ΕΝΟΤΗΤΑ 7 : ΣΤΑΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ

Ευάγγελος Τυρλής

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Τμήμα Φυσικής
Τομέας Φυσικής Περιβάλλοντος & Μετεωρολογίας

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ

- Ορισμός και κατηγορίες ρευστών
- Στατική & Δυναμική Ρευστών

1. ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΣΤΑΤΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

- Πυκνότητα
- Πίεση

2. ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΠΙΕΣΗΣ

- Λόγω ύψους ή βάθους
- Ατμοσφαιρική πίεση

3. ΜΕΤΡΗΣΗ ΠΙΕΣΗΣ

- Απόλυτη & διαφορική πίεση

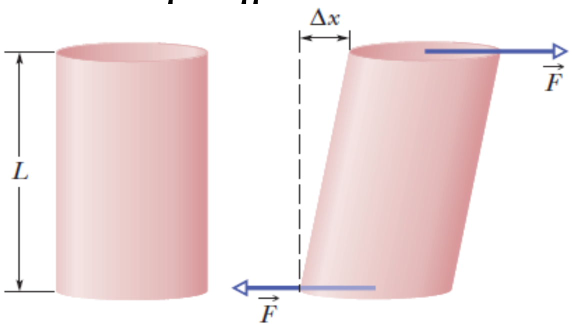
4. ΑΡΧΗ PASCAL - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

5. ΑΡΧΗ ΑΡΧΙΜΗΔΗ – ΑΝΩΣΗ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Βασική κατηγοριοποίηση μορφών ύλης

Κατηγοριοποίηση υλικών σωμάτων ανάλογα με την *αντίσταση* που αυτά προβάλλουν στην άσκηση *εξωτερικών δυνάμεων* που τείνουν να *μεταβάλλουν τον όγκο ή σχήμα τους.*

Βασικό κριτήριο είναι το αποτέλεσμα σε δυνάμεις που ασκούν ***διατμητική τάση*** *σε σώμα.*



Δυνάμεις ίδιου μέτρου αλλά αντίθετης φοράς ασκούνται εφαπτομενικά στις δυο έδρες του αντικειμένου οδηγώντας σε παραμόρφωση αλλάζοντας το σχήμα του.

Στερεά (solids)

Γενικά έχουν την τάση να ανθίστανται στις εξωτερικές δυνάμεις και δεν αλλάζουν σχήμα ή όγκο.

Καθορισμένο σχήμα*: Ένα εντελώς ελαστικό σώμα ανθίσταται σε διατμητικές τάσεις και επιστρέφει στο καθορισμένο σχήμα του.*

Ρευστά (Fluids)

Μη καθορισμένο σχήμα*: Παρουσία διατμητικής τάσης συνεχίζουν να παραμορφώνονται* ***χωρίς*** *να διατηρούν* ***μνήμη*** *κάποιου καθορισμένου σχήματος.*

Υγρά (Liquids)

Συνεκτικά*: Τα μόρια έλκονται διατηρώντας τη συνοχή του ρευστού.*

Διατήρηση όγκου*: Είναι Ασυμπίεστα.*

Αέρια (Gases)

Μη συνεκτικά*: Ασθενείς δυνάμεις μεταξύ μορίων.*

Μη διατήρηση όγκου*: Τείνουν να καταλάβουν τον όγκο που προσφέρεται.*

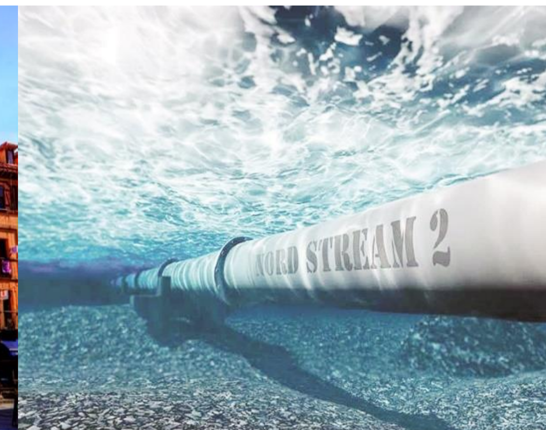
Μηχανική Ρευστών: Στατική και Δυναμική

Ρευστά χαρακτηρίζονται από τις **ιδιότητες να <u>ρέουν</u> και να <u>αλλάζουν σχήμα</u>.** Καθορίζουν τη ζωή στον πλανήτη και τις τεχνολογικές ανακαλύψεις.

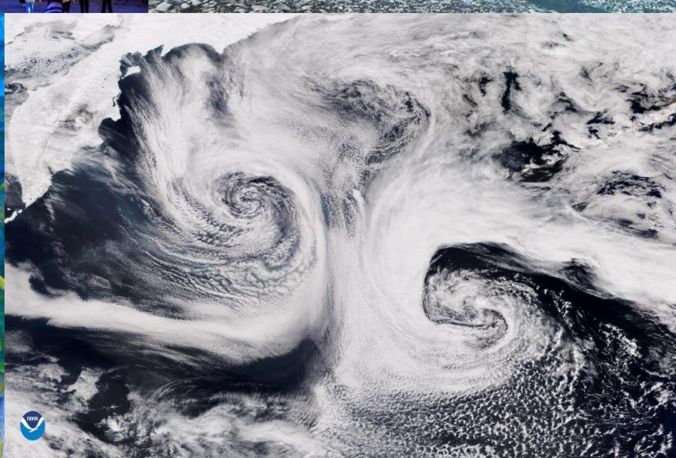
Στατική Ρευστών (Υδροστατική): *Μελετά τη συμπεριφορά των ρευστών σε ηρεμία*.

