Άσκηση 7η

Να λυθεί γραφικά το π.γ.π.

$$\max \; -x_1 + 2x_2$$
$$6x_1 - 2x_2 \le 3$$
$$-2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_1 + x_2 \le 3$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

Λύση

Έστω $(\varepsilon): -x_1 + 2x_2 = c$

για $c=2 \Rightarrow$

x_1	0	−2
x_2	1	0

για $c=3 \Rightarrow$

x_1	0	−3
x_2	3/2	0

$(\varepsilon_1): 6x_1 - 2x_2 = 3 \longrightarrow$

x_1	0	1/2
x_2	−3/2	0

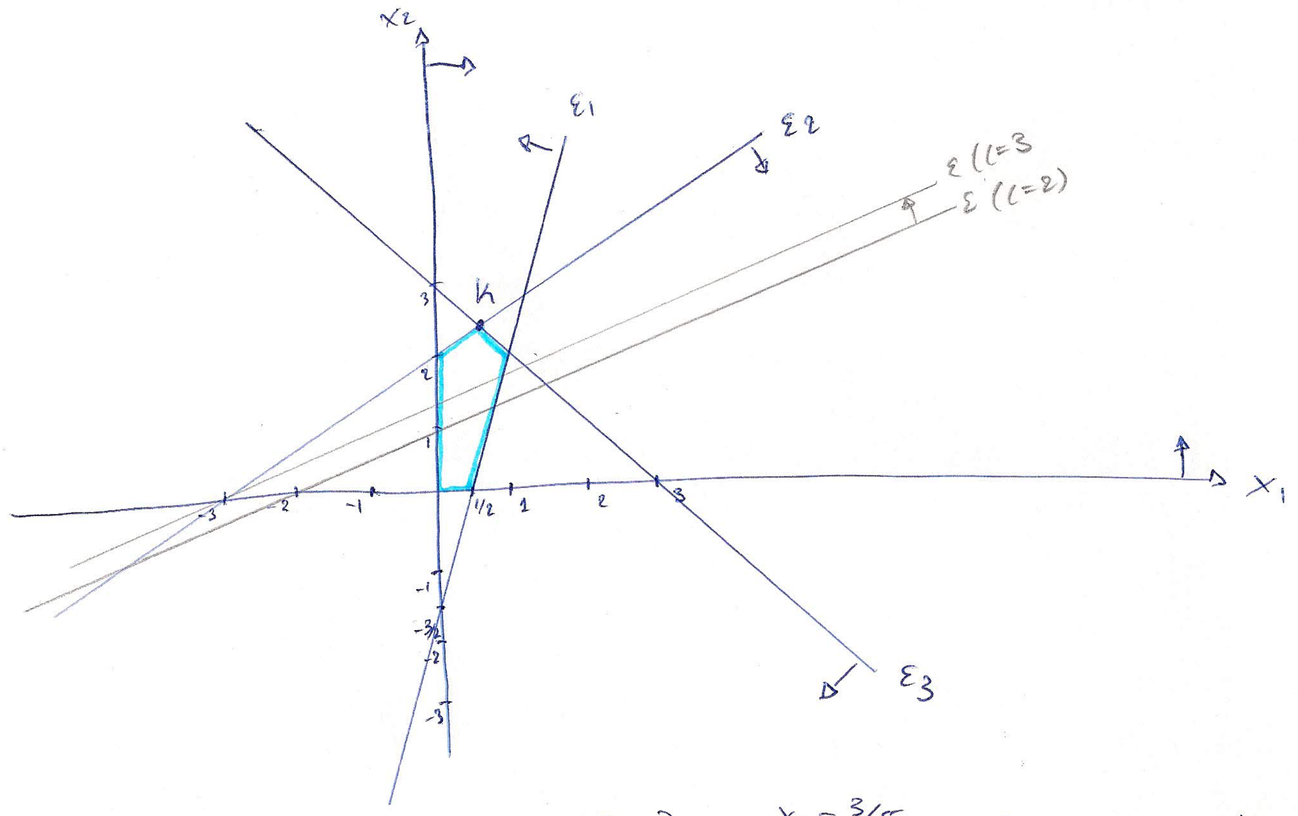
$(\varepsilon_2): -2x_1 + 3x_2 = 6 \longrightarrow$

x_1	0	−3
x_2	2	0

$(\varepsilon_3): x_1 + x_2 = 3 \longrightarrow$

x_1	0	3
x_2	3	0

& οι άξονες $x_1=0$, $x_2=0$.



