



# Ο Αναστροφέας

(Πύλη NOT)

# Τύποι Αναλύσεων

- Για την μελέτη της συμπεριφοράς των κυκλωμάτων υπάρχουν οι ακόλουθοι τύποι
- AC (Μελέτη εναλλασσόμενων σημάτων)
- DC (Μελέτη συνεχών σημάτων)
- Transient (Μελέτη παραμέτρων όπως ρεύμα, τάση συναρτήσει του χρόνου)

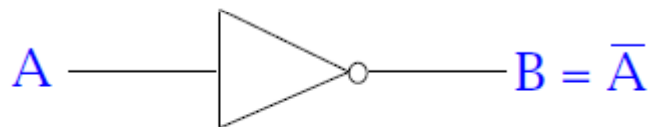
# Για ψηφιακά κυκλώματα

- Κυρίως χρησιμοποιείται η Transient ανάλυση.
- Η DC χρησιμεύει για κατανόηση της Transient ανάλυσης.

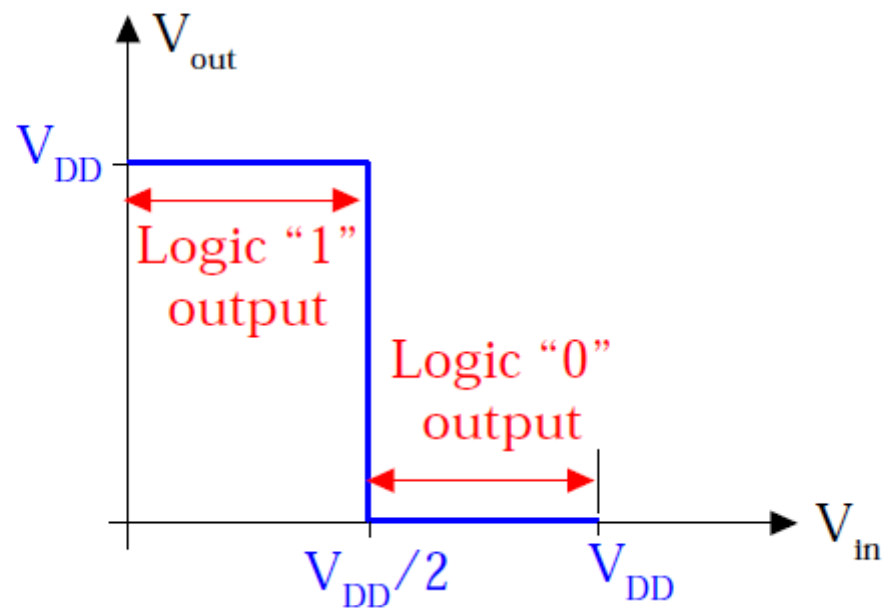
# Για αναλογικά κυκλώματα

- Η AC είναι βασική

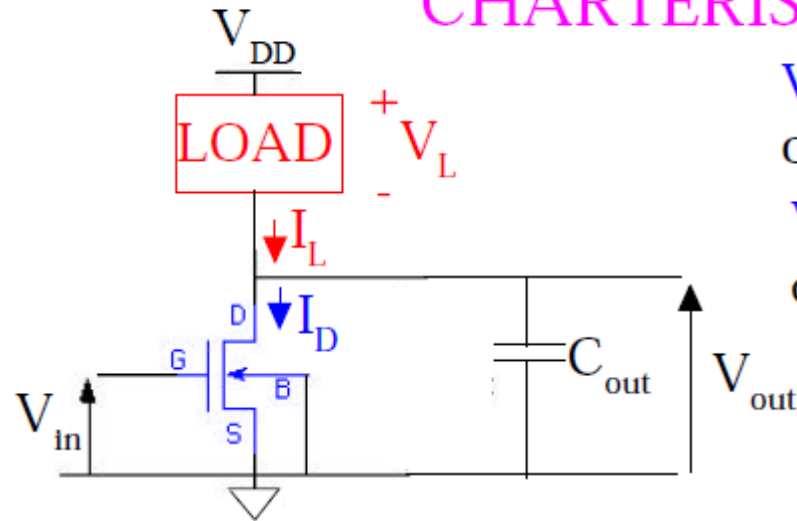
# IDEAL INVERTER VOLTAGE TRANSFER CHARACTERISTIC (VTC)



A	B
0	1
1	0



# ACTUAL INVERTER VOLTAGE TRANSFER CHARACTERISTIC (VTC)

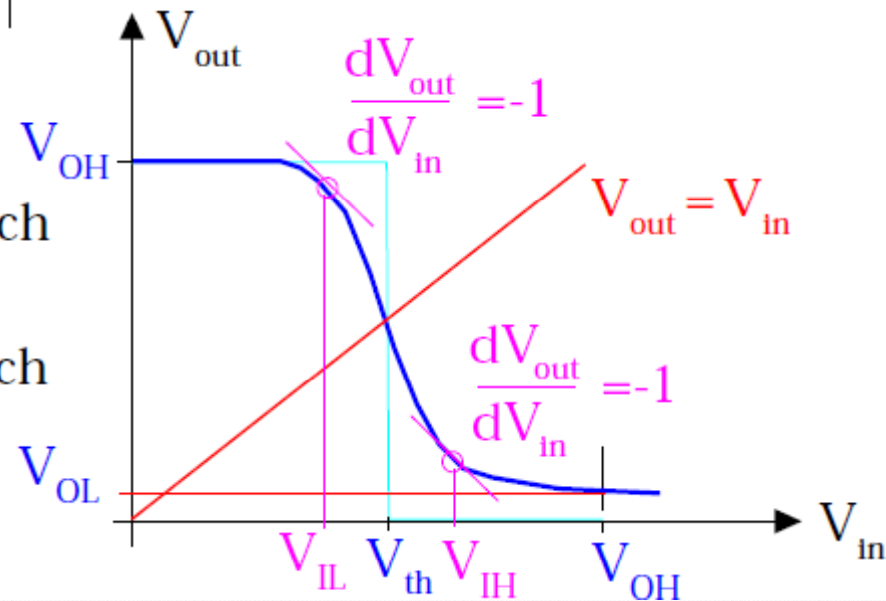


$V_{OH}$  -> max output voltage when output is "1"

$V_{OL}$  -> min output voltage when output is "0"

$V_{IL}$  -> max input voltage which can be interpreted as "0"

$V_{IH}$  -> min input voltage which can be interpreted as "1"



