

Ιστορία της Γραμμικής Άλγεβρας

Μία σύντομη Επισκόπηση

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών, ΑΠΘ
Θεσσαλονίκη 2009

Βασικές Έννοιες τη Γραμμικής Άλγεβρας

- Πίνακες
- Γραμμικές εξισώσεις
- Ορίζουσες
- Διανυσματικοί χώροι
- Γραμμική ανεξαρτησία
- Διάσταση
- Διγραμμικές μορφές
-

Γραμμικά συστήματα και πίνακες: η αρχή

- Περίπου το 300 π.Χ. οι αρχαίοι Βαβυλώνιοι έλυναν προβλήματα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους.
- Οι Κινέζοι ανάμεσα στο 200 π.Χ. με 100 π.Χ. χρησιμοποίησαν πίνακες, π.χ. στα «Εννέα Κεφάλαια της Μαθηματικής Τέχνης» (Δυναστείας Han). (Η μέθοδος που χρησιμοποίησαν είναι ουσιαστικά η μέθοδος του Gauss).

- Ο Cardan στο βιβλίο του *Ars Magna* (το Μεγάλο Έργο) το 1545 δίνει έναν κανόνα που είναι ουσιαστικά ο κανόνας του Cramer για την επίλυση 2 εξισώσεων, προσεγγίζοντας την έννοια της ορίζουσας.



1501-1576
Ιταλία

Στην Ιαπωνία ο Seki το 1683 έγραψε την « μέθοδος επίλυσης των απόκρυφων προβλημάτων» όπου εισήγαγε τις ορίζουσες και έδωσε μεθόδους για τον υπολογισμό τους (χωρίς όμως να τις ορίσει ως αυτόνομη έννοια).



1642 – 1708

Ιαπωνία

- Την ίδια ακριβώς ημερομηνία (1683) στην Ευρώπη ο Leibniz σε ένα γράμμα του στον de L'Hopital εξηγούσε τη συνθήκη στην ορίζουσα (χωρίς να την ονομάζει έτσι) για να είναι συμβατό ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων. Δούλεψε σε αυτά από το 1678 και μετά, ως το τέλος της ζωής του. Στα κείμενά του έδειχνε διάφορους τρόπους για τον υπολογισμό της ορίζουσας.



1646 – 1716

Γερμανία

- Ο Cramer το 1750 δίνει τον γενικό κανόνα που είναι σήμερα γνωστός με το όνομά του για τη λύση ενός $n \times n$ συστήματος. Η προσπάθειά του ήταν να βρει την εξίσωση μίας καμπύλης που περνάει από δεδομένο αριθμό σημείων.



1704-1752
Ελβετία

Ορίζουσες

- Bezout (1764)



1730-1783
Γαλλία

- Vandermonde (1771)

1735 - 1796

- Laplace (1772)

(διακρίνουσα=ορίζουσα)



1749 – 1827
Γαλλία

- Ο Maclaurin έγραψε το 1730 την «πραγματεία της άλεβρας». Αυτή εκδόθηκε το 1748 και περιέχει τα πρώτα δημοσιευμένα αποτελέσματα πάνω στις ορίζουσες.



1698 - 1746
Σκωτία



Gauss

1777-1855
Γερμανία

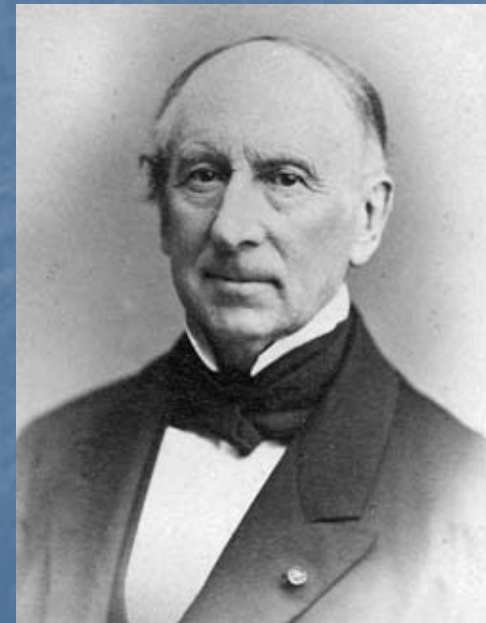


Το 1801 στην εργασία του *Disquisitiones arithmeticae* εξετάζει τετραγωνικές μορφές και εισάγει τον όρο «ορίζουσα». Γράφει τους συντελεστές μίας τετραγωνικής μορφής σε τετράγωνους πίνακες, περιγράφει τον πολλαπλασιασμό πινάκων ως σύνθεση συναρτήσεων-μορφών, και αντιστρόφους. Χρησιμοποιεί τη μέθοδο απαλοιφής για τη μελέτη της τροχιάς του αστεροειδούς Αθηνά, σε ένα σύστημα με 6 εξισώσεις και 6 αγνώστους.

