

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

Κατεύθυνση: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΑΝΟΙΞΗ 2018

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

ΟΜΑΔΑ 4η

Άσκηση 1η: Έστω $B(t)$ μία τυπική κίνηση *Brown*.

(α) Βρείτε την πιθανότητα: $P[B(4) \leq 3 | B(0) = 1]$.

(β) Βρείτε αριθμό c γαι τον οποίο $P[B(9) > c | B(0) = 1] = 0.1$

Απάντηση: (a)0.8413, (b)4.846

Άσκηση 2η: Έστω $B(t)$ μία τυπική κίνηση *Brown* και μία σταθερά $p > 0$.

Δείξτε ότι ή ανέλιξη $W(t) = pB\left(\frac{t}{p^2}\right)$ είναι επίσης μία τυπική κίνηση *Brown*.

Άσκηση 3η: Έστω $B(t)$ μία τυπική κίνηση *Brown*. Υπολογίσατε την πο-
σότητα: $E[e^{kB(t)}]$, k μία σταθερά.

Άσκηση 4η: Έστω $B(t)$ μία τυπική κίνηση *Brown*. Βρείτε την συνδιακύ-
μανση της ανέλιξης: $W(t) = tB(1/t)$, με $W(0) = 0$.

Απάντηση: $\min\{s, t\}$

Άσκηση 5η: Μία εταιρεία καταστρέφεται αν η μετοχή της κατακυλήσει στο
μηδέν. Αν η τιμή της μετοχής της περιγράφεται από μία τυπική κίνηση *Brown*
και έχει αρχική τιμή 5, ποιά είναι η πιθανότητα να καταστραφεί η εταιρεία την
χρονική στιγμή $t = 25$;

Απάντηση: 0.3174