

Ένας καθηγητής θέτει στους μαθητές του την παρακάτω ερώτηση:  
«Αν για δύο πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  ισχύει  
για κάθε ρητό  $q$  μικρότερο του  $\alpha$  υπάρχει ρητός  $p$  ώστε  $q < p < \beta$ .  
μπορούμε να συμπεράνουμε ότι  $\alpha < \beta$ ;»

Ένας μαθητής απαντάει:

«Ναι, ο  $\alpha$  θα είναι μικρότερος του  $\beta$  γιατί αν  $A$  είναι το σύνολο όλων των ρητών που είναι μικρότεροι του  $\alpha$  και  $q$  το μεγαλύτερο στοιχείο του  $A$  τότε από την υπόθεση υπάρχει  $p$  ώστε  $q < p < \beta$ . Αλλά, αφού  $q$  είναι ο μεγαλύτερος από τους ρητούς που είναι μικρότεροι του  $\alpha$ , τότε ο  $p$  είναι μεγαλύτερος ή ίσος του  $\alpha$ . Άρα  $\alpha < \beta$ .»

Πως θα διαχειριζόσασταν εσείς στην τάξη σας την παραπάνω απάντηση του μαθητή;