

*ΔΠΜΣ “Οικονομική & Διοίκηση
Τηλεπικοινωνιακών Δικτύων”*

Κ.Ε. Κιουλάφας
Επιχειρησιακός Ερευνητής
Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών

Αθήνα, 2007

Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

- Η επιχείρηση (Α) προγραμματίζει την παραγωγή τριών (3) προϊόντων Π_1 , Π_2 και Π_3
- Το σύνολο των διατιθέμενων ανθρωποωρών για την παραγωγή των συγκεκριμένων προϊόντων ανέρχεται σε 500, ενώ τα αποθέματα των πρώτων υλών σε 200 και 1.000 τόνους των Γ και Δ πρώτων υλών αντίστοιχα.

	Π_1	Π_2	Π_3	ΣΥΝΟΛΟ
Εργατο-ώρες	6	2	1	500 εργατοώρες
Πρώτη ύλη Γ	2	1	1	200 tn υλικών Γ
Πρώτη ύλη Δ	3	4	5	1000 tn υλικών Δ

- Τα προϊόντα Π_1 , Π_2 και Π_3 , αναμένεται να φέρουν έσοδα ανά μονάδα 50, 20 και 10 χρηματικές μονάδες αντίστοιχα
- Η ολοκλήρωση της προγραμματιζόμενης παραγωγής απαιτεί 15 ημέρες, ενώ μεταξύ παραγγελίας και παραλαβής πρώτης ύλης 10 μέρες.

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ & ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Ανεξάρτητες Μεταβλητές :

x_1, x_2, x_3 = ποσότητες αγαθών Π_1, Π_2 και Π_3 , που θα εξασφαλίσουν τα μέγιστα έσοδα

y_1, y_2, y_3 = η οριακή συμβολή των εργατοωρών, πρώτων υλών Γ και Δ , στη διαμόρφωση του μέγιστου ύψους εσόδων.

ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχέση Σκοπού:

$$\text{ΜΕΓ.Ζ} = 50x_1 + 20x_2 + 10x_3$$

Σύστημα Περιορισμών:

$$6x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 500$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 200$$

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 1.000$$

ΔΥΪΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχέση Σκοπού:

$$\text{ΕΛΑΧ.Υ} = 500y_1 + 200y_2 + 1.000y_3$$

Σύστημα Περιορισμών:

$$6y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 50$$

$$2y_1 + y_2 + 4y_3 \geq 20$$

$$y_1 + y_2 + 5y_3 \geq 10$$

Η άριστη λύση

Α. Η ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΕΙΝΑΙ : 4.500 χρ. μονάδες

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΒΑΣΙΚΗ	ΤΙΜΗ	ΛΕΙΠΑ
x_1	ΝΑΙ	50	0
x_2	ΝΑΙ	100	0
x_3	ΟΧΙ	0	5

Β. ΔΥΪΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΔΥΪΚΟΥ	ΔΥΪΚΗ ΤΙΜΗ	ΛΕΙΠΑ ΣΤΑΘΕΡΑ	ΠΟΣΟ ΧΡΗΣΗΣ	ΥΠΟΛΟΙΠΟ
y_1	5	500	500	0
y_2	10	200	200	0
y_3	0	1000	550	450

Γ. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΔΕΞΙΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΔΥΪΚΟΥ	ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΤΙΜΗ	ΚΑΤΩΤΑΤΟ ΟΡΙΟ	ΑΝΩΤΑΤΟ ΟΡΙΟ
y_1	500	400	600
y_2	200	166,66	250
y_3	1000	550	$+\infty$

Δ. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΤΙΜΗ	ΚΑΤΩΤΑΤΟ ΟΡΙΟ	ΑΝΩΤΑΤΟ ΟΡΙΟ
x_1	50	40	60
x_2	20	17,5	25
x_3	10	$-\infty$	15