Δυναμική Ρευστών (Ρευστοδυναμική): *Πολύπλοκος κλάδος της Μηχανικής που μελετά τη συμπεριφορά των ρευστών σε κίνηση.*



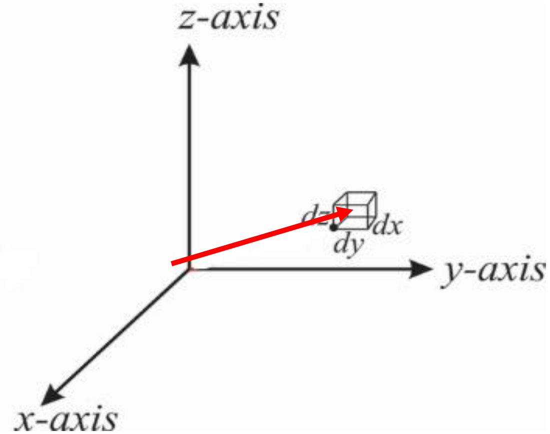





1α. Ρευστά σε στατική ισορροπία: Πυκνότητα

Θεμελιώδης ιδιότητα υλικού σώματος: Πυκνότητα



$$\rho(x, y, z) = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

Μάζα ρευστού που καταλαμβάνει τον στοιχειώδη όγκο

Όγκος ρευστού

Για ρευστό σε στατική ισορροπία η πυκνότητα δεν μεταβάλλεται με το χρόνο αλλά μόνο από την θέση, είναι δηλαδή $\rho = \rho(x, y, z)$.

Ομογενές ρευστό: $\rho = \sigma\tau\alpha\theta. = \dfrac{m}{V}$

Η πυκνότητα είναι ίδια σε όλο τον όγκο του ρευστού

Μη ομογενές ρευστό: $\rho = \dfrac{dm}{dV}$

Η πυκνότητα μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο του ρευστού

Μονάδες SI: $[\boldsymbol{\rho}] = \dfrac{kgr}{m^3}$

Συχνά χρησιμοποιείται $\dfrac{\boldsymbol{gr}}{\boldsymbol{cm^3}}$

Ειδικό βάρος υλικού: $\dfrac{\rho}{\rho_0}$

Λόγος πυκνότητας προς πυκνότητα νερού στους 4^o C [1000 kgr/m^3]

1α. Ρευστά σε στατική ισορροπία: Πυκνότητα

Πίνακας γνωστών υλικών

Υλικό	**Πυκνότητα (kg/m³)**	**Υλικό**	**Πυκνότητα (kg/m³)**
Αέρας (1 atm, 20°C)	1.20	Σίδηρος	7.8×10^3
Αιθανόλη	0.81×10^3	Ορείχαλκος	8.6×10^3
Βενζόλιο	0.90×10^3	Χαλκός	8.9×10^3
Πάγος	0.92×10^3	Άργυρος	10.5×10^3
Νερό	1.00×10^3	Μόλυβδος	11.3×10^3
Θαλάσσιο νερό	1.03×10^3	Υδράργυρος	13.6×10^3
Αίμα	1.06×10^3	Χρυσός	19.3×10^3
Γλυκερίνη	1.26×10^3	**Ήλιος**	1.4×10^3 - 1.4×10^5
Εργαστηριακό κενό	1×10^{-16}	**Λευκός νάνος**	10^8 -10^{15}
Διάστημα	1×10^{-24}	**Αστέρας νετρονίων**	10^{18}

Η πυκνότητα των ρευστών εξαρτάται από τη **θερμοκρασία** και την **πίεση**. Η εξάρτηση από την πίεση είναι πιο εμφανής στα αέρια παρά στα υγρά, η πυκνότητα των οποίων εξαρτάται περισσότερο από την θερμοκρασία.

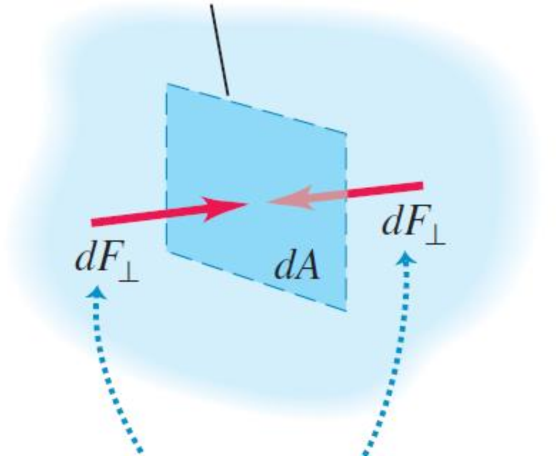
Γενικά η πυκνότητα των υγρών μεταβάλλεται λίγο ώστε συχνά να θεωρείται σταθερή και να τα θεωρούμε **ασυμπίεστα**.

1β. Ρευστά σε στατική ισορροπία: Πίεση

Ρευστό **<u>σε ηρεμία</u> ασκεί** σε κάθε επιφάνεια με την οποία έρχεται σε επαφή (αλλά και στο εσωτερικό του) **δύναμη πάντα <u>κάθετη</u> στην επιφάνεια**.

Ρευστό **<u>σε ηρεμία</u>** δεν δύναται να ασκεί πλευρική δύναμη στην επιφάνεια. Αν αυτό ήταν δυνατόν, τότε σύμφωνα με τον 3ο Νόμο του Νεύτωνα (δράση-αντιδραση), η επιφάνεια θα ασκούσε δύναμη στο ρευστό, η οποία θα είχε συνιστώσα παράλληλη στην επιφάνεια και θα το έθετε σε <u>κίνηση</u>, ενώ θεωρείται <u>σε ηρεμία</u>.

Στοιχειώδης επιφάνεια *dA* βυθισμένη σε ρευστό που ηρεμεί.



Τόσο το ρευστό όσο και η επιφάνεια δεν επιταχύνονται οπότε απαιτείται το ρευστό να ασκεί ίσες και αντίθετες δυνάμεις στις δυο πλευρές.

