

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ  
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

Κατεύθυνση: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ  
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΑΝΟΙΞΗ 2018

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

ΟΜΑΔΑ 7η

**Άσκηση 1η:** Βρείτε τις ΣΔΕ που έχουν για λύση τις στοχαστικές ανελίξεις:

(α)  $e^{B(t)-t/2}$

(β)  $e^{(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2)t+\sigma B(t)}$

(γ)  $\ln S(t)$  με  $dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB(t)$

(δ)  $1/S(t)$  με  $S(t) = S(0)e^{(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2)t+\sigma B(t)}$

**Άσκηση 2η:** Αν ένα περουσιακό στοιχείο ακολουθεί την επανερχόμενη στο μέσο στοχαστική ανέλιξη, δηλαδή:

$$dW(t) = \lambda(\mu - W(t))dt + \sigma W(t)dB(t)$$

βρείτε ΣΔΕ που να έχει για λύση την  $F = \frac{1}{1-t} + e^{W(t)} + t^2$ .

**Άσκηση 3η:** Αν  $dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB(t)$ , βρείτε το διαφορικό της  $S^*(t) = S(t)e^{-rt}$ .

**Άσκηση 4η:** Βρείτε την διασπορά του  $\int_0^T B(t)dB(t)$ .

**Άσκηση 5η:** Υπολογίσατε τα ολοκληρώματα:

(α)  $\int_0^T B^2(t)dB(t)$

(β)  $\int_0^T tB(t)dB(t)$

**Άσκηση 6η:** Δείξατε τους τύπους:

(γ)  $\int_0^T (B^2(t) - t)dB(t) = \frac{B^3(T)}{3} - TB(T)$

(δ)  $\int_0^T e^{t/2} \cos B(t)dB(t) = e^{T/2} \sin B(T)$