

### Παραδείγμα 1

Σε ένα σύστημα επικοινωνιών με σύμβολα  $\{-1,1\}$  το λαμβανόμενο δείγμα στην έξοδο το φίλτρου λήψης δίνεται από:

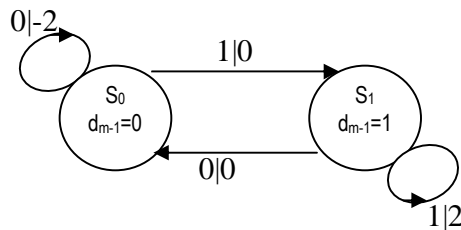
a)  $y_m = a_m - a_{m-1} + v_m$

b)  $y_m = a_m + 0.5a_{m-1} - 0.4a_{m+1} + v_m$

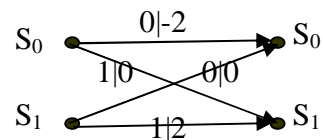
Να χαράξετε μια πεταλούδα από το trellis που θα χρησιμοποιούσατε για την αναζήτηση ακολουθίας μέγιστης πιθανοφάνειας για κάθε μια από τις πιο πάνω περιπτώσεις.

### ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Στην περίπτωση αυτή η μνήμη έχει μήκος ένα δυαδικό ψηφίο επομένως η πηγή Markov παρουσιάζει 2 καταστάσεις. Αν συμβολίσουμε με  $\{b_n\}$  την ακολουθία  $b_m = a_m - a_{m-1}$  και με  $\{d_n\}$  την ακολουθία των δυαδικών δεδομένων τότε στα πιο κάτω διαγράμματα δίνεται το  $d_m = i \mid b_m = v$   $i$  δυαδικός αριθμός,  $v$  πραγματικός αριθμός

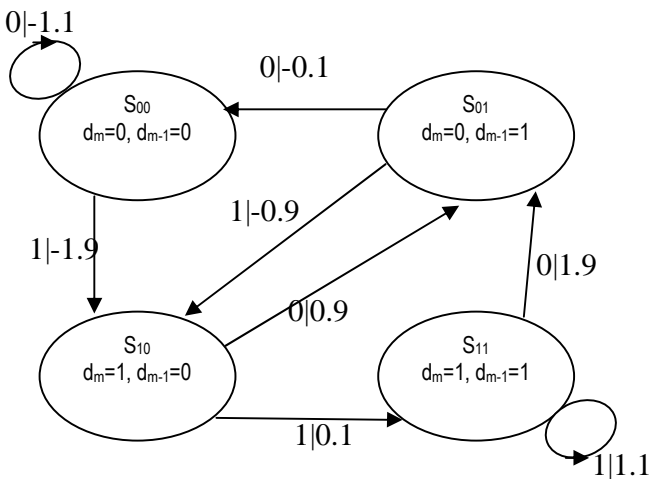


Διάγραμμα Πηγής Markov

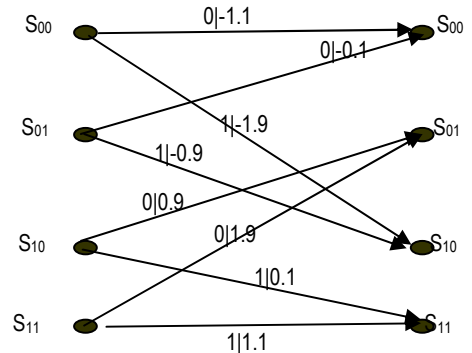


Βασική Πεταλούδα Trellis

b) Στην περίπτωση αυτή η μνήμη έχει μήκος δύο δυαδικά ψηφία, τα  $a_m$  και  $a_{m-1}$  επομένως η πηγή Markov παρουσιάζει  $2^2=4$  καταστάσεις. Αν συμβολίσουμε με  $\{b_n\}$  την ακολουθία  $b_m = a_m + 0.5a_{m-1} - 0.4a_{m+1}$  και με  $\{d_n\}$  την ακολουθία των δυαδικών δεδομένων τότε στα πιο κάτω διαγράμματα δίνεται το  $d_{m+1} = i \mid b_m = v$   $i$  δυαδικός αριθμός,  $v$  πραγματικός αριθμός