Αντίθετα με τις **πλευρικές δυνάμεις**, οι οποίες δεν μπορούν να εξισορροπηθούν, ζεύγος ίσων και αντίθετων **κάθετων δυνάμεων** ασκείται σε επιφάνεια επιτρέποντας τη διατήρηση του ρευστού σε ηρεμία.

Ρευστό σε ηρεμία **<u>ασκεί</u>** σε εσωτερικές ή εξωτερικές (τοιχώματα) επιφάνειες **<u>μόνο κάθετες δυνάμεις</u>**, ανεξάρτητα με τον προσανατολισμό των επιφανειών.

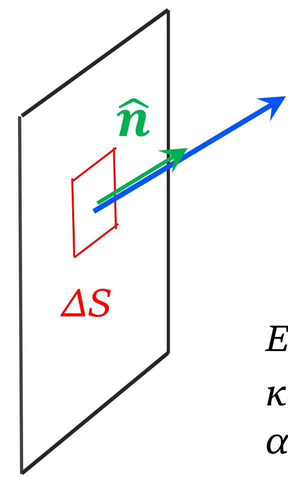
1β. Ρευστά σε στατική ισορροπία: Πίεση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στα ρευστά σε ηρεμία ή ασκούν αυτά (δράση-αντίδραση) μας επιτρέπουν να ορίσουμε την **πίεση** σε κάποιο σημείο του ρευστού.

$$p = \frac{dF_\perp}{dS}$$

Κάθετη δύναμη

Εμβαδόν επιφάνειας



***n̂:** μοναδιαίο διάνυσμα Κάθετο στην επιφάνεια*

Επιφάνεια ΔS δέχεται κάθετη δύναμη $\Delta\vec{F}$ από το ρευστό.

Διανυσματικό μέγεθος

Βαθμωτό μέγεθος

$$\Delta\vec{F} = p\,\Delta\vec{S} \Rightarrow \quad \Delta F\,\hat{n} = p\,\Delta S\,\hat{n} \Rightarrow \quad \boxed{p = \frac{\Delta F}{\Delta S}}$$

$$\mathbf{1\ Pascal} = \frac{N}{m^2}$$

Αν η πίεση είναι ίδια σε όλη την έκταση πεπερασμένης επιφάνειας εμβαδού S

$$p = \frac{F_\perp}{S}$$

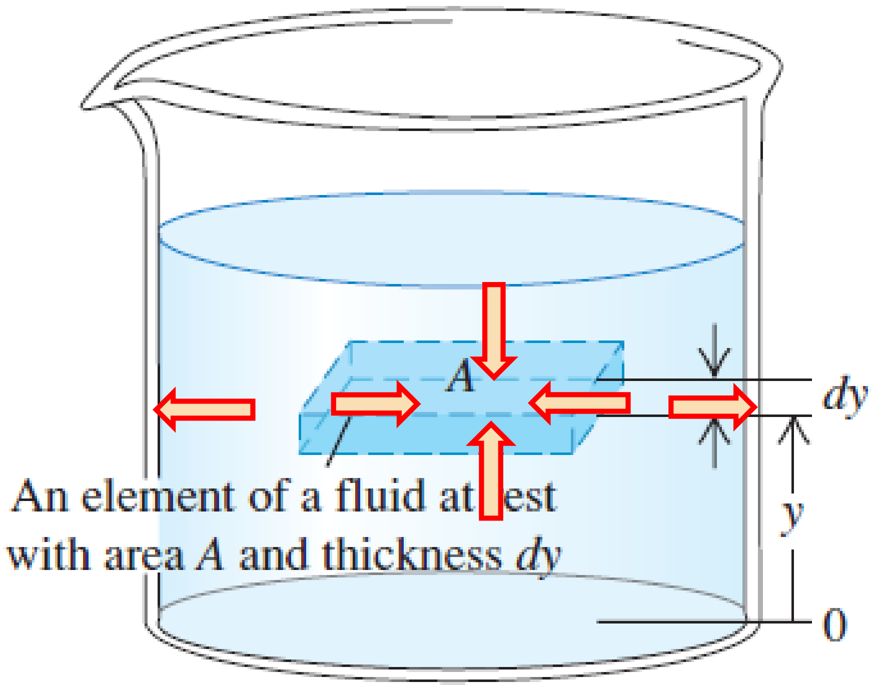
Αλλιώς

$$\boxed{p = \frac{dF}{dS} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S}}$$

1γ. Ισοτροπικός χαρακτήρας πίεσης

Εντός του ρευστού *σε ηρεμία* :

Στοιχειώδης όγκος του ρευστού ισορροπεί επειδή η πίεση που δέχεται σε κάθε κατεύθυνση έχει το ίδιο μέτρο. Δηλαδή η πίεση χαρακτηρίζεται από **ισοτροπικότητα**.

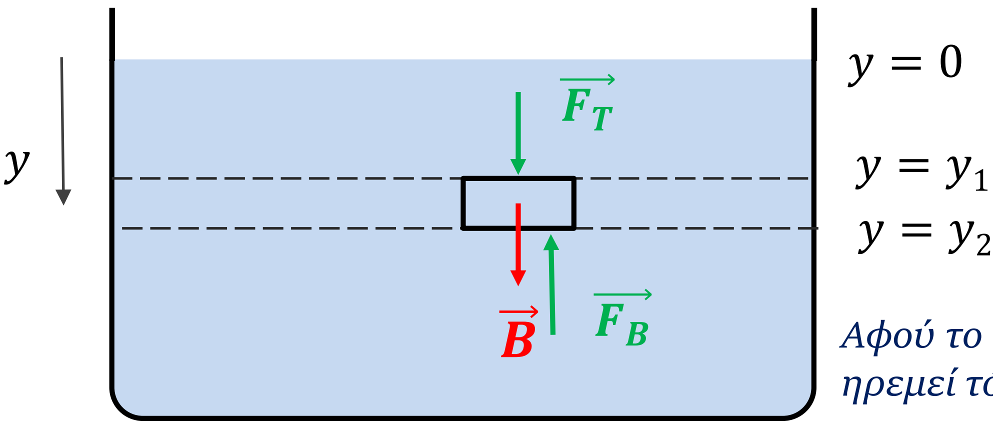


Αντίστοιχη πίεση ασκείται και στα τοιχώματα του δοχείου το οποίο περιέχει το ρευστό.