Η $K: (\varepsilon_3, \varepsilon_2) \rightarrow \left.\begin{array}{l} -2x_1 + 3x_2 = 6 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 3/5 \\ x_2 = 12/5 \end{array}$ με αντικ. συνάρτηση

$$-\frac{3}{5} + 2 \cdot \frac{12}{5} = 4{,}2$$

$\downarrow$

Είναι η λύση

Άσκηση 8η

Να λυθεί γραφικά το π.γ.π. $\max.\ 3x_1+5x_2$

$$-3x_1+2x_2 \le 6$$
$$-x_1+x_2 \le 5$$
$$-3x_1+8x_2 \ge 12$$
$$3x_1+2x_2 \ge 18$$
$$x_1,x_2 \ge 0$$

Λύση

Έστω $(\varepsilon): 3x_1+5x_2=c$.

για $c=15 \Rightarrow$

x_1	0	5
x_2	3	0

για $c=20$

x_1	0	20/3
x_2	4	0

$(\varepsilon_1): -3x_1+2x_2=6$

x_1	0	-2
x_2	3	0

$(\varepsilon_2): -x_1+x_2=5$

x_1	0	-5
x_2	5	0

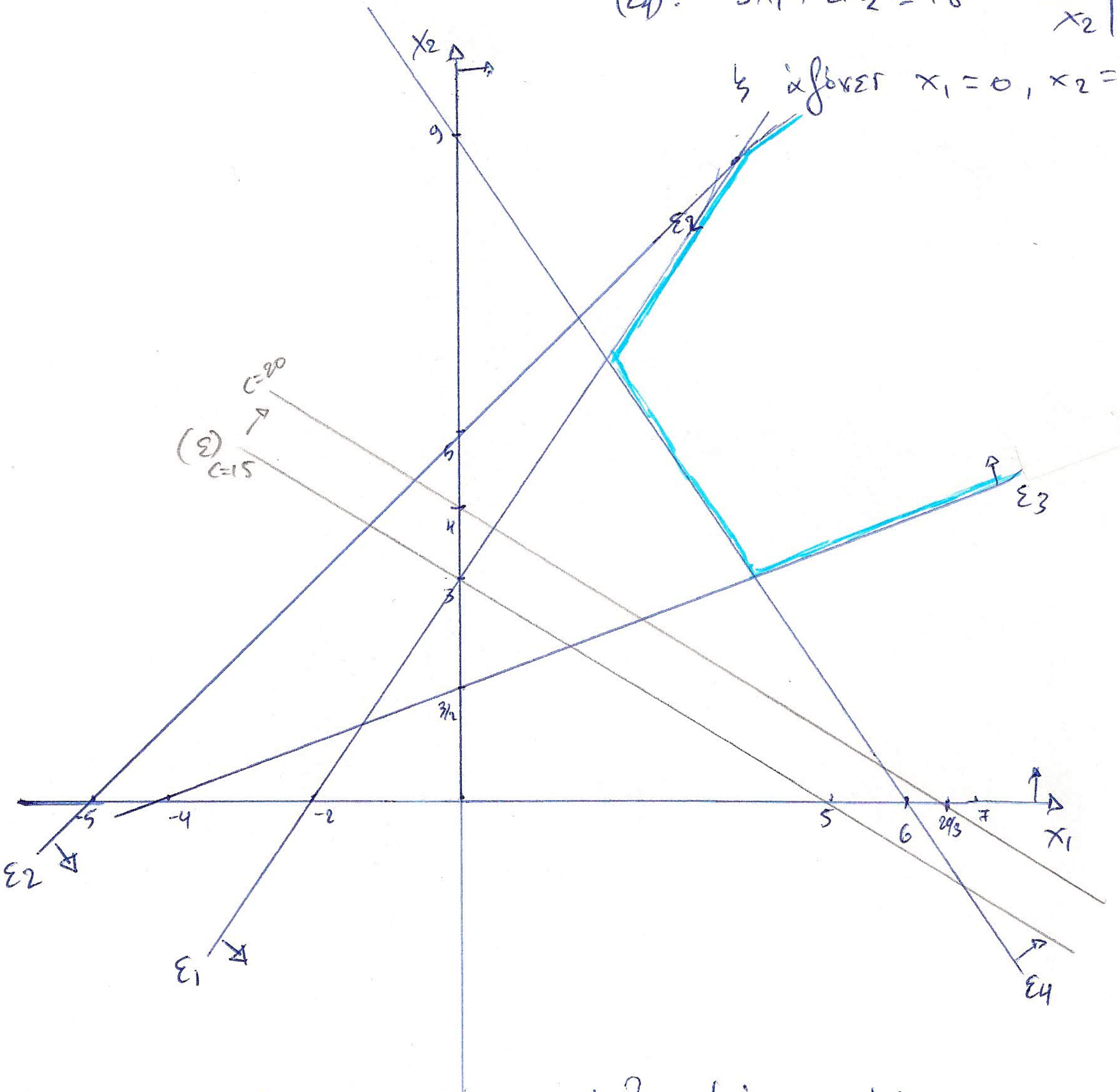
$(\varepsilon_3): -3x_1+8x_2=12$

x_1	0	-4
x_2	3/2	0

$(\varepsilon_4): 3x_1+2x_2=18$

x_1	0	6
x_2	9	0

& άξονες $x_1=0,\ x_2=0$



μη φραγμένη εφικτή περιοχή & max (μεγιστοποίηση) $\Big\} \Rightarrow$ μη φραγμένο π.γ.π.

Άσκηση 9η

Να λυθεί γραφικά το π.γ.π.

$$\min \; 3x_1+7x_2$$
$$x_1-x_2 \geq 4$$
$$x_1-2x_2 \leq 10$$
$$-2x_1-x_2 \geq 2$$
$$x_1, y_2 \geq 0$$

