ΣΥΝΟΨΗ

Κάθετο διάνυσμα σε σημείο (x_0, y_0, z_0) "ομαλής" επιφάνειας

S επιφάνεια του $\mathbb{R}^3$ πως περιγράφεται;

1α) $S = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : F(x,y,z) = c \}$ όπου $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ (C^1).
Ως ισοσταθμική επιφάνεια της F, στάθμης c (S_c)

α) $S = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = f(x,y) \}$ όπου $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ (C^1). Ως γράφημα συνάρτησης f

2) $S = \{ \vec{r}(u,v) : (u,v) \in D \ (\subseteq \mathbb{R}^2) \}$ όπου $\vec{r} : D\,(\mathbb{R}^2) \to \mathbb{R}^3$ (C_1)

Κάθετο διάνυσμα στο $(x_0, y_0, z_0) \in S$

1α) $\nabla F(x_0,y_0,z_0) \perp S$ στο (x_0,y_0,z_0) (αν $\nabla F(x_0,y_0,z_0) \neq (0,0,0)$)

Εφ. επίπεδο στο $\vec{a} = (x_0, y_0, z_0)$: $\nabla F(\vec{a}) \bullet (\vec{x} - \vec{a}) = 0$, $\left(\frac{\partial F(\vec{a})}{\partial x}, \frac{\partial F(\vec{a})}{\partial y}, \frac{\partial F(\vec{a})}{\partial z} \right) \bullet \underset{0}{\underset{\parallel}{(\vec{x}-\vec{a})}}$

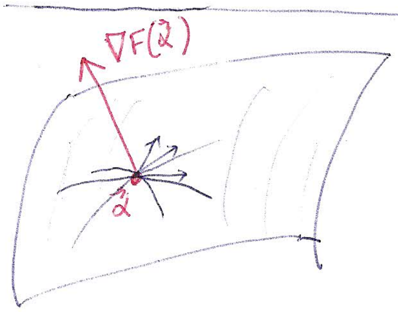
α') $S_0 = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : F(x,y,z) =: f(x,y) - z = 0 \}$

Εφ. επίπεδο στο $\vec{a} = (x_0, y_0, z_0)$: $\left(\frac{\partial f(\vec{a})}{\partial x}, \frac{\partial f(\vec{a})}{\partial y}, -1 \right) \bullet \left(\vec{x} - \vec{a} \right) = 0$

2) $\vec{a} = \vec{r}(u_0, v_0)$: $\vec{N}(u_0,v_0) = \vec{r}_u(u_0,v_0) \times \vec{r}_v(u_0,v_0)$,

$\vec{r}_u(u_0,v_0) = \frac{d}{du} \vec{r}(u, v_0)$ αν $(\vec{r}_u \times \vec{r}_v)(u_0,v_0) \neq (0,0,0)$

$\vec{r}_v(u_0,v_0) = \frac{d}{dv} \vec{r}(u_0, v)$



$F(x,y,z) = C$