Αν το βάρος του ρευστού αγνοηθεί τότε η πίεση θα ήταν παντού η ίδια. Αυτό όμως δεν ισχύει στην πραγματικότητα.

2α. Μεταβολή πίεσης με το βάθος

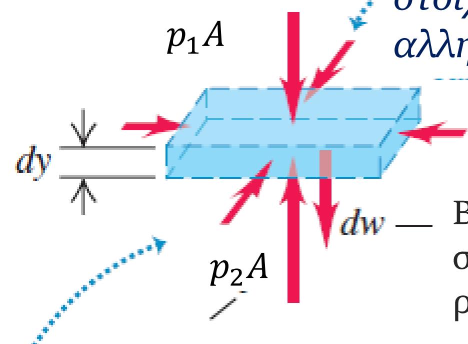
- **Ομογενές ρευστό** (πυκνότητα ρ=$\sigma\tau\alpha\theta$.)



Αφού το στοιχείο ηρεμεί τότε $\sum F_y = 0$

Ασκούμενη δύναμη λόγω πίεσης *p+dp* στην επάνω επιφάνεια του στοιχείου:

Οι δυνάμεις στις 4 πλευρές του στοιχείου αλληλοαναιρούνται



Βάρος του στοιχείου ρευστού

Ασκούμενη δύναμη λόγω πίεσης *p* στην κάτω επιφάνεια του στοιχείου

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_T + B - F_B = 0 \Rightarrow p_1 A + \rho A dy g - p_2 A = 0 \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho g (y_2 - y_1) \Rightarrow$$

$$p(y) = p_0 + \rho g (y - 0)$$

Απόλυτη πίεση σε βάθος y

$$\boxed{p(y) = p_0 + \rho g y}$$

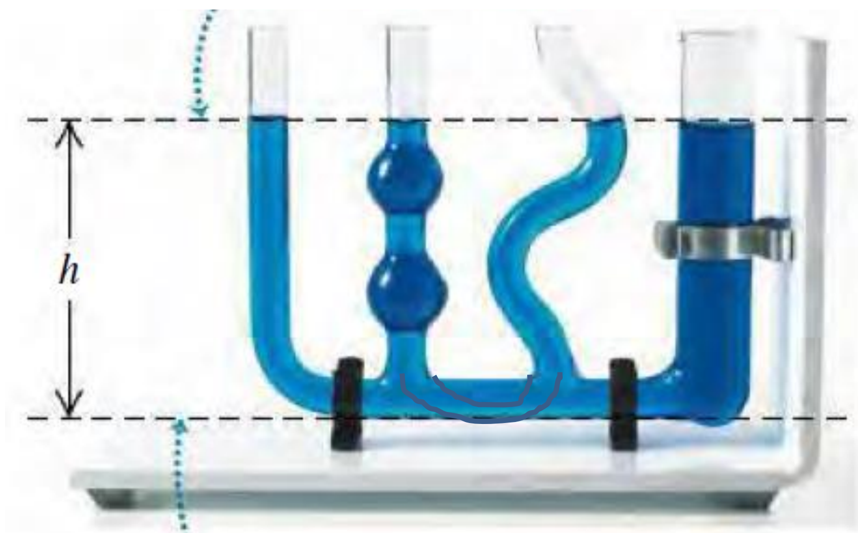
P_{atm}

$$\frac{p(y) - p_0}{y - 0} = \rho g$$

Ρυθμός ή βαθμίδα αύξησης πίεσης

2α. Μεταβολή πίεσης με το βάθος: Συμπεράσματα

Η πίεση στην κορυφή κάθε στήλης του υγρού ισουται με την ατμοσφαιρική “p_o”.



Η πίεση στη βάση κάθε στήλης έχει την ίδια τιμή “p”.

Ομογενής πυκνότητα ρευστού

$$\boxed{p = p_0 + \rho g h}$$

“Υδροστατική πίεση”

