

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

Κατεύθυνση: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΑΝΟΙΞΗ 2020

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

ΟΜΑΔΑ 3η

Άσκηση 1η: Βρείτε τις ΣΔΕ που έχουν για λύση τις στοχαστικές ανελίξεις:

(α) $e^{B(t)-t/2}$

(β) $e^{(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2)t+\sigma B(t)}$

(γ) $\ln S(t)$ με $dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB(t)$

(δ) $1/S(t)$ με $S(t) = S(0)e^{(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2)t+\sigma B(t)}$

Άσκηση 2η: Αν ένα περουσιακό στοιχείο ακολουθεί την επανερχόμενη στο μέσο στοχαστική ανελίξη, δηλαδή:

$$dW(t) = \lambda(\mu - W(t))dt + \sigma W(t)dB(t)$$

βρείτε ΣΔΕ που να έχει για λύση την $F = \frac{1}{1-t} + e^{W(t)} + t^2$.

Άσκηση 3η: Αν $dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB(t)$, βρείτε το διαφορικό της $S^*(t) = S(t)e^{-rt}$.

Άσκηση 4η: Βρείτε την διασπορά του $\int_0^T B(t)dB(t)$.

Άσκηση 5η: Υπολογίσατε τα ολοκληρώματα:

(α) $\int_0^T B^2(t)dB(t)$

(β) $\int_0^T tB(t)dB(t)$

Άσκηση 6η: Δείξατε τους τύπους:

(γ) $\int_0^T (B^2(t) - t)dB(t) = \frac{B^3(T)}{3} - TB(T)$

(δ) $\int_0^T e^{t/2} \cos B(t)dB(t) = e^{T/2} \sin B(T)$