

Μαθηματικά στην Οικονομία και τη Διοίκηση Εξετάσεις Περιόδου Φεβρουαρίου 2004

Θέμα 1. Ο ιδιοκτήτης ενός καταστήματος πωλεί ένα προϊόν η ζήτηση του οποίου είναι γνωστή, σταθερή και ίση με 100 μονάδες το μήνα. Ο καταστηματάρχης αγοράζει το προϊόν από ένα προμηθευτή με τους παρακάτω όρους. Κάθε φορά που γίνεται παραγγελία υπάρχει ένα σταθερό κόστος ίσο με 25 €. Το καθαυτό κόστος αγοράς του προϊόντος από τον προμηθευτή καθορίζεται ως εξής: Για τις πρώτες 200 μονάδες το κόστος ανά μονάδα είναι 1 €. Οποιαδήποτε ποσότητα πάνω από τις 200 μονάδες προσφέρεται δωρεάν. Τέλος, το κόστος αποθήκευσης αποτελείται από δύο μέρη. Το άμεσο κόστος $h = 1$, ανά μονάδα και ανά μήνα και το κόστος κεφαλαίου που ορίζεται με βάση ένα επιτόκιο $\alpha = 20\%$.

Να βρεθεί η πολιτική παραγγελιών που ελαχιστοποιεί το μέσο κόστος ανά μήνα.

Θέμα 2. Για ένα προϊόν δίνονται η ζήτηση $d(t)$, το μοναδιαίο κόστος αγοράς $c(t)$ και το κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα και ανά περίοδο $h(t)$ για ένα ορίζοντα 6 περιόδων

t	$d(t)$	$c(t)$	$h(t)$
0	20	3	
1	10	5	1
2	20	6	1
3	30	6	2
4	20	7	2
5	40	10	2
6	30		2

Το σταθερό κόστος παραγγελίας είναι μηδέν. Να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική παραγγελιών.

Θέμα 3. Για ένα προϊόν η ζήτηση φθάνει ακολουθώντας διαδικασία Poisson με ρυθμό 3 αφίξεις την ημέρα. Κάθε άφιξη αντιπροσωπεύει ζήτηση για μία μονάδα προϊόντος. Αν τη στιγμή της άφιξης μιας ζήτησης δεν υπάρχει διαθέσιμο προϊόν αυτή μπαίνει σε εκκρεμότητα για να ικανοποιηθεί όταν έρθει νέα παραλαβή. Ο πωλητής μπορεί να δώσει παραγγελία οποτεδήποτε, και ο χρόνος από τη στιγμή της παραγγελίας μέχρι την παραλαβή είναι ίσος με 2 ημέρες. Το κόστος αποθήκευσης είναι ίσο με 1 € ανά μονάδα προϊόντος και ανά ημέρα και το κόστος ελλείψεων είναι ίσο με 1.5 € ανά μονάδα προϊόντος και ανά ημέρα.

(α) Έστω ότι το σταθερό κόστος παραγγελίας είναι ίσο με μηδέν. Να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική παραγγελιών. Να υπολογιστεί το fill rate για αυτή την πολιτική.

(β) Να επαναληφθεί το (α) όταν το σταθερό κόστος παραγγελίας είναι ίσο με 2 €.

Σημείωση: Παρακάτω δίνονται η συμπληρωματική συνάρτηση πιθανότητας G^0 και η συνάρτηση απώλειας πρώτης τάξης G^1 για την κατανομή Poisson με παράμετρο 6.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$G^0(t)$	0.9975	0.9826	0.9380	0.8488	0.7149	0.5543	0.3936	0.2561	0.1527	0.0838	0.0426	0.0201	0.0086
$G^1(t)$	6	5.002	4.020	3.082	2.233	1.518	0.9638	0.570	0.314	0.161	0.078	0.035	0.014

Θέμα 4. Ένας λιανοπωλητής αγοράζει στην αρχή της περιόδου ένα προϊόν από τον προμηθευτή σε τιμή c ανά μονάδα και το πωλεί σε τιμή r ανά μονάδα. Το προϊόν μπορεί να πωληθεί μόνο στη διάρκεια της τρέχουσας περιόδου (δεν διατηρείται σε απόθεμα). Η ζήτηση στη διάρκεια της περιόδου είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, \alpha]$.

(α) Να βρεθεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελιών που μεγιστοποιεί το αναμενόμενο κέρδος ανά περίοδο και η βέλτιστη τιμή του κέρδους.

(β) Έστω ότι ο λιανοπωλητής καθορίζει ο ίδιος την τιμή πώλησης του προϊόντος και για τιμή r η ζήτηση είναι ομοιόμορφη στο διάστημα $[0, \alpha(r)]$, όπου $\alpha(r) = K/r^2$. Να βρεθεί η βέλτιστη τιμή και η ποσότητα παραγγελίας σαυτή την περίπτωση.