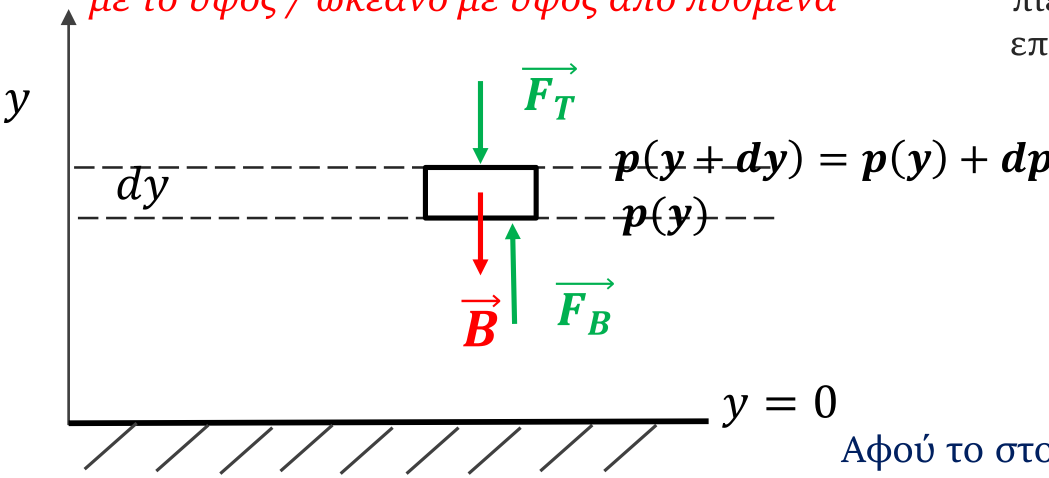
Αρχή συγκοινωνούντων δοχείων

- Το ύψος του **ίδιου** υγρού σε κάθε ανοιχτή στήλη δοχείου θα είναι το ίδιο.
- Η πίεση για κάθε ζεύγος σημείων που βρίσκονται στο ίδιο βάθος (ίδιο επίπεδο μέσα στο ρευστό) θα είναι η ίδια.
- Το σχήμα του κάθε δοχείου ή δεν παίζει κανένα απολύτως ρόλο.

2β. Μεταβολή πίεσης με ύψος

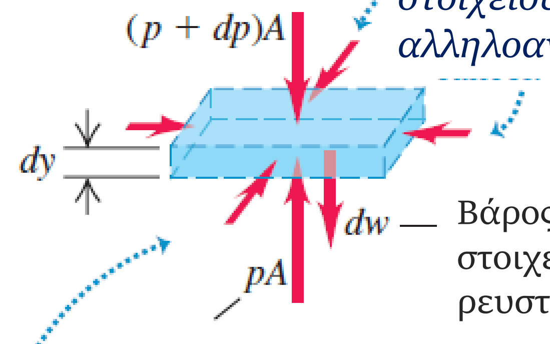
- **Γενική προσέγγιση** (*μη σταθερή πυκνότητα*)

Μελέτη μεταβολής της πίεσης στην ατμόσφαιρα με το ύψος / ωκεανό με ύψος από πυθμένα



Ασκούμενη δύναμη λόγω πίεσης p+dp στην επάνω επιφάνεια του στοιχείου:

Οι δυνάμεις στις 4 πλευρές του στοιχείου αλληλοαναιρούνται



Βάρος του στοιχείου ρευστού

Αφού το στοιχείο ηρεμεί τότε $\sum F_y = 0$

Ασκούμενη δύναμη λόγω πίεσης p στην κάτω επιφάνεια του στοιχείου

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_T - B + F_B = 0 \Rightarrow -(p(y) + dp)A - \rho(y)A\,dy\,g + p(y)A = 0 \Rightarrow$$

Η πυκνότητα στην περιοχή του στοιχειώδους όγκου

$$\boxed{\frac{dp(y)}{dy} = -\rho(y)g}$$

Για ομογενές ρευστό $\rho = \rho_0$

$$p(y) - p(y_0) = -\rho_0 g(y - y_0) \qquad y_0 = 0$$

$$\Rightarrow p(y) = p_0 - \rho_0 g y$$

Η διαφορά στο πρόσημο οφείλεται στο ότι πριν θετικό y ήταν «προς τα κάτω» ή βάθος

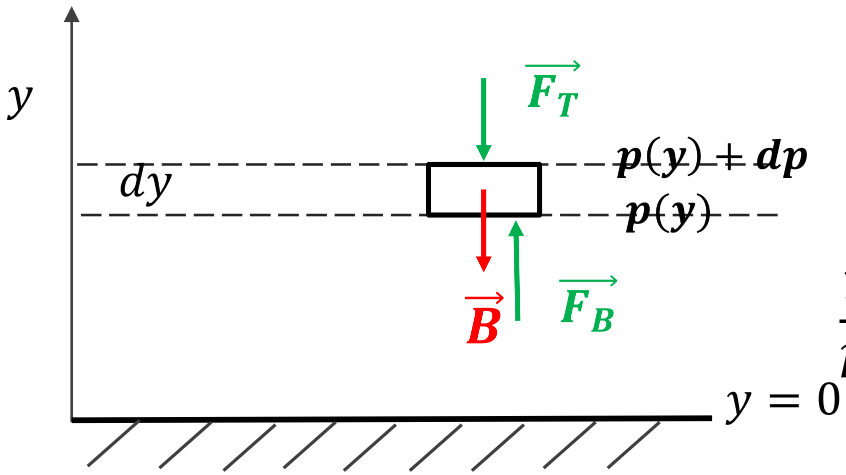
2γ. Μεταβολή ατμοσφαιρικής πίεσης με ύψος

Προσέγγιση: στην πραγματικότητα το κ εξαρτάται από την Τ. Επίσης το g δεν είναι σταθερά.

- **Ατμοσφαιρικός Αέρας**

Για τον αέρα υποθέτουμε:

$$\rho(y) = \kappa p(y)$$



$$\boxed{\frac{dp(y)}{dy} = -\rho g} \quad \Rightarrow \frac{dp(y)}{dy} = -\kappa g\, p(y) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{p} dp = -\kappa g\, dy \Rightarrow \int_{p(y_0)}^{p(y)} (\ln p)' dp = -\kappa g \int_{y_0}^{y} dy^* \Rightarrow$$

Για να μην συμπίπτει με το όριο

$$\ln \frac{p(y)}{p(y_0)} = -\kappa g(y - y_0) \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{c} p(y) = p_0 e^{-g\kappa(y-y_0)} \\ p_0 = p(y_0) \end{array}}$$

