

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - (Γραμμική Αλγεβρα)

**Ασκήσεις Προσωπικής Μελέτης.- Ομάδα 1η.**

Διδάσκων: Δρ. Σ. Κώτσιος

**0.1** Να υπολογισθεί το γινόμενο:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

**0.2** Να υπολογισθεί το γινόμενο:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

**0.3** Εάν  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ , βρείτε παράδειγμα ώστε  $AB = AC$  αλλά  $B \neq C$ .

**0.4** Εάν ο  $B$  είναι ο αντίστροφος του  $A^2$ , δείξτε ότι ο αντίστροφος του  $A$  είναι ο  $AB$ .

**0.5** Εάν  $A$  και  $B$  είναι τετραγωνικοί πίνακες, δείξτε ότι ο  $I - AB$  είναι αντιστρέψιμος, όταν ο  $I - BA$  είναι αντιστρέψιμος.

**0.6** Βρείτε τον αντίστροφο του  $A = \begin{bmatrix} n & -1 & . & -1 \\ -1 & n & . & -1 \\ . & . & . & -1 \\ -1 & -1 & -1 & n \end{bmatrix}$ .

**0.7** Αποδείξτε ότι, εάν τα στοιχεία του πίνακα  $A$  είναι ακέραιοι αριθμοί και  $\det(A) = 1$  τότε και τα στοιχεία του  $A^{-1}$  είναι ακέραιοι αριθμοί.

**0.8** Δίδεται ο πίναξ  $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Δείξτε ότι  $P^{-1} = P^T$ .

**0.9** Εστω  $A$  τυχαιός πίνακας. Δείξτε ότι ο  $AA^T$  είναι συμμετρικός.

**0.10** Εστωσαν  $A, B$  δύο  $n \times n$  πίνακες με  $AB = BA$ . Αποδείξτε ότι  $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ .

**0.11** Να βρεθεί η τάξις του πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**0.12** Να βρεθεί η τάξις του πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

**0.13** Να βρεθεί η τάξις του πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**0.14** Βρείτε τον αντίστροφο (εάν υπάρχει) του

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -9 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

**0.15** Βρείτε τον αντίστροφο (εάν υπάρχει) του

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

**0.16** Βρείτε τον αντίστροφο (εάν υπάρχει) του

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

**0.17** Δείξτε ότι  $\det(A^T A) = \det(A^2)$ ,  $A$  ένας τετραγωνικός πίνακας.

**0.18** Δίδεται ο πίναξ  $A$  με διαστάσεις  $m \times n$ . Βρείτε τις διαστάσεις του πίνακα  $((A^T)^T)^T$ .