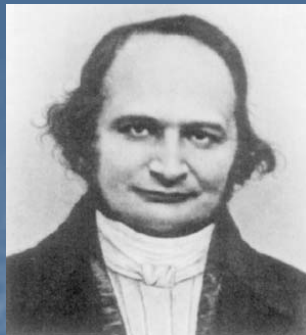
Cauchy

- ορίζουσα- θεώρημα πολλαπλασιασμού (1812)
- όρο «πίνακα» (array) (1826)
- ιδιοτιμές
- διαγωνιοποίηση πινάκων.
- ιδιότητες ομοίων πινάκων.

1789-1857
Γαλλία

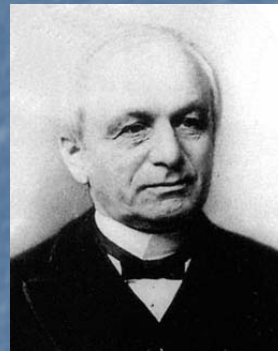


- Jacobi (1841)



1804-1851

- Kronecker (1850)



1823 - 1891

- Weierstrass (1860)



1815-1897

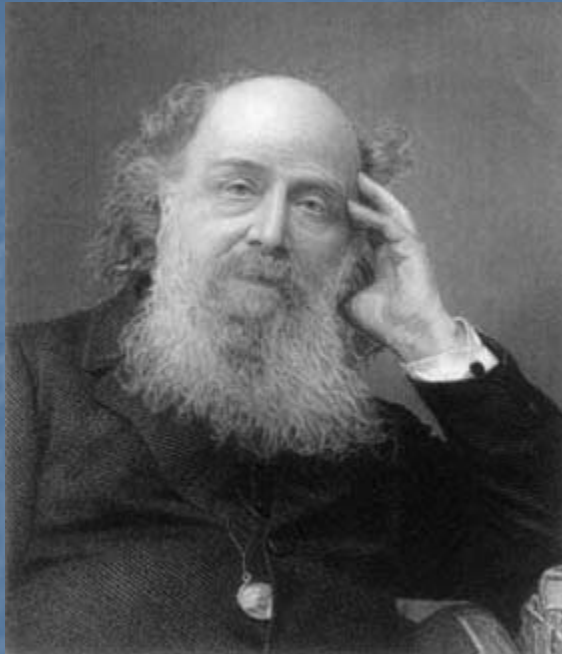
Cayley και Sylvester

Μαθηματικοί και Δικηγόροι

- Ο όρος «matrix» (μητρώο) πρωτοεισήχθηκε από τον Sylvester το 1850.
- Cayley είχε δημοσιεύσεις στο θέμα των οριζουσών από το 1841. Το 1858 αφού συνάντησε τον Sylvester δημοσίευσε το «Μνημόνιο στη θεωρία των πινάκων»

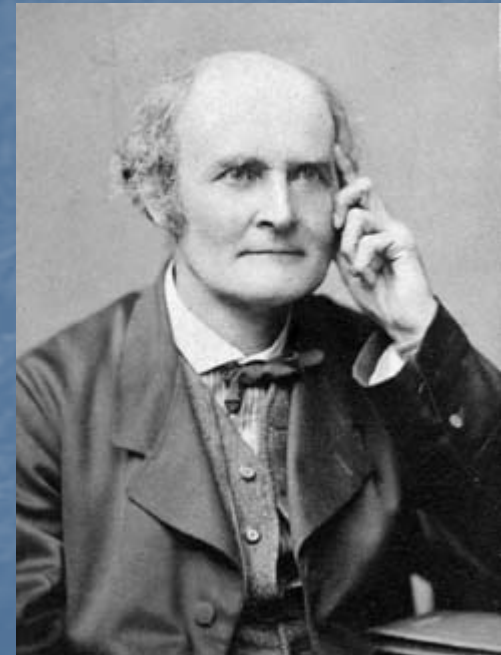
Sylvester

1814-1897



Cayley

1821-1895



- Ο Cayley εισήγαγε τον συμβολισμό $|A|$ για την ορίζουσα του A .
- Συνένωσε τα προηγούμενα αποτελέσματα.
- Όρισε την άλγεβρα των πινάκων ορίζοντας την πρόσθεση, τον πολλαπλασιασμό, τον σκαλιανό πολλαπλασιασμό και τα αντίστροφους πινάκων.
- Απέδειξε ότι οι 2×2 πίνακες ικανοποιούν την χαρακτηριστική εξίσωση και το έλεγξε για 3×3 .