Λύση

Έστω (ε) : $3x_1+7x_2=c$

(ε_1) : $x_1-x_2=4$

x_1	0	4
x_2	-4	0

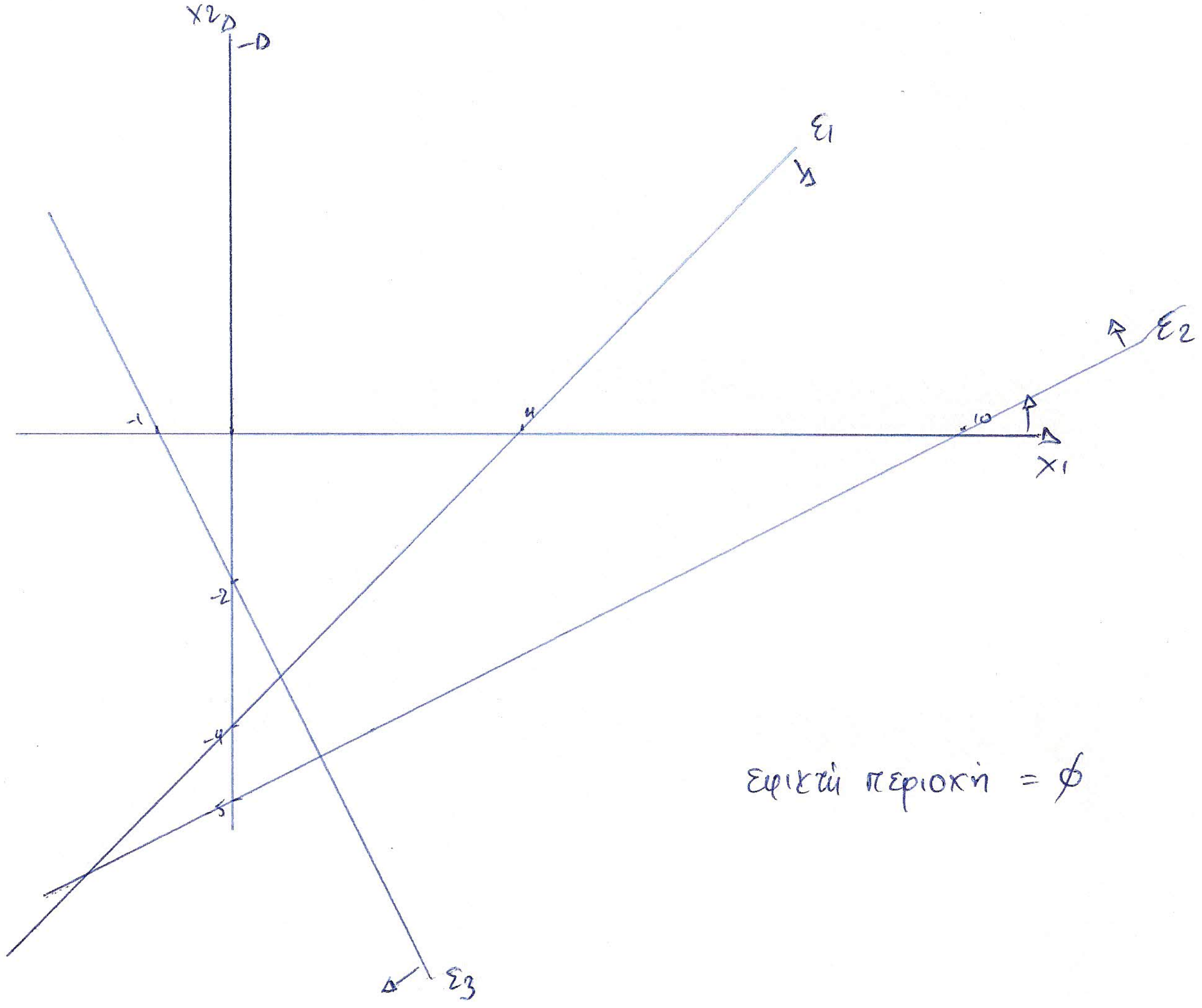
(ε_2) : $x_1-2x_2=10$

x_1	0	10
x_2	-5	0

(ε_3) : $-2x_1-x_2=2$

x_1	0	-1
x_2	-2	0

και οι άξονες $x_1=0$, $x_2=0$



Εφικτή περιοχή $=\emptyset$

Άσκηση 10η

Να λυθεί γραφικά το π.γ.π. $\max\ -4x_1+6x_2$

$$6x_1-2x_2\le 3$$
$$-2x_1+3x_2\le 6$$
$$x_1+x_2\le 3$$
$$x_1,x_2\ge 0$$

Λύση

Έστω $(\varepsilon): -4x_1+6x_2=c$.

