

Δεύτερο σύνολο προβλημάτων στη Θεωρία Παιγνίων

Ηρ. Κόλλιας, Χειμερινό εξάμηνο Ακ. Έτους 2017-2018

Προθεσμία παράδοσης: Μια εβδομάδα πριν από την ημερομηνία εξέτασης.

Η παράδοση μπορεί να γίνει (α) Στο μάθημα. (β) Ηλεκτρονικά στη διεύθυνση hkollias@econ.uoa.gr. (γ)

Κατά τις ώρες γραφείου, Δευτέρα 13.00-15.00, Γρ. 411, Γρυπάρειο Μέγαρο.

Θέμα 1ο. Έστω ένα στατικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης σε κανονική μορφή με διπίνακα

		2	
		F	O
1	F	3,1	0,0
	O	0,0	1,1

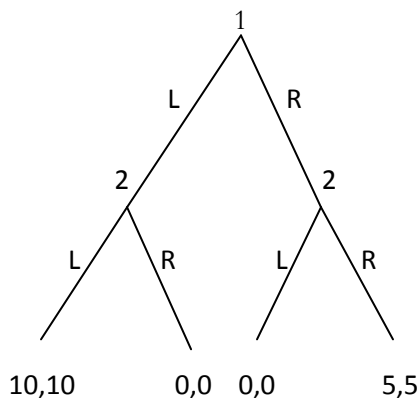
Οι παίκτες είναι οι 1 και 2, οι χώροι στρατηγικής είναι τα δισύνολα $S_1 = S_2 = \{F, O\}$ ενώ οι αποδόσεις von Neumann-Morgenstern για κάθε στρατηγική (συνδυασμό στρατηγικών) εμφανίζονται στον παραπάνω διπίνακα. Να βρεθούν, αν υπάρχουν, οι ισορροπίες Nash σε καθαρές στρατηγικές. Να βρεθούν και να σχεδιαστούν οι αντιστοιχίες (ή πλειότιμες συναρτήσεις) βέλτιστης απόκρισης των παιχτών 1 και 2. Να βρεθεί η ισορροπία Nash σε μεικτές στρατηγικές (NEMS). Να δείξετε όλες τις ισορροπίες Nash σε ένα κατάλληλο γράφημα.

Θέμα 2ο. Έστω ένα στατικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης σε κανονική μορφή με διπίνακα

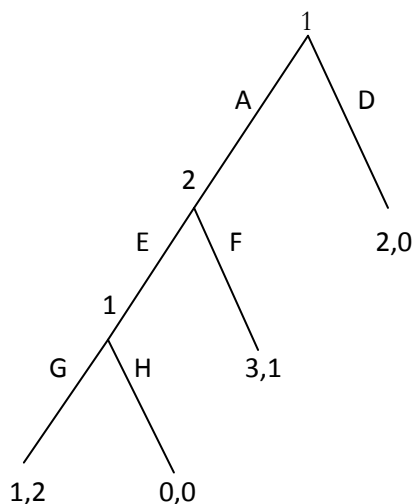
		C	
		C1	C2
R	R1	1,1	2,0
	R2	0,2	3,3

Οι παίκτες είναι οι R και C, οι χώροι στρατηγικής είναι τα δισύνολα $S_R = \{R1, R2\}$, $S_C = \{C1, C2\}$, αντίστοιχα, ενώ οι αποδόσεις von Neumann-Morgenstern για κάθε στρατηγική (συνδυασμό στρατηγικών) εμφανίζονται στον παραπάνω διπίνακα. Να βρεθούν, αν υπάρχουν, οι ισορροπίες Nash σε καθαρές στρατηγικές. Να βρεθούν και να σχεδιαστούν οι αντιστοιχίες (ή πλειότιμες συναρτήσεις) βέλτιστης απόκρισης των παιχτών R και C. Να βρεθεί η ισορροπία Nash σε μεικτές στρατηγικές (NEMS). Να δείξετε όλες τις ισορροπίες Nash σε ένα κατάλληλο γράφημα.