Frobenius

1849-1917
Γερμανία

- Βαθμίδα πίνακα (1878)
- Κάθε πίνακας ικανοποιεί την χαρακτηριστική του εξίσωση (1878)
- Το μετονόμασε Θεώρημα των Cayley-Hamilton αφού διάβασε το βιβλίο του Cayley (1896)

- Το 1903 μετά τον θάνατό των Weierstrass και Kronecker δημοσιεύτηκαν δύο εργασίες τους που έθεταν την θεωρία των οριζουσών σε αξιωματική βάση.

Διανυσματικοί χώροι

- Cayley (1843 διάσταση)
- Hamilton (1843: τετράδες του Hamilton---
όρο διάνυσμα)



1805-1865

Grassman

(1844)



1809-1877

Εννοιες n -διάστατου
διανυσματικού χώρου

Υποχώρου

Βάσης

Διάστασης

Γραμμικού μετασχηματισμού

- Ο Peano το 1888 επηρεάστηκε από τον Grassman και έδωσε τον αξιωματικό ορισμό διανυσματικού χώρου πάνω από τους πραγματικούς και απέδειξε διάφορα θεωρήματα για τη διάσταση. Όμως οι ιδέες του δεν έγιναν άμεσα αποδεκτές.

1858-1932
Ιταλία



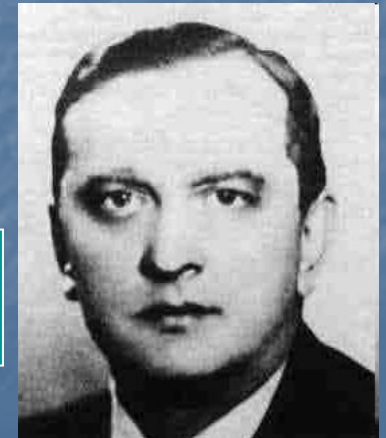
Διανυσματικοί Χώροι

- Weyl (1918) Θεωρία της σχετικότητας, (δ.χ. στην γεωμετρία)



1885-1955
Γερμανία

- Banach (1920) μοντέρνα μορφή, (δ.χ. στην ανάλυση)



1892-1945
Αυστρία

Διανυσματικοί Χώροι

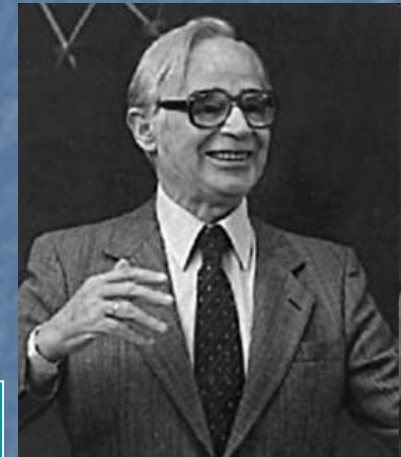
- Emmy Noether 1921
(δ.χ. στην άλγεβρα)

1882-1935



Διανυσματικοί Χώροι

- Van der Waerden (επηρεασμένος από Noether)
Συγγραφέας του περίφημου
Modern Algebra (1930):
κεφάλαιο με τίτλο
Linear Algebra, όπου ο
όρος χρησιμοποιείται όπως
και σήμερα.

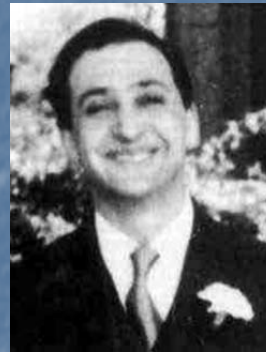


1903-1996
Ολλανδία

Ίσως το πρώτο «μοντέρνο» διδακτικό βιβλίο προπτυχιακής γραμμικής άλγεβρας (?)

1955 Mirsky

«An introduction to linear algebra»



1918-1983