για $c=12$

x_1	0	$-3/2$
x_2	1	0

$(\varepsilon_1): 6x_1-2x_2=3$

x_1	0	$1/2$
x_2	$-3/2$	0

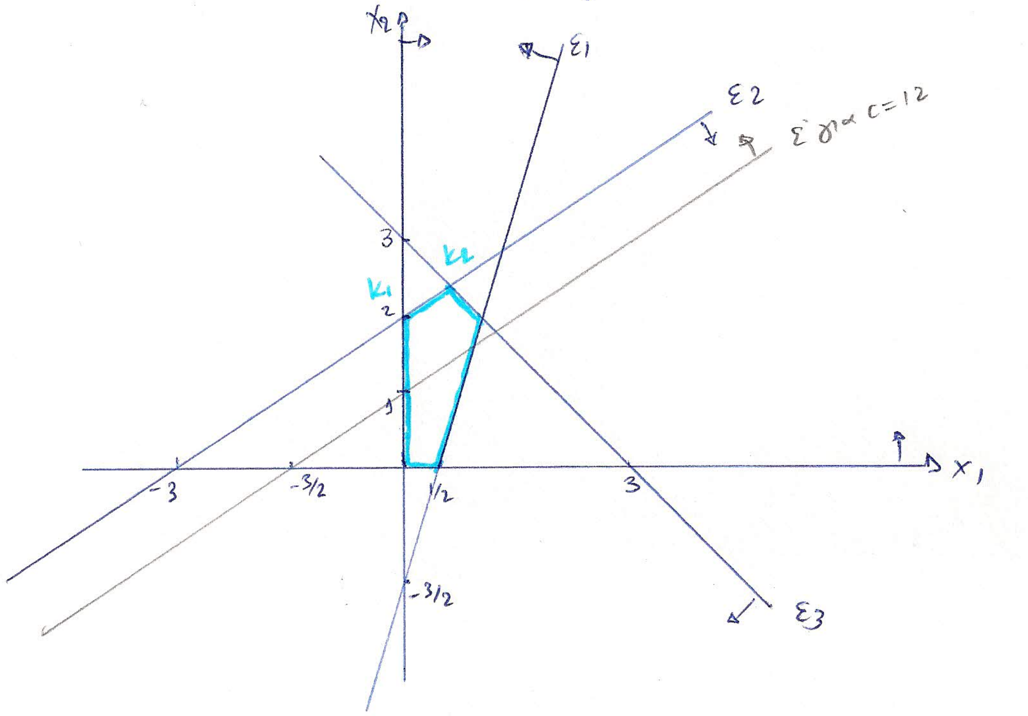
$(\varepsilon_2): -2x_1+3x_2=6$

x_1	0	-3
x_2	2	0

$(\varepsilon_3): x_1+x_2=3$

x_1	0	3
x_2	3	0

& άξονες $x_1=0,\ x_2=0$



$k_1: (x_1=0, \varepsilon_2) \Rightarrow x_1=0,\ x_2=2$ & αντ. συν. $-4\cdot 0+6\cdot 2=12$

$k_2: (\varepsilon_2,\varepsilon_3) \Rightarrow \begin{cases} -2x_1+3x_2=6 \\ x_1+x_2=3 \end{cases} \begin{cases} x_1=3/5 \\ x_2=12/5 \end{cases} \Rightarrow$ αντ. συν. $-4\cdot\frac{3}{5}+6\cdot\frac{12}{5}=12$

Δύο κορυφές δίνουν μέγιστο, άρα έχει άπειρες λύσεις και είναι κάθε κυρτός συνδυασμός των δύο κορυφών.

