

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι - ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ - 2006

Διδάσκων: Στ. Κώτσιος

ΠΡΟΣΟΧΗ. Όσες και όσοι από τις κυρίες και κυρίους φοιτητές επιθυμούν να ενημερωθούν ηλεκτρονικά για τον βαθμό τους, παρακαλούνται όπως προστρέξουν στην ιστοσελίδα του Τμήματος ([www.econ.uoa.gr](http://www.econ.uoa.gr)) στην διεύθυνση ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΘΕΜΑ 1ον:** (15 Μονάδες) Έστω  $\mathbf{R}$  το σύνολο των πραγματικών αριθμών και  $G$  μία σχέση στο  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ . Το ζεύγος  $(x, y)$  ανήκει στη  $G$  εάν και μόνο εάν μπορούμε να βρούμε έναν ακέραιο αριθμό  $\rho$  έτσι ώστε  $x - y = 2\rho$ . Δείξτε ότι η  $G$  είναι σχέση ισοδυναμίας.

**ΘΕΜΑ 2ον:** (15 Μονάδες) Δίδεται ότι:

$$f(x, y) = (xy)^{(xy)}$$

Υπολογίστε την ποσότητα:  $f(1.01, 1.01)$ .

**ΘΕΜΑ 3ον:** (15 Μονάδες) Υπολογίζεται ότι, εάν καλλιεργήσουμε 24 μηλιές σε ένα εκτάριο, θα πάρουμε 500 μήλα ανά δένδρο τον χρόνο. Για κάθε ένα επιπλέον δένδρο ανά εκτάριο η παραγωγή μειώνεται κατά 11 μήλα ανά δένδρο τον χρόνο. Πόσα δένδρα πρέπει να καλλιεργηθούν ανά εκτάριο ώστε να πάρουμε τα περισσότερα δυνατόν μήλα;

**ΘΕΜΑ 4ον:** (20 Μονάδες) (α) Έστω μία κοίλη συνάρτηση ζήτησης. Δείξτε ότι η ελαστικότητα της είναι φθίνουσα.

(β) Αρχικό κεφάλαιο  $K_0$  ανατοκίζόμενο ετησίως με επιτόκιο  $r$  για  $\nu$  έτη, αποδίδει ποσό  $K$ . Εάν το επιτόκιο αυξηθεί κατά 1% του  $r$ , πόσο θα αλλάξει το  $K$ ;

**ΘΕΜΑ 5ον:** (15 Μονάδες) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα:

$$T^* = k \int_0^{\bar{u}} u^2 (\bar{u} - u)^{\gamma-1} du, \quad \bar{u}, \gamma > 0$$

**ΘΕΜΑ 6ον:** (20 Μονάδες) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)}$$