Θέμα 3ο. Δίνεται το ακόλουθο δυναμικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης σε εκτεταμένη μορφή (δένδρο παιγνίου). Να γραφούν οι χώροι στρατηγικής των παιχτών 1 και 2. Να βρεθεί η SPNE. Να υποδειχθεί η συγκεκριμένη ισορροπία επάνω στο δένδρο του παιγνίου.

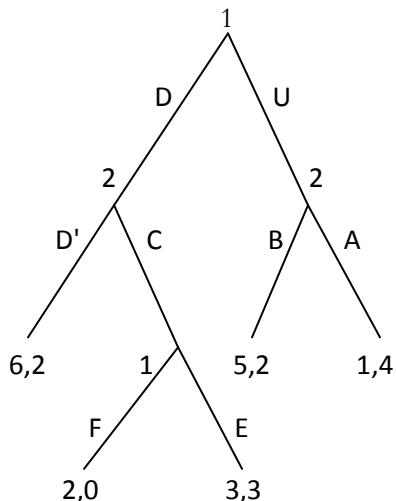


Θέμα 4ο. Δίνεται το ακόλουθο δυναμικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης σε εκτεταμένη μορφή (δένδρο παιγνίου). Να γραφούν οι χώροι στρατηγικής των παιχτών 1 και 2. Να βρεθεί η SPNE. Να υποδειχθεί η συγκεκριμένη ισορροπία επάνω στο δένδρο του παιγνίου.



Θέμα 5ο. Τι λέγεται δένδρο παιγνίου; Τι λέγεται στρατηγική σε ένα δυναμικό παίγνιο; Τι λέγεται σύνολο πληροφορίας σε ένα παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή; Τι λέγεται υποπαίγνιο; Να διατυπωθεί το θεώρημα του Kuhn. Να διατυπωθεί το θεώρημα του Nash (1950) αναφορικά με την ύπαρξη ισορροπίας ενός παιγνίου σε κανονική μορφή. Το συγκεκριμένο θεώρημα παρέχει αναγκαία συνθήκη, ικανή συνθήκη ή αναγκαία και ικανή συνθήκη για την ύπαρξη ισορροπίας Nash; Να αναφέρετε ένα παράδειγμα παιγνίου το οποίο δεν ικανοποιεί το συγκεκριμένο θεώρημα αλλά παρά ταύτα έχει ισορροπία Nash.

Θέμα 6ο. Δίνεται το ακόλουθο δυναμικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης σε εκτεταμένη μορφή (δένδρο). Να γραφούν οι χώροι στρατηγικής των παιχτών 1 και 2. Να βρεθεί η SPNE. Να υποδειχθεί η συγκεκριμένη ισορροπία επάνω στο δένδρο του παιγνίου.



Θέμα 7ο. Τι λέγεται NEMS; Στο θέμα 1ο και θέμα 2ο, παραπάνω, να επαληθεύσετε ότι ο συγκεκριμένος ορισμός ικανοποιείται για τις NEMS τις οποίες υπολογίσατε.

Θέμα 8ο. Δίνεται το δίλημμα του φυλακισμένου στη γενική του μορφή

		2	
		MO	O
1	MO	a,a	b,c
	O	c,b	d,d

$c > a > d > b$

Το συγκεκριμένο παίγνιο υποθέτουμε τώρα ότι παίζεται επ' αόριστο μεταξύ των παιχτών 1 και 2 με πιθανότητα επανάληψης $0 < P < 1$. Να δείξετε ότι η συνεργασία του παίχτη 1 με τον παίχτη 2, δηλαδή η επιλογή της στρατηγικής (MO, MO), είναι επωφελής για τον παίχτη 1 (άρα ακριβώς το ίδιο επωφελής και για τον παίχτη 2 λόγω συμμετρίας του παιγνίου) ανν (αν και μόνο αν) η πιθανότητα επανάληψης του παιγνίου είναι $P > \frac{c-a}{c-d}$. Τι ισχύει για ένα στατικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης το οποίο έχει μοναδική ισορροπία Nash σε καθαρές στρατηγικές όταν αυτό επαναληφθεί $T < +\infty$ φορές; Να διατυπωθεί το σχετικό θεώρημα.