Επιλεγμένη στάθμη αναφοράς

Αν η στάθμη αναφοράς τοποθετηθεί στην επιφάνεια της Γης $y_0 = 0,\ p_0 = p(0)$

$$\rho(0) = \kappa\, p(0) \Rightarrow \rho_0 = \kappa p_0 \Rightarrow \qquad \kappa = \frac{\rho_0}{p_0}$$

$$\boxed{p(y) = p_0 e^{-\frac{g\rho_0}{p_0} y}}$$

2γ. Μεταβολή ατμοσφαιρικής πίεσης με ύψος

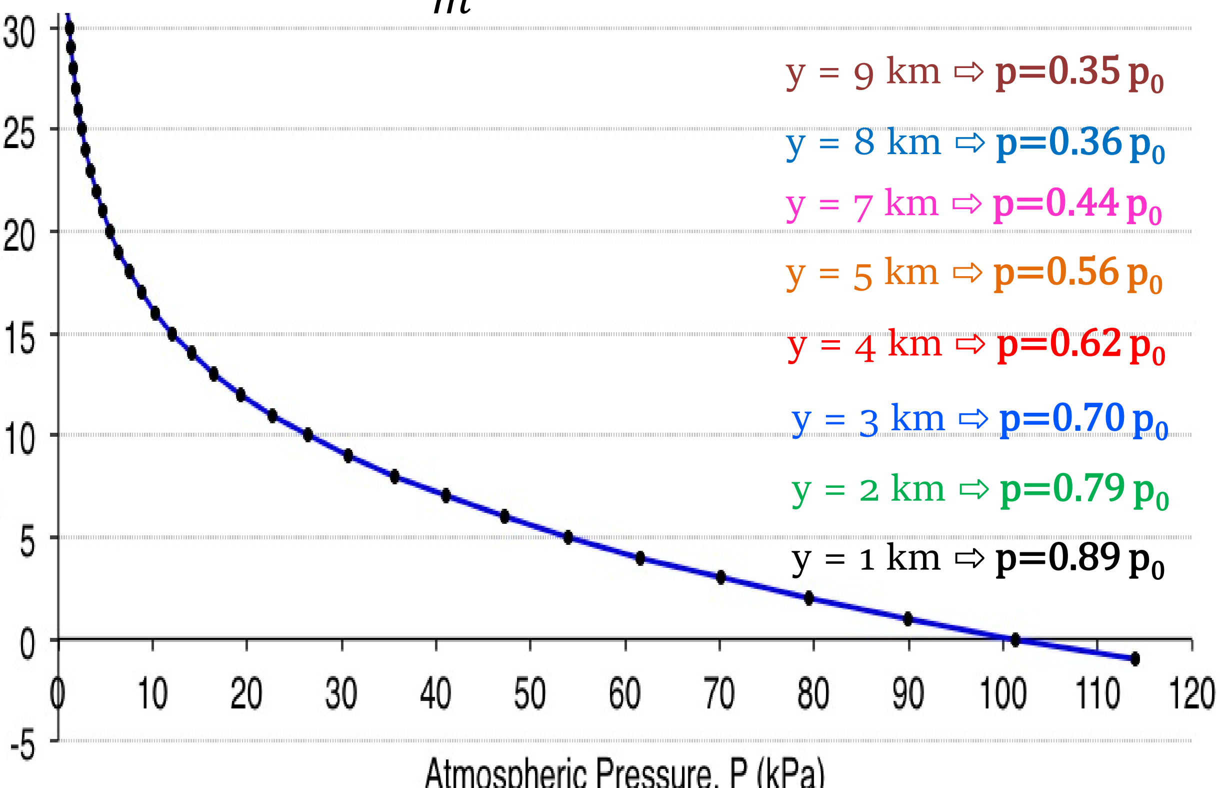
$$\frac{p(y)}{p_0} = e^{-\frac{g\rho_0}{p_0}y}$$

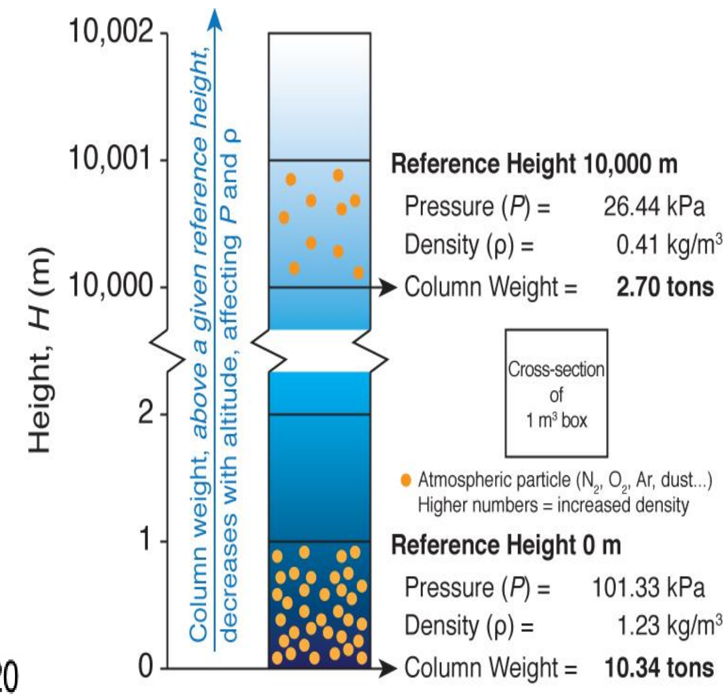
Εκθετική μείωση της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος

$$p_0 = 1{,}013 \times 10^5 \frac{N}{m^2} = 1\ atm$$

Τυπικές τιμές

$$\left.\begin{aligned} g &= 9.8\frac{m}{sec^2} \\ \rho_0 &= 1.20\frac{kgr}{m^3} \\ p_0 &= 1.013\times 10^5\frac{N}{m^2} \end{aligned}\right\} \frac{g\rho_0}{p_0} = 0.116\ km^{-1}$$





