

## Ανάλυση ΙΙ - Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Εξέταση Φεβρουαρίου 2021 (11-2-2021)

### 1ο Μέρος - Ομάδα Α

**Οδηγίες:** Σε πολλά από τα θέματα που ακολουθούν εμφανίζονται οι παράμετροι  $a, b, c$ . Οι παράμετροι αυτές αντιστοιχούν με αυτή τη σειρά στα τρία τελευταία ψηφία του αριθμού μητρώου σας. Για να λύσετε το κάθε θέμα θα πρέπει να ξεκινήσετε αντικαθιστώντας σωστά τις τιμές αυτών των παραμέτρων. Για παράδειγμα, αν ο αριθμός μητρώου σας ήταν sdi1800039, τότε θα έπρεπε να θέσετε  $a = 0, b = 3, c = 9$ .

#### Θέμα 1ο.

Δίνεται το επίπεδο

$$P : 3x + 4y - 5z + 6 = 0$$

και το διάνυσμα  $\vec{w} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$  (όπου  $a, b, c$  είναι τα τρία τελευταία ψηφία του αριθμού μητρώου σας).

**A.** Βρείτε ένα διάνυσμα  $\vec{u} \neq \vec{0}$  κάθετο στο επίπεδο  $P$ .

**B.** Βρείτε ένα διάνυσμα  $\vec{v} \neq \vec{0}$  κάθετο στο επίπεδο των  $\vec{u}$  και  $\vec{w}$ .

**Γ.** Βρείτε την εξίσωση του επιπέδου που είναι κάθετο στο επίπεδο  $P$  και περιέχει την ευθεία

$$\vec{\ell}(t) = (1, 2, 3) + t(a, b, c), \quad t \in \mathbb{R}.$$

#### Θέμα 2ο.

Έστω  $\lambda = a + 2$ . Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x, y) = xy - x^2 - y^2 - \lambda x - \lambda y + \lambda^2.$$

**A.** Βρείτε τα κρίσιμα σημεία της  $f$  και προσδιορίστε το είδος τους.

**B.** Αν  $K(x_0, y_0)$  είναι ένα από τα σημεία που βρήκατε στο ερώτημα Α, βρείτε το ανάπτυγμα Taylor 2ης τάξης της συνάρτησης  $f$  με κέντρο το σημείο  $K$ .

#### Θέμα 3ο.

**A.** Έστω  $\mu = c + 2$ . Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x, y) = \mu x^2 - 2y - y^2.$$

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange, βρείτε τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης  $f$  πάνω στην έλλειψη  $\mu x^2 + y^2 = 1$ .

**B.** Δίνονται δύο κλειστά διαστήματα  $[\alpha_1, \beta_1], [\alpha_2, \beta_2] \subset \mathbb{R}$  και δύο συνεχείς συναρτήσεις  $f_1 : [\alpha_1, \beta_1] \rightarrow \mathbb{R}$  και  $f_2 : [\alpha_2, \beta_2] \rightarrow \mathbb{R}$ . Έστω  $D = [\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2]$ .

Εξετάστε αν ισχύει η ισότητα

$$\int \int_D f_1(x)f_2(y)dx dy = \left( \int_{\alpha_1}^{\beta_1} f_1(x)dx \right) \cdot \left( \int_{\alpha_2}^{\beta_2} f_2(y)dy \right)$$

Αιτιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.