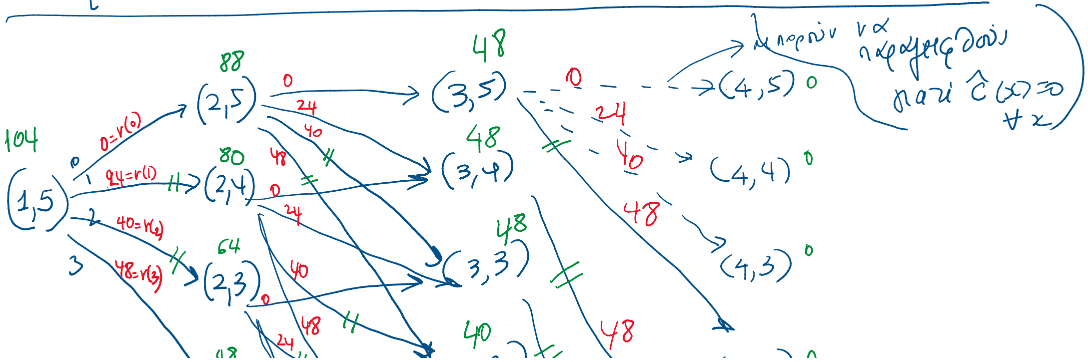
Πώς πρέπει να γίνει η κατανομή για να μεγιστοποιηθεί η ωφέλεια;

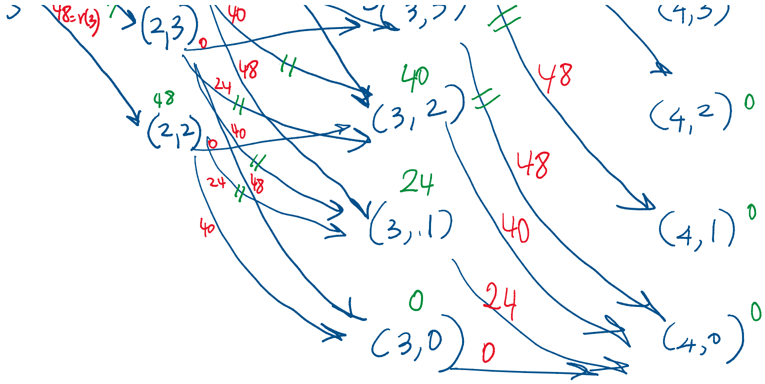
Δραστηριότητες : περιοχές

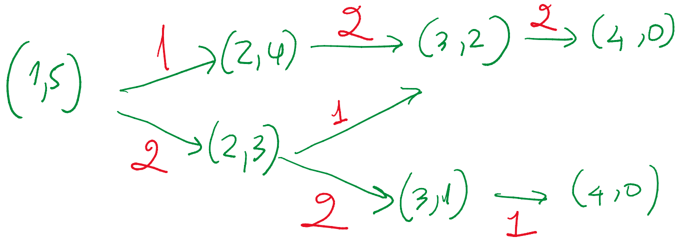
Πόρος : γιατροί $(b=5)$

$c_t(a)=a$ $\quad$ (a_t = αρ. γιατρών στην περιοχή t)

$R_t(a)=r(a)$ $\forall t$.




(2,3)
(2,2)
(3,2)
(3,1)
(3,0)
(4,2)
(4,1)
(4,0)
48=v(3)
40
48
24
0


(1,5)
(2,4)
(2,3)
(3,2)
(3,1)
(4,0)
(4,0)
1
2
2
1
2
1