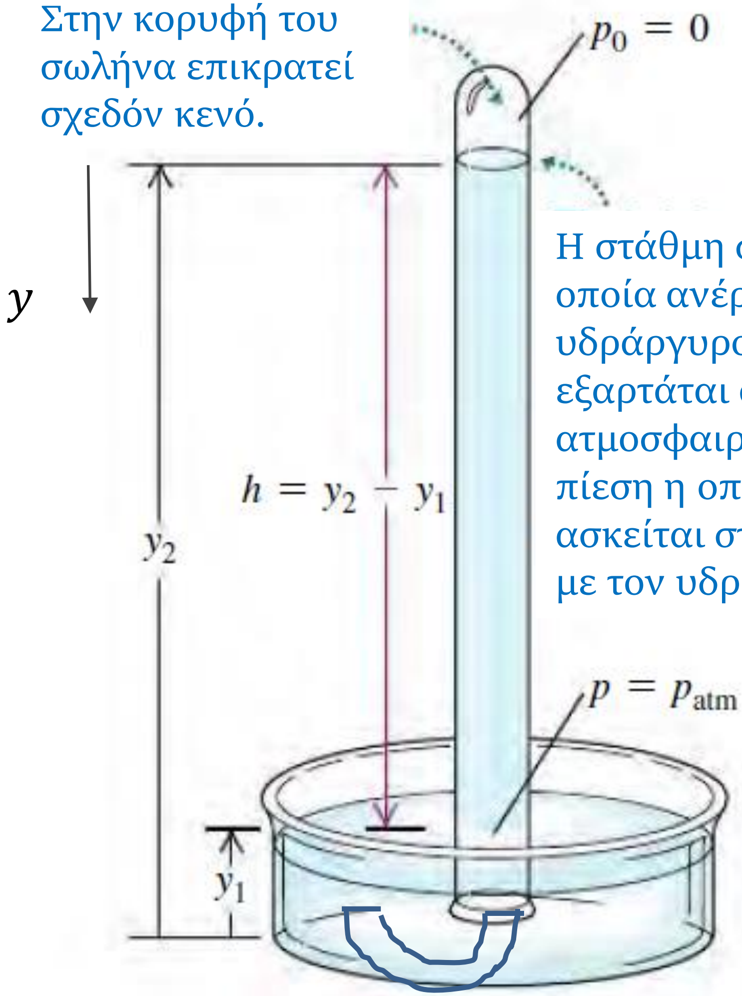
3α. Μέτρηση της απόλυτης Πίεσης

i) Μέτρηση <u>απόλυτης</u> ατμοσφαιρικής πίεσης: υδραργυρικό βαρόμετρο (Torricelli)

Στην κορυφή του σωλήνα επικρατεί σχεδόν κενό.

Ο μικρός χώρος καταλαμβάνεται από υδρατμούς υδραργύρου. Η πίεση που ασκείται στη στήλη από επάνω είναι **αμελητέα**.

$$\boxed{p = p_0 + \rho g (y_2 - y_1)}$$



Η στάθμη στην οποία ανέρχεται ο υδράργυρος εξαρτάται από την ατμοσφαιρική πίεση η οποία ασκείται στο δοχείο με τον υδράργυρο.

$p_\alpha = p_{atm} + \rho g y_1 \quad p_\delta = p_0 + \rho g y_2$

Γυάλινος σωλήνας γέμισε με υδράργυρο και αναστράφηκε σε δοχείο με υδράργυρο.

Χρησιμοποιούμε την εξίσωση που δίνει την πίεση σε βάθος h:

$$p_{atm} = p_0 + \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

Επομένως το ύψος της στήλης υδραργύρου παρέχει την τιμή της ατμοσφαιρικής πίεσης.

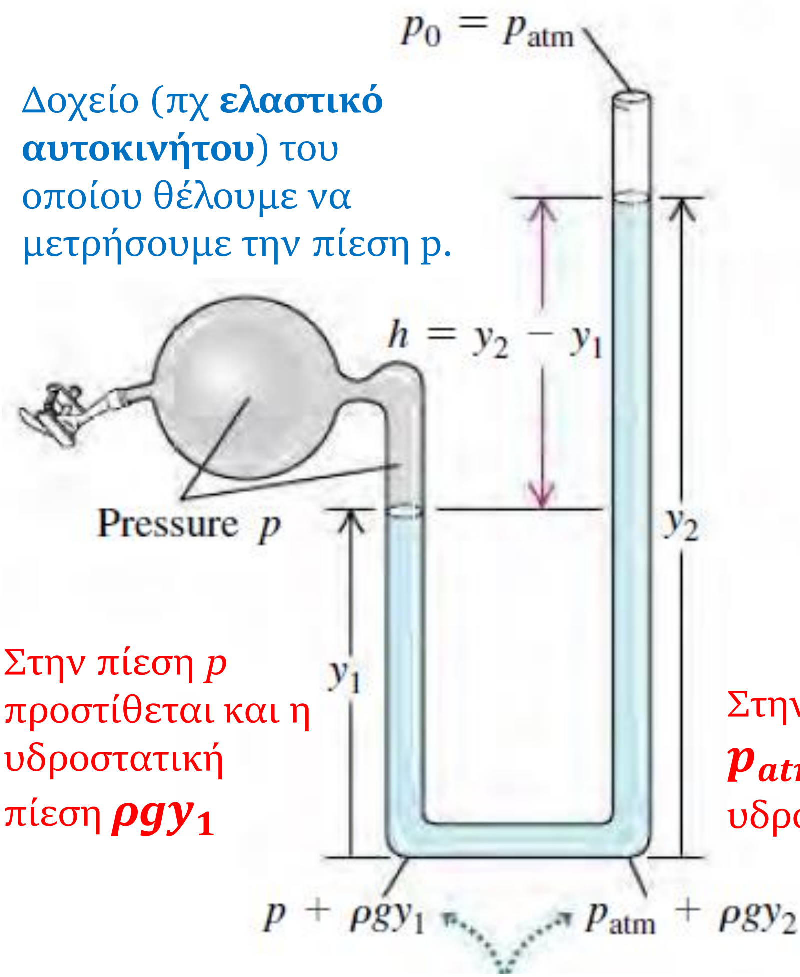
Μονάδες: 1 mmHg.