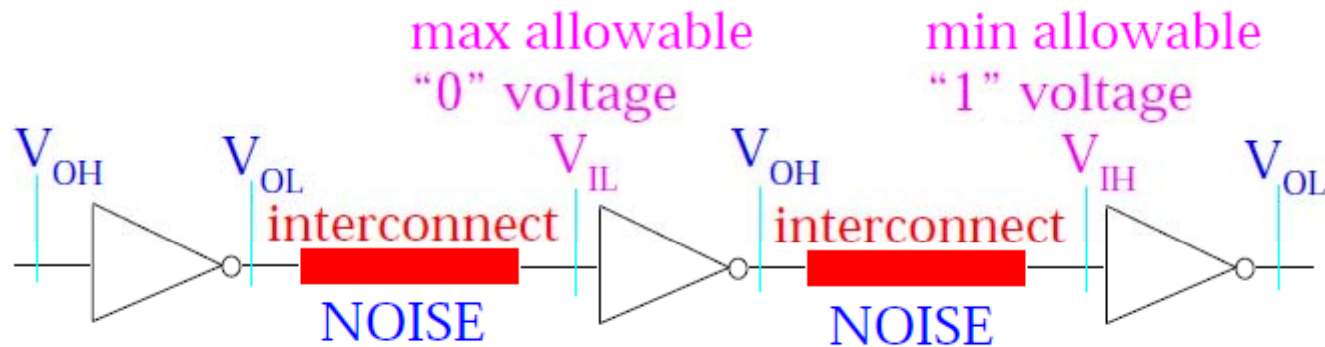
## NOISE IMMUNITY AND NOISE MARGINS

$V_{OH}$  -> max output voltage when output is "1"

$V_{OL}$  -> min output voltage when output is "0"

$V_{IL}$  -> max input voltage which can be interpreted as "0"

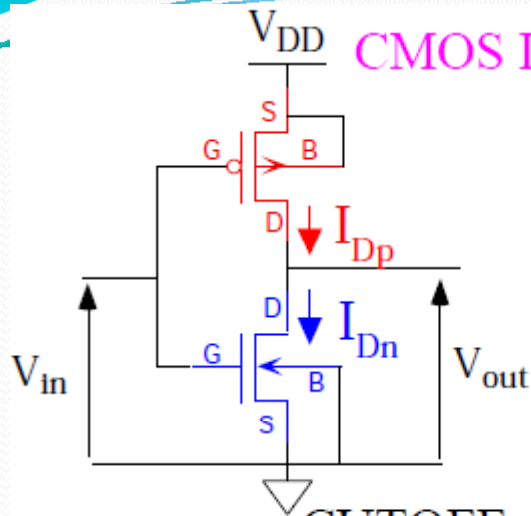
$V_{IH}$  -> min input voltage which can be interpreted as "1"



$$NM_H = V_{OH} - V_{IH}$$

$$NM_L = V_{IL} - V_{OL}$$

# CMOS INVERTER - STATIC CHARACTERISTICS



$$V_{in} = V_{gsn} = V_{gsp} + V_{DD}$$

$$V_{out} = V_{dsn} = V_{dsp} + V_{DD}$$

CUTOFF

NONSATURATED

SATURATED

p-device

$$V_{GSp} > V_{Tp}$$

$$V_{GSp} < V_{Tp}$$

$$V_{GSp} < V_{Tp}$$

$$V_{in} > V_{Tp} + V_{DD}$$

$$V_{in} < V_{Tp} + V_{DD}$$

$$V_{in} < V_{Tp} + V_{DD}$$

$$V_{DSp} > V_{GSp} - V_{Tp}$$

$$V_{DSp} < V_{GSp} - V_{Tp}$$

$$V_{out} > V_{in} - V_{Tp}$$

$$V_{out} < V_{in} - V_{Tp}$$

n-device

$$V_{GSn} < V_{Tn}$$

$$V_{GSn} > V_{Tn}$$

$$V_{GSn} > V_{Tn}$$

$$V_{in} < V_{Tn}$$

$$V_{in} > V_{Tn}$$

$$V_{in} > V_{Tn}$$

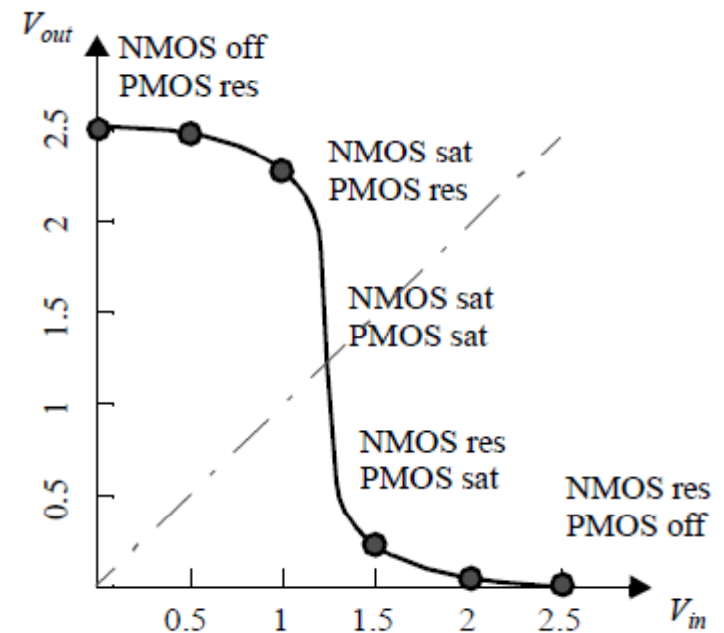
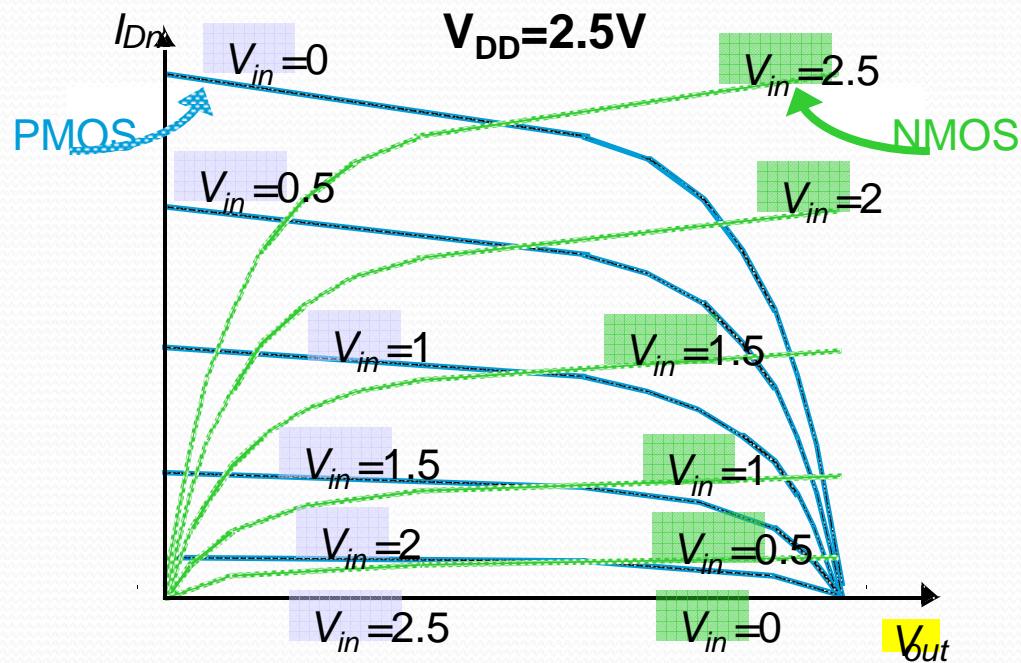
$$V_{DSn} < V_{GSn} - V_{Tn}$$

