

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad C_t = \beta_0 + \beta_1 G_t + \beta_2 P_t + u_t$$

όπου C είναι οι εκπομπές CO_2 (σε χιλιάδες kt), G είναι το ΑΕΠ (σε δισεκατομμύρια \$) και P είναι ο πληθυσμός (σε εκατομμύρια άτομα). Με βάση ένα δείγμα 53 χωρών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,4 & -0,6 & -0,4 \\ -0,6 & 0,8 & -0,8 \\ -0,4 & -0,8 & 0,2 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad SST = 100, \quad R^2 = 0,75$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για τις μέσες εκπομπές CO_2 χωρών με ΑΕΠ 100 εκατομμύρια \$ και πληθυσμό 10 εκατομμύρια άτομα.

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείματος (1). ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι ο ερευνητής θέλει να εξετάσει αν οι συντελεστές της παλινδρόμησης δεν διαφοροποιούνται για τις ανεπτυγμένες χώρες σε σχέση με τις αναπτυσσόμενες χώρες. Με τη βοήθεια ψευδομεταβλητών, να περιγράψετε τη διαδικασία ελέγχου της εν λόγω υπόθεσης. ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση καθορισμού ενοικίων ακινήτων $R_t = \beta_0 P_t^{\beta_1} E_t^{\beta_2} Y_t^{\beta_3} \varepsilon_t$, όπου R είναι το ενοίκιο (σε €/έτος), P είναι η τιμή (σε χιλιάδες €) και E είναι το εμβαδόν (σε τετραγωνικά μέτρα) και Y είναι ο αριθμός των υπνοδωματίων. Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 ακινήτων

$$(1) \quad \ln(\widehat{R}_t) = -0,45 + 0,96 \ln(P_t) + 0,88 \ln(E_t) + 0,24 \ln(Y_t), \quad SSR = 0,5, \quad SST = 0,6$$

(0,15) (0,12) (0,44) (0,36)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης. Ποια είναι η πρόβλεψη για το ενοίκιο όταν το ακίνητο είναι 100 τετραγωνικά μέτρα με 2 υπνοδωμάτια και η τιμή του είναι 100.000€;

β) (βαθμοί: 1,5) Έστω τώρα ότι με βάση το ίδιο δείγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \ln(\widehat{R}_t) = -0,28 + 0,65 X_t, \quad SSR = 0,2$$

(0,14) (0,15)

όπου $X_t = \ln(P_t) + \ln(E_t) + 0,5 \ln(Y_t)$ και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο υπόδειγμα (2);

γ) (βαθμοί: 0,5) Θα υπήρχε πρόβλημα στην εκτίμηση του υποδείματος (1) αν τα μισά ακίνητα στο δείγμα είχαν εμβαδόν 50 τετραγωνικά μέτρα και 1 υπνοδωμάτιο και τα άλλα μισά ακίνητα στο δείγμα είχαν εμβαδόν 150 τετραγωνικά και 3 υπνοδωμάτια; Αιτιολογήστε.

δ) (βαθμοί: 1) Για τα κατάλοιπα \hat{u} του υποδείγματος (1) βρέθηκε το αποτέλεσμα

$$(3) \quad \hat{u}_t^2 = 0,02 - 0,01\ln(P_t), \quad R^2 = 0,1$$

Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση το υπόδειγμα (3); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$). Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του (1); Αιτιολογείστε.

ε) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $P_t = 0,5W_t\varepsilon_t$ και W είναι μία τυχαία μεταβλητή ανεξάρτητη του ε . Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη συνεπή εκτίμηση των συντελεστών του (1). Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η προσδοκώμενη τιμή C^* της κατανάλωσης C καθορίζεται από το υπόδειγμα

$$C_t^* = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$$

όπου Y είναι το εισόδημα. Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής ισχύει ότι

$$C_t - C_{t-1} = \gamma(C_t^* - C_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 μηνών

$$(1) \quad \hat{C}_t = 1,15 + 0,45Y_t + 0,15Y_{t-1} + 0,42C_{t-1}, \quad R^2 = 0,4$$

(0,01) (0,05) (0,03) (0,02)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 3) **i)** Να υπολογισθεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι 0,5. ($\alpha=0,05$). **ii)** Να υπολογισθούν ο βραχυχρόνιος, ο 1^{ος} ενδιάμεσος και ο 2^{ος} ενδιάμεσος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2) Δίνεται ότι

$$(2) \quad I_t = \delta_0 + \delta_1 I_{t-1} + \omega_t$$

$$(3) \quad Y_t = C_t + I_t$$

όπου I είναι η επένδυση και τα σφάλματα u και ω είναι ταυτόχρονα ασυσχέτιστα. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών στις (1), (2) και (3); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) άριστη εκτίμηση των συντελεστών στις (1), (2) και (3). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{1,49,0,05}=4,038$, $F_{1,50,0,05}=4,034$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{2,49,0,05}=3,187$, $F_{2,50,0,05}=3,183$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $F_{3,49,0,05}=2,794$, $F_{3,50,0,05}=2,790$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.