Άσκηση 11η

Να λυθεί το π.γ.π. γραφικά

$$\min \; 2x_1 + x_2$$

$$5x_1 - 4x_2 \le 14$$

$$x_1 - 4x_2 \le -2$$

$$2x_1 + x_2 \ge 5$$

$$6x_1 - x_2 \ge 3$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Λύση

Έστω (ε): $2x_1 + x_2 = c$

για $c=6 \Rightarrow$

x_1	0	3
x_2	6	0

(ε_1): $5x_1 - 4x_2 = 14$

x_1	0	14/5
x_2	-7/2	0

(ε_2): $x_1 - 4x_2 = -2$

x_1	0	-2
x_2	1/2	0

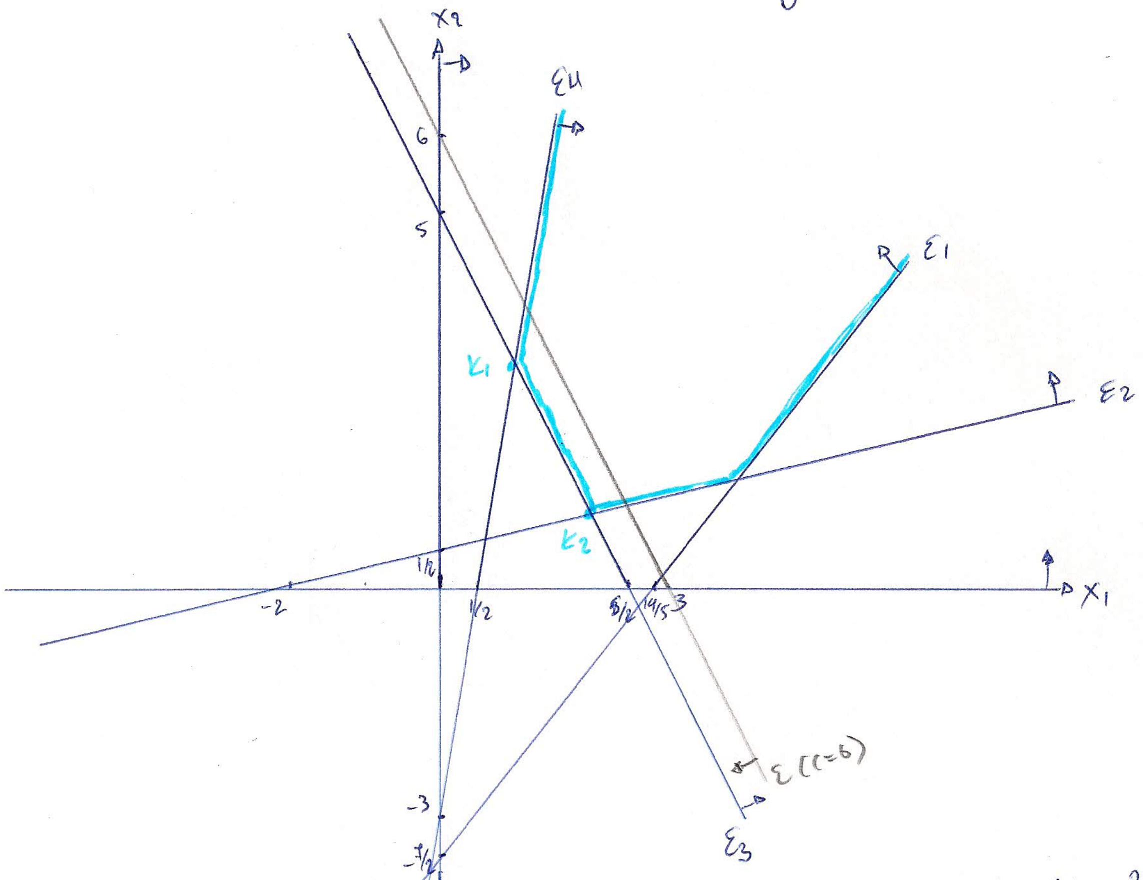
(ε_3): $2x_1 + x_2 = 5$

x_1	0	5/2
x_2	5	0

(ε_4): $6x_1 - x_2 = 3$

x_1	0	1/2
x_2	-3	0

& οι άξονες $x_1 = 0$, $x_2 = 0$



$k_1 \Rightarrow x_1 = 1,\ x_2 = 3$ & αντ. συν. $2\cdot 1 + 3 = 5$

$k_2 \Rightarrow x_1 = 2,\ x_2 = 1$ & αντ. συν. $2\cdot 2 + 1 = 5$

Είναι & οι δύο βέλτιστες άρα άπειρες λύσεις είναι κάθε κυρτός συνδυασμός τους.

Άσκηση 12η

Να λυθεί γραφικά το π.γ.π.

$$\max\ 3x_1 + 5x_2$$
$$2x_1 + x_2 \le 230$$
$$x_1 + 2x_2 \le 250$$
$$x_2 \le 120$$
$$x_1 + x_2 \le 300$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Λύση