$$V_{DSn} > V_{GSn} - V_{Tn}$$

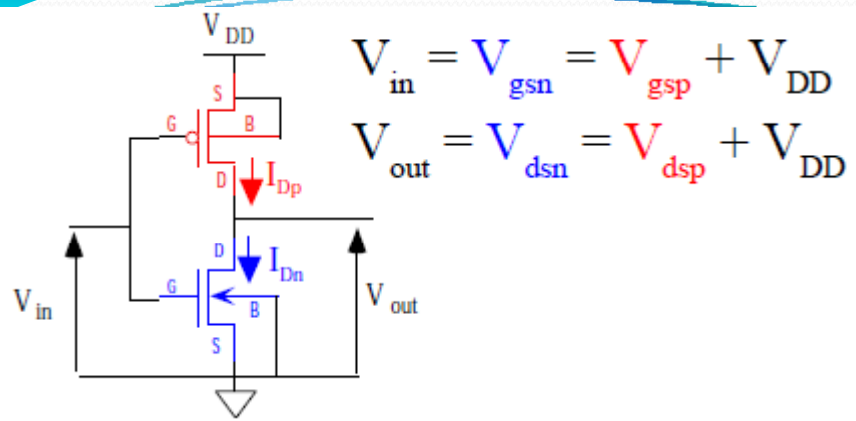
$$V_{out} < V_{in} - V_{Tn}$$

$$V_{out} > V_{in} - V_{Tn}$$

# Χαρακτηριστική μεταφοράς CMOS αναστροφέα

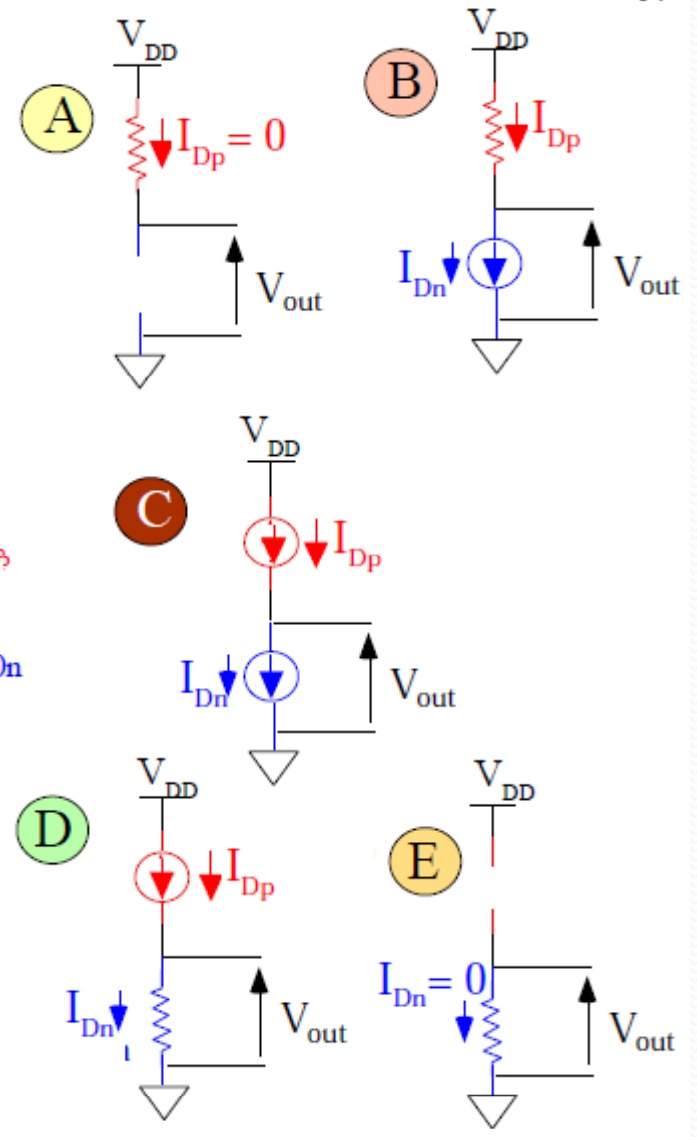
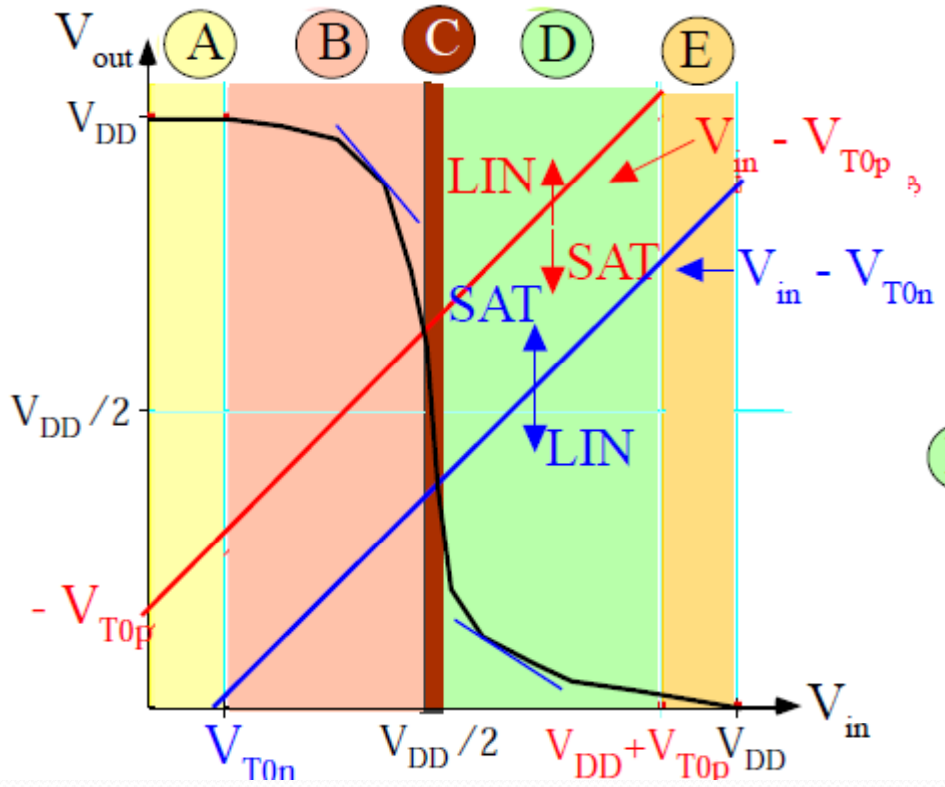