Διάγραμμα Πηγής Markov

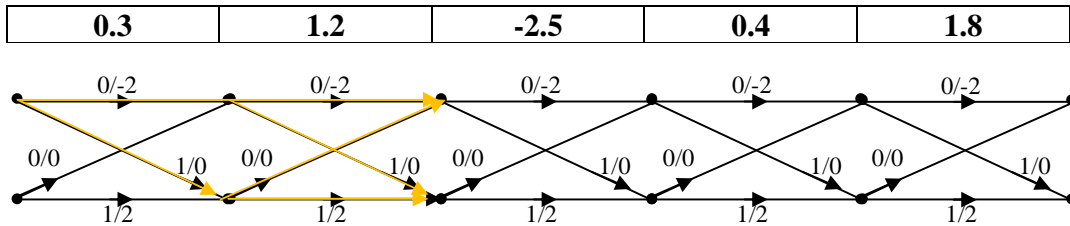


Βασική Πεταλούδα Trellis

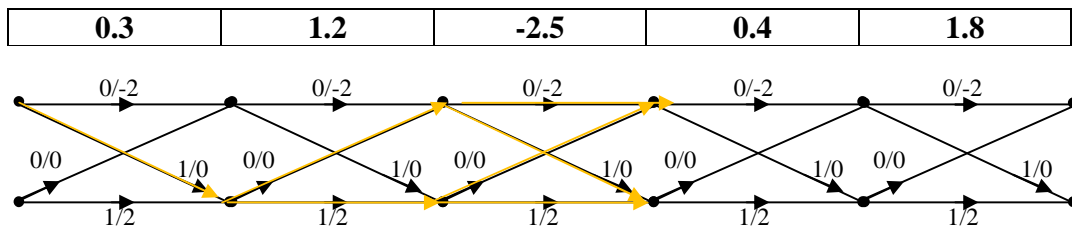
### Παράδειγμα 2

Σε ένα Τηλεπ. Σύστ. η έξοδος  $y_m = a_m - a_{m-1} + v_m$  και ο αστερισμός των συμβόλων είναι  $\{-1, 1\}$ . Η ακολουθία λήψης είναι  $\{y_n\} = \{0.3, 1.2, -2.5, 0.4, 1.8\}$  και το αρχικό δεδομένο είναι  $d_0=0$ . Να υπολογίσετε την ακολουθία  $\{d_n\} = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\}$  (Για ευκολότερη επίλυση να χρησιμοποιήσετε το διάγραμμα trellis που συνοδεύει τα δεδομένα της άσκησης).

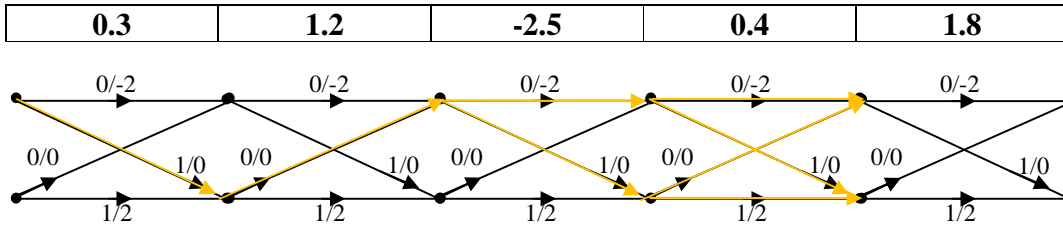
**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**