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

- Το μέγιστο έσοδο από την προγραμματισμένη παραγωγή εκτιμάται στο ύψος των 4.500 χρηματικών μονάδων.
- Η παραγωγή των προϊόντων που θα εξασφαλίσει το μέγιστο έσοδο για την επιχείρηση είναι η παραγωγή α) 50 μονάδων προϊόντος Π1, β) 100 μονάδων προϊόντος Π2 και γ) μηδενική παραγωγή προϊόντος Π3.
- Εξαντλούνται πλήρως οι διαθέσιμες εργατοώρες.
- Εξαντλείται πλήρως το απόθεμα της πρώτης ύλης Γ.
- Δεν εξαντλείται το απόθεμα της πρώτης ύλης Δ.
- Η συμβολή των εργατοωρών στην διαμόρφωση του συνόλου των εσόδων ανέρχεται στο 55,6%.
- Η συμβολή των πρώτων υλών τύπου Γ στο σύνολο των εσόδων ανέρχεται στο 44,4%.
- Δεν υπάρχει συμβολή στη διαμόρφωση των εσόδων των πρώτων υλών τύπου Δ.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΩΝ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

- Η Cosmote αποφάσισε να παρέχει την υπηρεσία κινητής τηλεφωνίας DCS1800 στους πελάτες της
- Αναγκαία προϋπόθεση είναι η παραγωγή κάποιων ενδιάμεσων υπηρεσιών (A)^[1] και (B)^[2].
- Τις ενδιάμεσες αυτές υπηρεσίες (A) και (B) έχει δυνατότητα μερικώς να παράγει η ίδια η Cosmote και μερικώς ή συνολικά να αγοράζει από δύο προμηθευτές Κ και Λ.
- Το κόστος παραγωγής της ενδιάμεσης υπηρεσίας (A) είναι 5 χρηματικές μονάδες και της (B) 6 χρηματικές μονάδες.
- Η δυνατότητα ημερήσιας παραγωγής της υπηρεσίας (A) είναι 8.950 μονάδες, ενώ η σύγχρονη παραγωγή και των δύο ενδιάμεσων υπηρεσιών (προϊόντων) (A) και (B), περιορίζεται στο ποσό των 13.520 μονάδων.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΠΡΟΜΗΘΕΥΤΩΝ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

- Ο προμηθευτής Κ είναι σε θέση να πωλήσει μέχρι 3.450 μονάδες υπηρεσιών (Α) και μέχρι 400 μονάδες υπηρεσιών (Β) σε τιμές 10 χρηματικών μονάδων ανά μονάδα πωλούμενης ενδιάμεσης υπηρεσίας.
- Η παραγωγή της υπηρεσίας Β, σε λιγότερες μονάδες των 3.750, δημιουργεί σοβαρά προβλήματα υποαπασχόλησης επιμέρους τμημάτων της επιχείρησης, ενώ για τους ίδιους λόγους η παραγωγή της υπηρεσίας (Α) δεν είναι δυνατόν να είναι μικρότερη εκείνης της Β.
- Οι συνολικές ανάγκες της παρεχόμενης τελικής υπηρεσίας απαιτούν 12.350 μονάδες ενδιάμεσης υπηρεσίας (Α) και 5.180 μονάδες υπηρεσίας (Β) ημερησίως.
- Η ικανοποίηση των αναγκών Cosmote στις ενδιάμεσες υπηρεσίες (Α) και (Β) είναι δυνατόν να γίνει και με αγορά των υπηρεσιών αυτών από τους προμηθευτές Κ και Λ.
- Αντίθετα προς τον προμηθευτή Κ, ο προμηθευτής Λ, μπορεί να πωλήσει στην Cosmote οποιαδήποτε ποσότητα των υπηρεσιών (Α) και (Β) σε τιμές 11 και 12 χρηματικών μονάδων, αντίστοιχα

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ & ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Ανεξάρτητες Μεταβλητές :