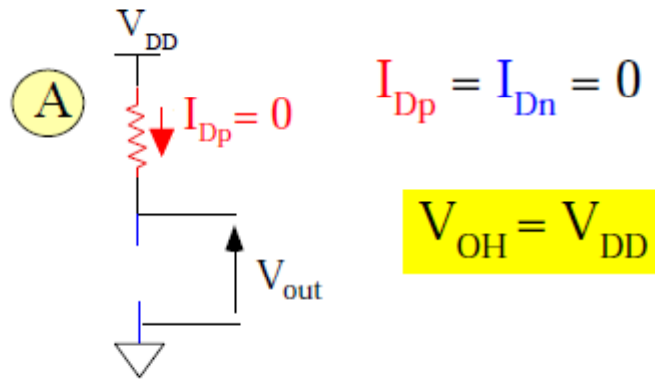


$$V_{in} = V_{gsn} = V_{gsp} + V_{DD}$$

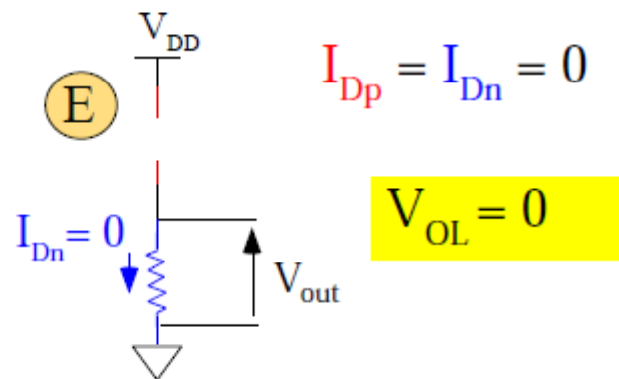
$$V_{out} = V_{dsn} = V_{dsp} + V_{DD}$$



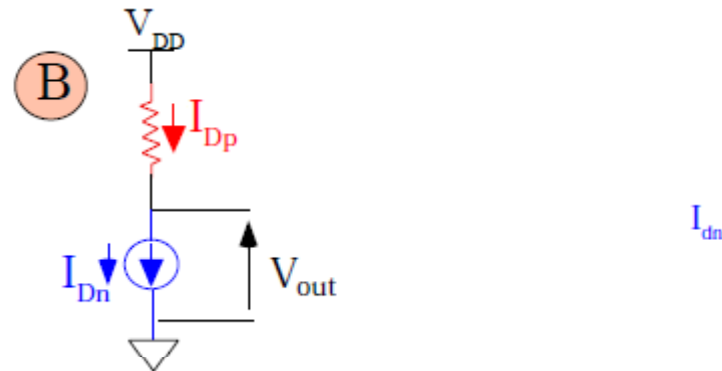
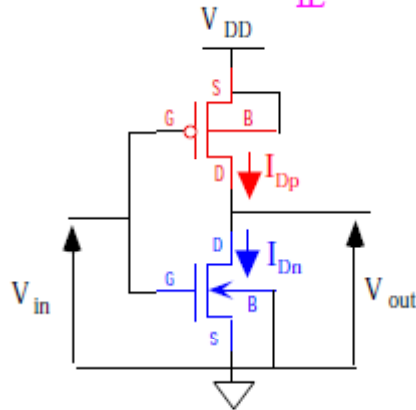
### CALCULATE $V_{OH}$



### CALCULATE $V_{OL}$



## CALCULATE $V_{IL}$



$$I_{Dp} = I_{Dn}$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n (V_{GSn} - V_{T0n})^2 = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p [2(V_{GSp} - V_{T0p})V_{DSp} - V_{DSp}^2]$$

$$V_{GSn} = V_{in}, \quad V_{GSp} = V_{in} - V_{DD}, \quad V_{DSp} = V_{out} - V_{DD}$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n (V_{in} - V_{T0n})^2$$

$$= \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p [2(V_{in} - V_{DD} - V_{T0p})(V_{out} - V_{DD}) - (V_{out} - V_{DD})^2]$$

$$\begin{aligned} & \frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n (V_{in} - V_{T0n})^2 \\ & = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p \left[ 2(V_{in} - V_{DD} - V_{T0p})(V_{out} - V_{DD}) - (V_{out} - V_{DD})^2 \right] \end{aligned} \quad (1)$$

DIFFERENTIATING wrt  $V_{in}$

$$k'_n \left( \frac{W}{L} \right)_n \left( \overset{V_{IL}}{\cancel{V_{in}}} - V_{T0n} \right) = k'_p \left( \frac{W}{L} \right)_p \left[ (V_{out} - V_{DD}) + \left( \overset{V_{IL}}{\cancel{V_{in}}} - V_{DD} - V_{T0p} \right) \frac{dV_{out}}{dV_{in}} \right] \quad (-1)$$

$$- (V_{out} - V_{DD}) \frac{dV_{out}}{dV_{in}} \quad (-1)$$

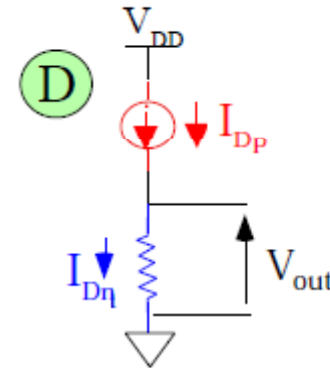
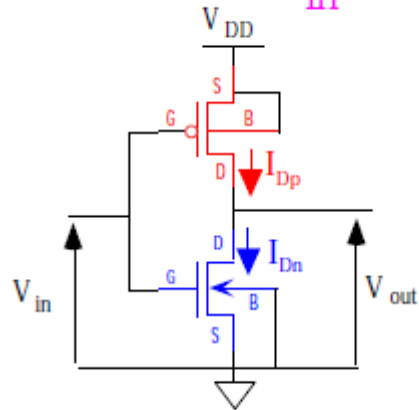
$$k'_n \left( \frac{W}{L} \right)_n (V_{IL} - V_{T0n}) = k'_p \left( \frac{W}{L} \right)_p \left[ 2V_{out} - V_{IL} + V_{T0p} - V_{DD} \right]$$

SOLVING FOR  $V_{IL}$

$$V_{IL} = \frac{2V_{out} + V_{T0p} - V_{DD} + k_R V_{T0n}}{1 + k_R} \quad \text{where} \quad k_R = \frac{k'_n (W/L)_n}{k'_p (W/L)_p} \quad (2)$$