Έστω $(\Sigma): 3x_1 + 5x_2 = c$

για $c = 400$

x_1	0	$400/3$
x_2	80	0

$(\varepsilon_1): 2x_1 + x_2 = 230$

x_1	0	115
x_2	230	0

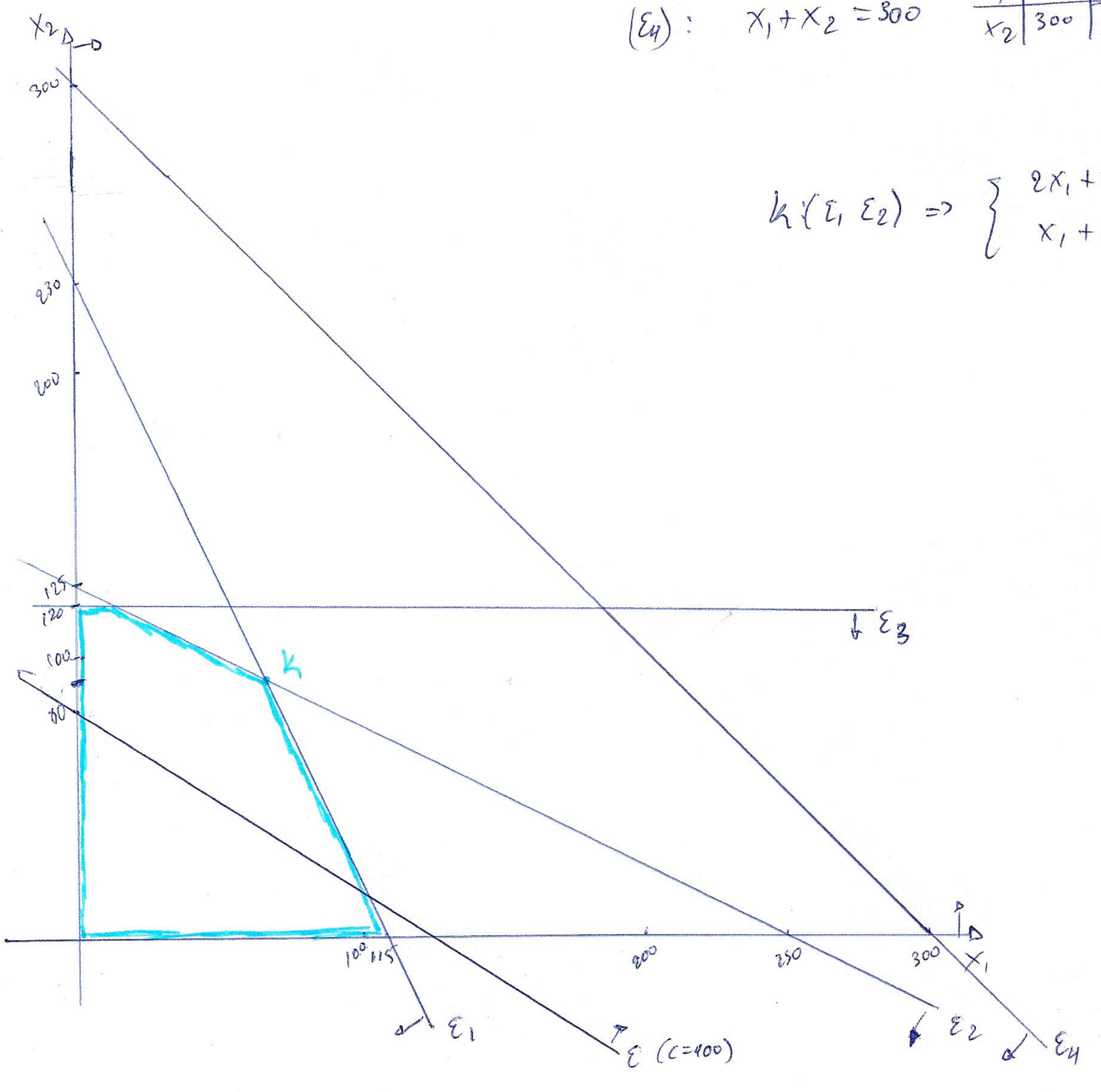
$(\varepsilon_2): x_1 + 2x_2 = 250$

x_1	0	250
x_2	125	0

$(\varepsilon_3): x_2 = 120$

$(\varepsilon_4): x_1 + x_2 = 300$

x_1	0	300
x_2	300	0



$$K(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 230 \\ x_1 + 2x_2 = 250 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 70 \\ x_2 = 90 \end{cases}$$

f Σ αντ. γων.

$3 \cdot 70 + 5 \cdot 90 = 660$

Ο περιορισμός (ε_4) είναι πλεονάζων.