- x_1 : Υπηρεσίες A, παραγόμενες από την Cosmote
- x_2 : Υπηρεσίες B, παραγόμενες από την Cosmote
- x_3 : Υπηρεσίες A, προμηθευόμενες από τον προμηθευτή K
- x_4 : Υπηρεσίες B, προμηθευόμενες από τον προμηθευτή K
- x_5 : Υπηρεσίες A, προμηθευόμενες από τον προμηθευτή Λ
- x_6 : Υπηρεσίες B, προμηθευόμενες από τον προμηθευτή

ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχέση Σκοπού:

$$\text{ΕΛΑΧ.Ζ} = 5x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 10x_4 + 11x_5 + 12x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{11} + 0x_{13} + 0x_{14} + M(x_{10} + x_{12} + x_{15} + x_{16})$$

Σύστημα Περιορισμών:

$$\begin{aligned}x_1 &\leq 8.950 \\x_1 + x_2 &\leq 13.520 \\x_3 &\leq 3.450 \\x_4 &\leq 400 \\x_2 &\geq 3.750 \\x_1 &\geq x_2 \\x_1 + x_3 + x_5 &= 12.350 \\x_2 + x_4 + x_6 &= 5.180\end{aligned}$$

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ & ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΔΥΪΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχέση Σκοπού:

$$\text{ΜΕΓ.Υ} = 8.950y_1 + 13.520y_2 + 3.450y_3 + 400y_4 + 3.750y_5 + 0y_6 + 12.350y_7 + 5.180y_8$$

Σύστημα Περιορισμών:

$$\begin{array}{rcl} y_1 + y_2 & + y_6 + y_7 & \leq 5 \\ y_2 & + y_5 - y_6 & + y_8 \leq 6 \\ y_3 & & + y_7 \leq 10 \\ y_4 & & + y_8 \leq 10 \\ & & + y_7 \leq 11 \\ & & + y_8 \leq 12 \end{array}$$

Η ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

ΠΡΩΤΕΥΟΝ	ΔΥΪΚΟ
$x_1 = 8.740$	$y_1 = 0$
$x_2 = 4.780$	$y_2 = 6$
$x_3 = 3.450$	$y_3 = 1$
$x_4 = 400$	$y_4 = 2$
$x_5 = 160$	$y_5 = 0$
$x_6 = 0$	$y_6 = 0$
$x_7 = 210$	$y_7 = -11$
$x_8 = 0$	$y_8 = -12$
$x_9 = 1.030$	
$x_{11} = 3.960$	
ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΣΚΟΠΟΥ	
112.640	-112.640

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

- Δεν εξαντλείται η δυνατότητα παραγωγής της υπηρεσίας A κατά 210 μονάδες, δηλαδή κατά την τιμή που λαμβάνει η βοηθητική μεταβλητή x_7 .
- Η παραγωγή της υπηρεσίας B είναι μεγαλύτερη του κατώτερου επιτρεπτού επιπέδου κατά 1030 μονάδες, δηλαδή κατά την τιμή που λαμβάνει η βοηθητική μεταβλητή x_9 .
- Θα πρέπει να γίνει συμφωνία αγοράς από τον προμηθευτή K της υπηρεσίας A, ύψους 3450 μονάδων εξαντλώντας τις δυνατότητες του προμηθευτή K.
- Θα πρέπει να γίνει συμφωνία αγοράς από τον προμηθευτή K της υπηρεσίας B, ύψους 400 μονάδων, εξαντλώντας τις δυνατότητες του προμηθευτή K.
- Δεν προκρίνεται η προμήθεια υπηρεσιών από τον προμηθευτή Λ.
- Προσδιορίζεται η διαφορά του επιπέδου παραγωγής μεταξύ των δύο υπηρεσιών στο ύψος των 3.960 μονάδων προϊόντων που θα εξασφαλίσει το μέγιστο έσοδο για την επιχείρηση είναι η παραγωγή α) 50 μονάδων προϊόντος Π1, β) 100 μονάδων προϊόντος Π2 και γ) μηδενική παραγωγή προϊόντος Π3.