SOLVE (1) and (2) for  $V_{out}$  and  $V_{IL}$

## CALCULATE $V_{IH}$



$$I_{Dp} = I_{Dn}$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n [2(V_{GSn} - V_{T0n})V_{DSn} - V_{DSn}^2] = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{GSp} - V_{T0p})^2$$

$$V_{GSn} = V_{in}, V_{DSn} = V_{out}, V_{GSp} = V_{in} - V_{DD}$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n [2(V_{in} - V_{T0n})V_{out} - V_{out}^2] = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{in} - V_{DD} - V_{T0p})^2$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n [2(V_{in} - V_{T0n})V_{out} - V_{out}^2] = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{in} - V_{DD} - V_{T0p})^2 \quad (3)$$

DIFFERENTIATING wrt  $V_{in}$

$$k'_n \left( \frac{W}{L} \right)_n \left[ (V_{in} - V_{T0n}) \frac{dV_{out}}{dV_{in}} + V_{out} - V_{out} \frac{dV_{out}}{dV_{in}} \right] = k'_p \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{in} - V_{DD} - V_{T0p})$$

$$k'_n \left( \frac{W}{L} \right)_n [-V_{IH} + V_{T0n} + 2V_{out}] = k'_p \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{IH} - V_{DD} - V_{T0p})$$

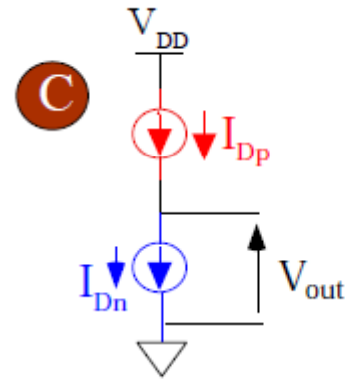
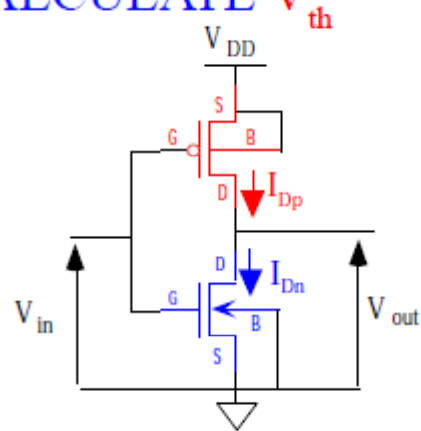
SOLVING FOR  $V_{IH}$

$$V_{IH} = \frac{V_{DD} + V_{T0p} + k_R(2V_{out} + V_{T0n})}{1 + k_R} \quad (4)$$

where  $k_R = \frac{k'_n(W/L)_n}{k'_p(W/L)_p}$

SOLVE (3) and (4) for  $V_{out}$  and  $V_{IH}$

CALCULATE  $V_{th}$



$$I_{Dp} = I_{Dn}$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n (V_{GSn} - V_{T0n})^2 = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{GSp} - V_{T0p})^2$$

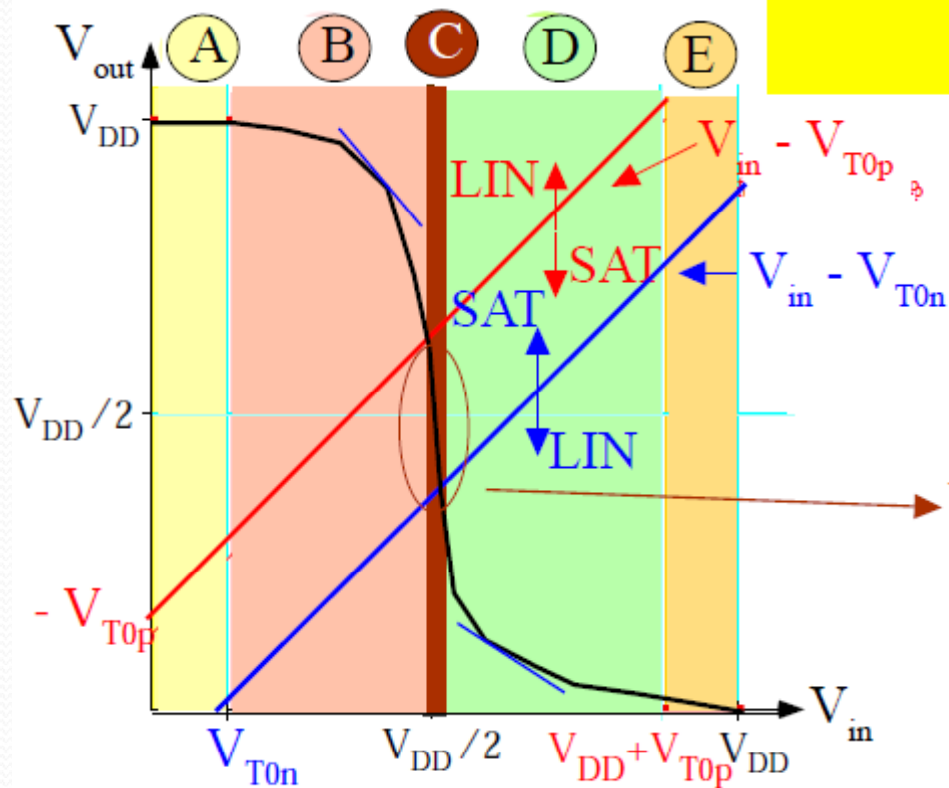
$$V_{GSn} = V_{in}, V_{GSp} = V_{in} - V_{DD}$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n (V_{in} - V_{T0n})^2 = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{in} - V_{DD} - V_{T0p})^2$$

$$\frac{k'_n}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_n (V_{in} - V_{T0n})^2 = \frac{k'_p}{2} \left( \frac{W}{L} \right)_p (V_{in} - V_{DD} - V_{T0p})^2$$

SOLVING for  $V_{th} = V_{in}$

$$V_{in} = V_{th} = \frac{V_{T0n} + \sqrt{\frac{I}{k_R} (V_{DD} + V_{T0p})}}{\left( 1 + \sqrt{\frac{I}{k_R}} \right)}$$



