



National and Kapodistrian  
UNIVERSITY OF ATHENS

# Τεχνικές Ανάλυσης και Πρόβλεψης Τηλεπικοινωνιακών Αγορών

ΤΕ-3011

## Περιεχόμενα Μαθήματος

- › Παλινδρόμηση
- › Εφαρμογές

## Παλινδρόμηση

- › Με την ανάλυση της παλινδρόμησης (Regression Analysis) επιδιώκουμε να βρούμε ένα μοντέλο ή υπόδειγμα, δηλαδή μια μαθηματική σχέση, η οποία εκφράζει την εξάρτηση μιας μεταβλητής  $Y$  από μία άλλη  $X$ .
- › Τα ζεύγη  $(X_i, Y_i)$  ονομάζονται σημεία των δεδομένων (data points).

## Παλινδρόμηση

- › Τα σημεία τείνουν να συγκεντρώνονται γύρω από μια ευθεία γραμμή ή μία καμπύλη.
- › Η γραφική παράσταση των σημείων  $(X, Y)$  στο ορθογώνιο σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων ονομάζεται διάγραμμα διασποράς (scatter diagram).

## Παλινδρόμηση

- › Σε ένα σμήνος σημείων μπορούν να προσαρμοστούν πολλές καμπύλες
- › Από όλες τις προσεγγιστικές καμπύλες για ένα δεδομένο σμήνος σημείων η καμπύλη με την ιδιότητα

$$d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 = \text{ελάχιστο}$$

είναι η καμπύλη με την καλύτερη προσαρμογή

- › Τα  $d_i$  είναι οι αποστάσεις της προσαρμοσμένης καμπύλης από τα πραγματικά σημεία

## Παλινδρόμηση

- › Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (method of least squares) ορίζει ως κριτήριο καλής προσαρμογής την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγωνικών σφαλμάτων και είναι μια γενική μέθοδος εκτίμησης
- › Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων υπολογίζει τις τιμές για την κλίση και το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα  $Y$  που ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων μεταξύ των τιμών της  $Y$  και της ευθείας γραμμής

## Παλινδρόμηση

- › Το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων (Sum of Squared Errors)

$$SSE = \sum (y - \hat{y})^2 = \sum (y - a - bx)^2$$

## Παλινδρόμηση

$$\alpha = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} \quad \text{ή}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{\sum (y - \bar{y})^2}}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2}} r$$



## Παλινδρόμηση

- › Τυπικό σφάλμα εκτίμησης (standard error of estimation) είναι ένα μέτρο του βαθμού διασποράς των τιμών γύρω από τη γραμμή παλινδρόμησης της  $Y = a_0 + a_1x$  ή αλλιώς της διασποράς των σφαλμάτων από την προσαρμοσμένη ευθεία

$$S_{y,x} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_{es})^2}{n - 2}}$$

## Παλινδρόμηση

- › Όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος του δείγματος, τόσο μικρότερο θα είναι το τυπικό σφάλμα εκτίμησης του μέσου και έτσι τόσο περισσότερο αξιόπιστη θα είναι η εκτίμηση του

# Εφαρμογές

# Ερωτήσεις???

