

Θέμα 1. (α) Στο π.γ.π. σε κανονική μορφή: $z = \max \mathbf{c}'\mathbf{x}, \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0$, η μέγιστη τιμή z είναι συνάρτηση των $A, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, δηλαδή $z = z(\mathbf{c}, A, \mathbf{b})$. Δείξτε ότι $z(\mathbf{c}, A, \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) \geq z(\mathbf{c}, A, \mathbf{b}_1) + z(\mathbf{c}, A, \mathbf{b}_2)$.

(β) Σε ένα διυλιστήριο υπάρχουν τρεις τύποι αργού πετρελαίου, A, B, και Γ με κόστος ανά βαρέλι 90, 89 και 88 ευρώ αντίστοιχα. Από τους τρεις αυτούς τύπους πρέπει να παραχθούν 1000 βαρέλια βενζίνης, η οποία πωλείται προς 120 ευρώ το βαρέλι. Η ποσότητα αυτή πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 300 βαρέλια αργού πετρελαίου τύπου A και το πολύ 250 βαρέλια τύπου Γ. Διατυπώστε το κατάλληλο π.γ.π. και βρείτε την άριστη λύση του χωρίς τη χρήση της μεθόδου Simplex.

Θέμα 2.

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \min \quad & (6x_1 + 4x_2) \\ & 0.75x_1 + 1.5x_2 \leq 12 \\ & 6x_1 + 2x_2 \geq 72 \\ & x_1 + x_2 = 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(α) Να επιλυθεί με τη μέθοδο Simplex.

(β) Να γραφεί το δυικό π.γ.π.

Θέμα 3. Μια τράπεζα έχει 3 γραφεία στα οποία γίνεται η επεξεργασία των επιταγών. Το γραφείο 1 μπορεί να διεκπεραιώσει 10000 επιταγές την εβδομάδα, το γραφείο 2 9000 και το γραφείο 3 6000. Η τράπεζα έχει 4 τύπους επιταγών: προσωπικές, εμπορικές, δημοσίου και διεθνείς. Κατά μέσο όρο ο εβδομαδιαίος αριθμός των επιταγών προς διεκπεραίωση είναι 1000 διεθνείς και 8000 για καθένα από τους άλλους 3 τύπους. Το κόστος διεκπεραίωσης ανά επιταγή εξαρτάται τόσο από το γραφείο όσο και από τον τύπο της επιταγής και δίνεται στον παρακάτω πίνακα (σε λεπτά του ευρώ).

Γραφείο	Τύπος Επιταγής			
	Προσωπική	Εμπορική	Δημοσίου	Διεθνής
1	25	12	14	38
2	29	15	9	37
3	26	18	12	40

Να βρεθεί με ποιό τρόπο πρέπει να γίνει η κατανομή των επιταγών στα γραφεία ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό εβδομαδιαίο κόστος διεκπεραίωσης.

Θέμα 4. Μια εταιρεία κατασκευών χρειάζεται ένα συγκεκριμένο τύπο μηχανήματος για τα επόμενα 5 χρόνια. Αυτή τη στιγμή (αρχή πρώτου έτους) διαθέτει ένα μηχάνημα αυτού του τύπου ηλικίας ενός έτους. Στην αρχή κάθε έτους η εταιρεία μπορεί είτε να κρατήσει το μηχάνημα ή να το πουλήσει και να αγοράσει ένα καινούργιο. Ένα καινούργιο μηχάνημα δεν μπορεί να λειτουργήσει πάνω από 3 χρόνια. Το νέο μηχάνημα κοστίζει 5000 ευρώ. Τα ετήσια έσοδα από τη λειτουργία του μηχανήματος, το ετήσιο κόστος συντήρησης και η αξία μεταπώλησης είναι συνάρτηση της ηλικίας του μηχανήματος όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Να βρεθεί η πολιτική συντήρησης-αντικατάστασης του μηχανήματος που μεγιστοποιεί το συνολικό καθαρό κέρδος για την πενταετία.

	Ηλικία Μηχανήματος		
	0	1	2
Έσοδα	4500	3000	1500
Κόστος Συντήρησης	500	700	1100
Αξία Μεταπώλησης	3000	1800	500