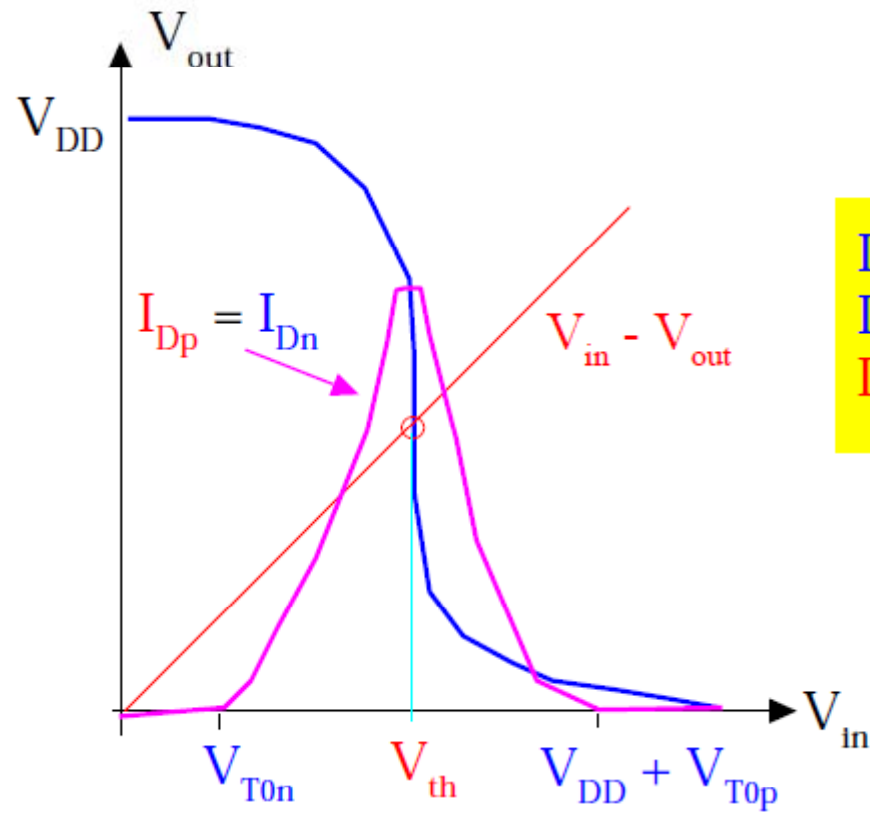
NOTE THAT

$$V_{th} = V_{in} = V_{out}$$

$$V_{th} - V_{T0n} < V_{out} < V_{th} - V_{T0p}$$



## POWER SUPPLY CURRENT VS $V_{IN}$

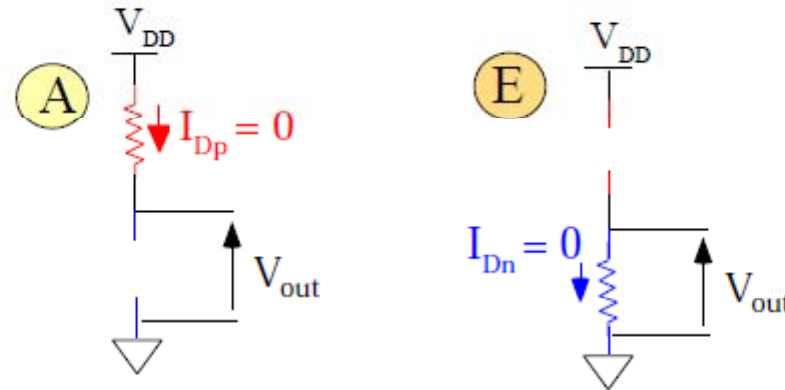


$$I_{DC} = 0, V_{in} < V_{T0n}$$

$$I_{DC} = 0, V_{in} > V_{DD} + V_{T0p}$$

$$I_{DC} = \text{MAX}, V_{in} = V_{th}$$

## POWER DISSIPATION CONSIDERATIONS



$$P_{DC} = \frac{V_{DD}}{2} [I_{DC}(V_{in} = "0") + I_{DC}(V_{in} = "1")] = \frac{P(V_{in} = 0) + P(V_{in} = 1)}{2}$$

WHEN  $V_{in} = V_{OL}$ :  $I_L = I_D = 0 \Rightarrow P(V_{in} = 0) = 0$

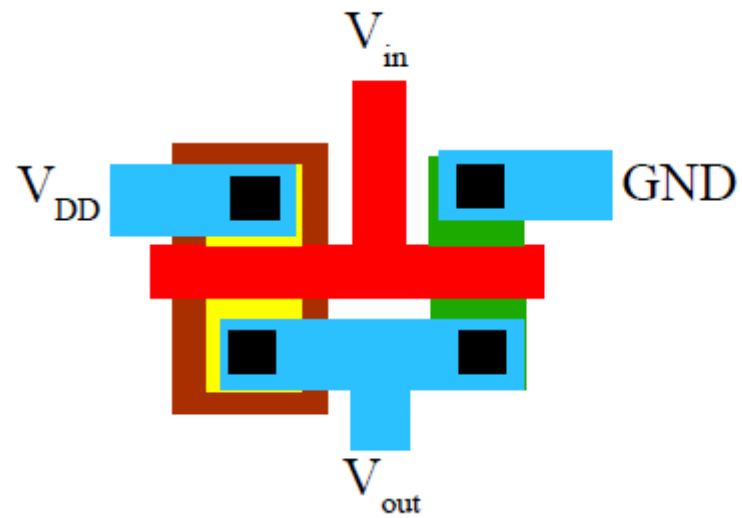
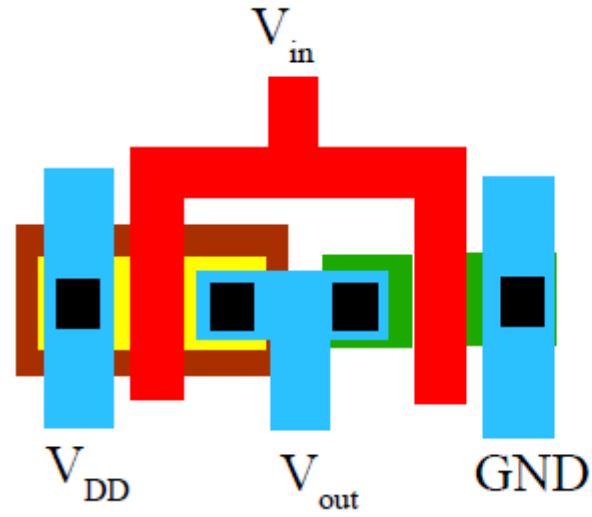
WHEN  $V_{in} = V_{OH}$ :  $I_L = I_D = 0 \Rightarrow P(V_{in} = 1) = 0$