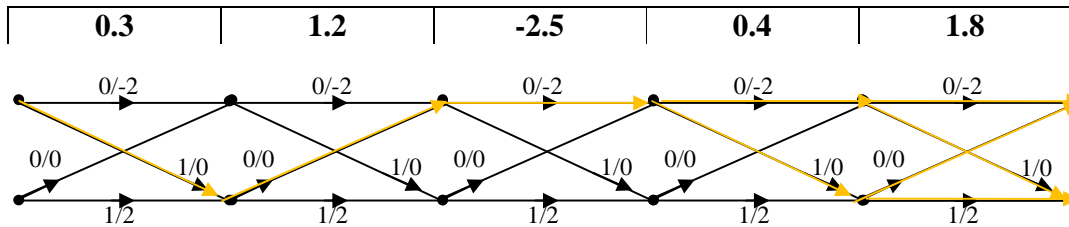
$\mu(0\ 0)$	$2.3^2 + 3.2^2$
$\mu(1\ 0)$	$0.3^2 + 1.2^2$ <sup>min</sup>
$\mu(0\ 1)$	$2.3^2 + 1.2^2$
$\mu(1\ 1)$	$0.3^2 + 0.8^2$ <sup>MIN</sup>



$\mu(1\ 0\ 0)$	$0.3^2 + 1.2^2 + 0.5^2$ <sup>MIN</sup>
$\mu(1\ 0\ 1)$	$0.3^2 + 1.2^2 + 2.5^2$ <sup>MIN</sup>
$\mu(1\ 1\ 0)$	$0.3^2 + 0.8^2 + 2.5^2$
$\mu(1\ 1\ 1)$	$0.3^2 + 0.8^2 + 4.5^2$



$\mu(1\ 0\ 0\ 0)$	$0.3^2+1.2^2+0.5^2+2.4^2$ MIN
$\mu(1\ 0\ 0\ 1)$	$0.3^2+1.2^2+0.5^2+0.4^2$ MIN
$\mu(1\ 0\ 1\ 0)$	$0.3^2+1.2^2+2.5^2+0.4^2$
$\mu(1\ 0\ 1\ 1)$	$0.3^2+1.2^2+2.5^2+1.6^2$



$\mu(1\ 0\ 0\ 1\ 0)$	$0.3^2+1.2^2+0.5^2+0.4^2+1.8^2$ MIN
$\mu(1\ 0\ 0\ 1\ 1)$	$0.3^2+1.2^2+0.5^2+0.4^2+0.2$ MIN
$\mu(1\ 0\ 0\ 0\ 0)$	$0.3^2+1.2^2+0.5^2+2.4^2+3.8^2$
$\mu(1\ 0\ 0\ 0\ 1)$	$0.3^2+1.2^2+0.5^2+2.4^2+1.8^2$

Η πιο πιθανή τιμή για το πρώτο bit της ακολουθίας συμβόλων είναι  $d_1=1$ .

Αν δεν υπάρξει πρόβλημα στα επόμενα τρία βήματα τότε μπορούμε να δώσουμε:  $d_2=0$ ,  $d_3=0$ ,  $d_4=1$

### Παράδειγμα 3

Προσπαθήστε να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα ώστε να γίνει αξιολόγηση της τεχνικής “Φώραση Μέσω Αναζήτησης της ML Ακολουθίας” από πλευράς πολυπλοκότητας.

#### Απάντηση

Αριθ. Συμβ. Αστερισμού $M$	Μήκος ISI σε σύμβολα, $L$	Αριθ. Καταστάσεων	Αριθ. Μονοπ. που καταλήγουν σε κάθε κατάσταση	Αριθ. πολλαπλασιασμών σε κάθε πεταλούδα.	Αριθ. Μονοπ. που απομένουν σε κάθε κύκλο
2	1	2	2	4	2
4	1	4	4	16	4
2	2	4	2	8	4
4	2	16	4	64	16
$M$	$L$	$M^L$	$M$	$M^{L+1}$	$M^L$
4	6	4096	4	16384	4096