$$P_{DC} = 0$$

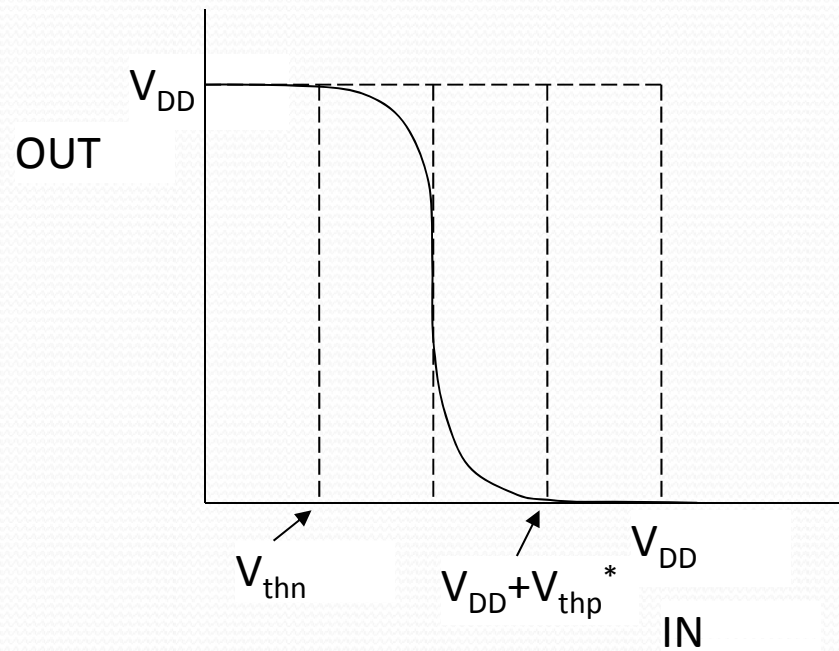
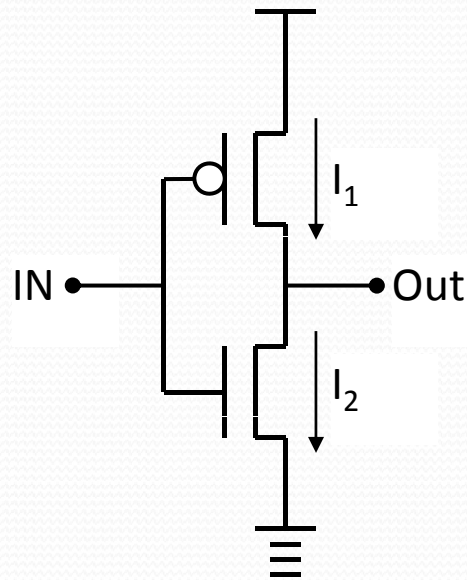
## DIE AREA CONSIDERATIONS

### COLOR LEGEND

-  n-Well
-  n<sup>+</sup>
-  Polysilicon
-  p<sup>+</sup>
-  Metal 1
-  Contact/via



# DC ανάλυση ενός αναστροφέα



\*  $V_{thp}$ , αρνητικό, εναλλακτικά  $V_{DD} - |V_{thp}|$

- Θα εξετάσουμε περιπτώσεις όπου

$$V_{thn} < V_{DD} - |V_{thp}|$$

- Για μία τιμή της εισόδου λίγο πάνω από το  $V_{thn}$  το n-MOS τρανζίστορ είναι στην περιοχή κόρου
  - Η έξοδος θα είναι σχεδόν στο  $V_{DD}$  άρα θα είναι πάνω από την τιμή της εισόδου. Δηλαδή  $V_D > V_G$ . Επομένως  $V_{GD} = V_G - V_D < 0$
- Αντίστοιχα για μία τιμή λίγο λιγότερη από  $V_{DD} - |V_{thp}|$  το p-MOS θα είναι στην περιοχή κόρου

- Το n-MOS και το p-MOS δεν μπορούν να είναι ταυτόχρονα στην περιοχή τριόδου.
- Για την περιοχή τριόδου έχω
- n-MOS
  - $V_{GD} > V_{thn} \Leftrightarrow V_{IN} - V_{OUT} > V_{thn}$
- p-MOS
  - $V_{GD} < -|V_{thn}| \Leftrightarrow V_{IN} - V_{OUT} > -|V_{thn}|$
- Μπορούν όμως να είναι ταυτόχρονα στην περιοχή κόρου

# Περιοχές λειτουργίας

- Περιοχή Α : n-MOS αποκοπή, p-MOS τριόδου
- Περιοχή Β : n-MOS κόρο, p-MOS τριόδου
- Περιοχή C : n-MOS κόρο, p-MOS κόρο
- Περιοχή D : n-MOS τριόδου, p-MOS κόρο
- Περιοχή E : n-MOS τριόδου, p-MOS αποκοπή

# Περιοχή A

- $0 < V_{IN} < V_{thn}$
- Το n-MOS είναι στην αποκοπή άρα,  $I_2 = 0$ . Επομένως και  $I_1 = 0$ . Αλλά εφόσον το p-MOS είναι ενεργό (υπάρχει κανάλι) θα πρέπει  $V_{DS} = 0$  και άρα  $V_{out} = V_{DD}$



## Περιοχή Β

$$I_2 = I_1 \Rightarrow$$

$$\beta_n \frac{(V_{IN} - V_{thn})^2}{2} = \beta_p \left[ (V_{IN} - V_{DD} - V_{thp})(V_{OUT} - V_{DD}) - \frac{(V_{OUT} - V_{DD})^2}{2} \right]$$

άρα

$$V_{OUT} = (V_{IN} + V_{thp}) + \sqrt{(V_{IN} - V_{thp})^2 - 2 \left( V_{IN} - \frac{V_{DD}}{2} - V_{thp} \right) V_{DD} - \frac{\beta_n}{\beta_p} (V_{IN} - V_{thn})^2}$$

## Περιοχή C

$$\beta_n \frac{(V_{IN} - V_{thn})^2}{2} = \beta_p \frac{(V_{IN} - V_{DD} - V_{thp})^2}{2}$$

Που δίνει

$$V_{IN} = \frac{V_{DD} + V_{thp} + V_{thn} \sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_p}}}{1 + \sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_p}}}$$

Για μία τιμή στην είσοδο υπάρχουν περισσότερες από μία τιμές στην έξοδο

Περιοχή D  $I_2 = I_1 \Rightarrow$

$$\beta_n \left[ (V_{IN} - V_{thn})V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2} \right] = \beta_p \frac{(V_{IN} - V_{DD} - V_{thp})^2}{2}$$

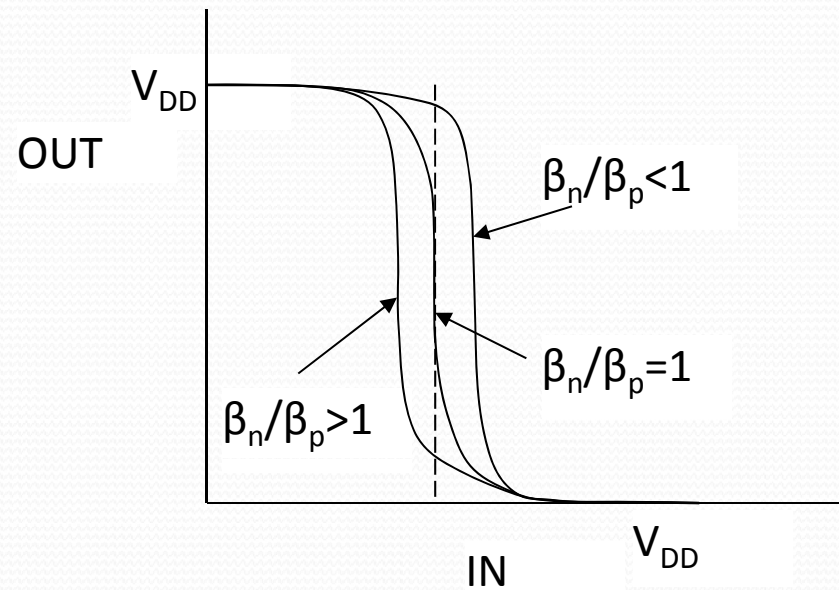
άρα

$$V_{OUT} = (V_{IN} - V_{thn}) - \sqrt{(V_{IN} - V_{thn})^2 - \frac{\beta_p}{\beta_n} (V_{IN} - V_{DD} - V_{thp})^2}$$

# Περιοχή Ε

- Το p-MOS είναι στην αποκοπή άρα,  $I_1=0$ . Επομένως και  $I_2=0$ . Αλλά εφόσον το n-MOS είναι ενεργό (υπάρχει κανάλι) θα πρέπει  $V_{DS}=0$  και άρα  $V_{out}=0$

# Επίδραση του λόγου $\beta_n/\beta_p$



# Παρατήρηση για την περιοχή C

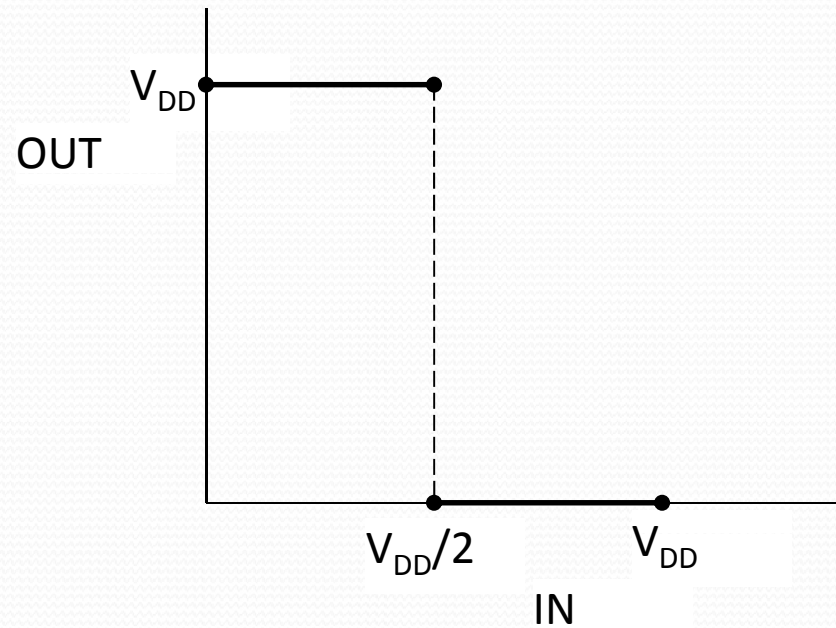
- Για μία τιμή εισόδου υπάρχουν διαφορετικές τιμές στην έξοδο
- Αυτό οφείλεται στο ότι το μοντέλο δεν είναι ακριβές
- Εάν λάβουμε υπ' όψιν την μεταβολή μήκους καναλιού τότε
  - Μικρή περιοχή τιμών εισόδου αντιστοιχεί σε μεγάλη περιοχή τιμών εξόδου
  - Μεγάλη κλίση αλλά όχι κάθετο τμήμα

# Λογικές τιμές και τιμές τάσης

- Σε κάθε λογική τιμή αντιστοιχεί μία περιοχή από τιμές τάσης
- Οι περιοχές των τιμών τάσης μπορεί να είναι διαφορετικές για την είσοδο και την έξοδο μίας πύλης

# Ιδανικός Αναστροφέας

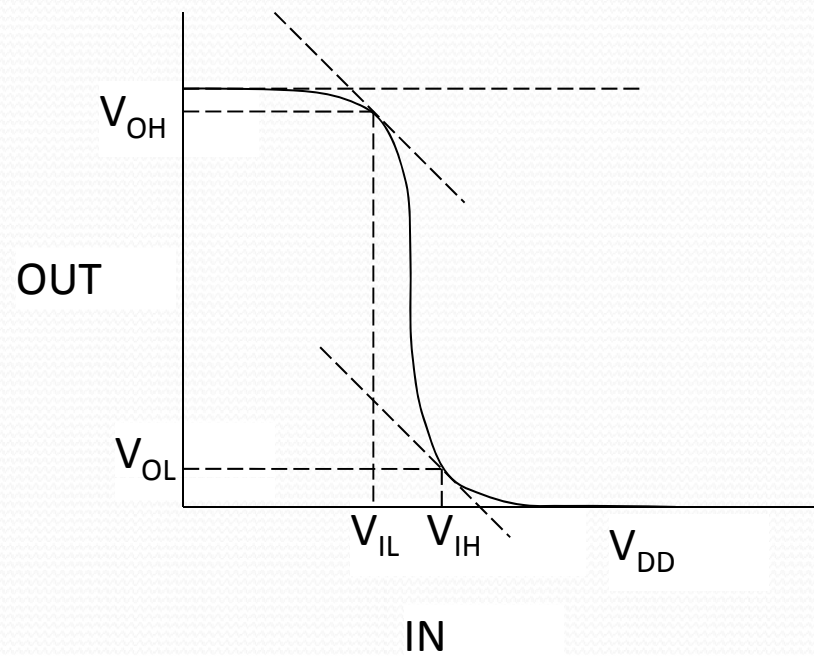
- DC Χαρακτηριστική μεταφοράς





- Η λογική τιμή “1” στην είσοδο αντιπροσωπεύεται από το διάστημα  $(V_{DD}/2, V_{DD}]$
- Ενώ η λογική τιμή “0” στην είσοδο αντιπροσωπεύεται από το διάστημα  $[0, V_{DD}/2)$
- Στην έξοδο η λογική τιμή “1” στην είσοδο αντιπροσωπεύεται από το  $V_{DD}$  και η λογική τιμή “0” αντιπροσωπεύεται από το 0

# Ρεαλιστικός Αντιστροφέας



- Για τη είσοδο έχουμε
  - Λογική τιμή “1”,  $(V_{IH}, V_{DD}]$
  - Λογική τιμή “0”,  $[0, V_{IL})$
  
- Για τη έξοδο έχουμε
  - Λογική τιμή “1”,  $(V_{OH}, V_{DD}]$
  - Λογική τιμή “0”,  $[0, V_{OL})$

# Περιθώριο θορύβου

- Με δύο λογικές πύλες (μία σαν είσοδο και την άλλη σαν έξοδο μπορούμε να ορίσουμε περιθώρια θορύβου)
- Το περιθώριο θορύβου για το λογικό “1” είναι  $V_{OH} - V_{IH}$ ,
- Το περιθώριο θορύβου για το λογικό “0” είναι  $V_{IL} - V_{OL}$