Η πίεση που αντιστοιχεί σε 1 mmHg καλείται 1 torr. Προσοχή εξαρτάται από ρ (δηλ. T) & g (δηλ. τοποθεσία).

3β. Μέτρηση της διαφορικής Πίεσης

ii) Μέτρηση σχετικής πίεσης (διαφορικής πίεσης): Μανόμετρο ανοικτού σωλήνα

Δοχείο (πχ **ελαστικό αυτοκινήτου**) του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε την πίεση p.



Στην πίεση p προστίθεται και η υδροστατική πίεση $\boldsymbol{\rho g y_1}$

Στην ατμοσφαιρική πίεση $\boldsymbol{p_{atm}}$ προστίθεται και η υδροστατική πίεση $\boldsymbol{\rho g y_2}$

Η πίεση είναι ίδια στον πυθμένα των δύο σωλήνων.

Πίεση στον πυθμένα του αριστερού σωλήνα

Πίεση στον πυθμένα του δεξιού σωλήνα

$$p + \rho g y_1 = p_{atm} + \rho g y_2 \Rightarrow$$

$$p - p_{atm} = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

p: Απόλυτη πίεση (πίεση δοχείου)

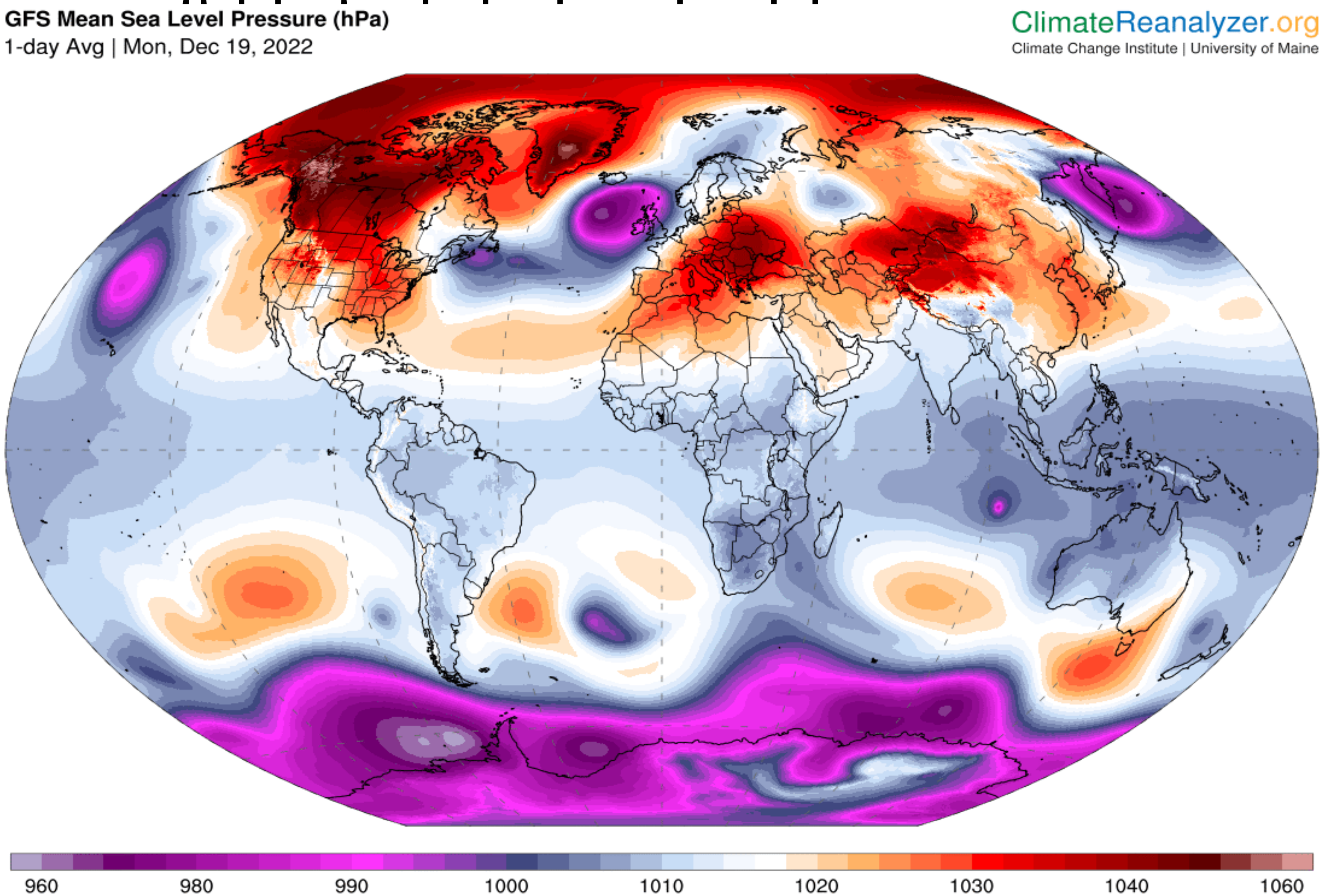
p – p$_{\mathbf{atm}}$: Σχετική ή διαφορική πίεση

Η διαφορική πίεση είναι ανάλογη προς τη διαφορά των υψών των στηλών.

Αν **p > p**$_{\mathbf{atm}}$ τότε το υγρό στη δεξιά στήλη θα ανέβει κατά *h* ώστε η υδροστατική πίεση στο τμήμα αυτό να ισορροπήσει τη διαφορά.

3γ. Ατμοσφαιρική Πίεση

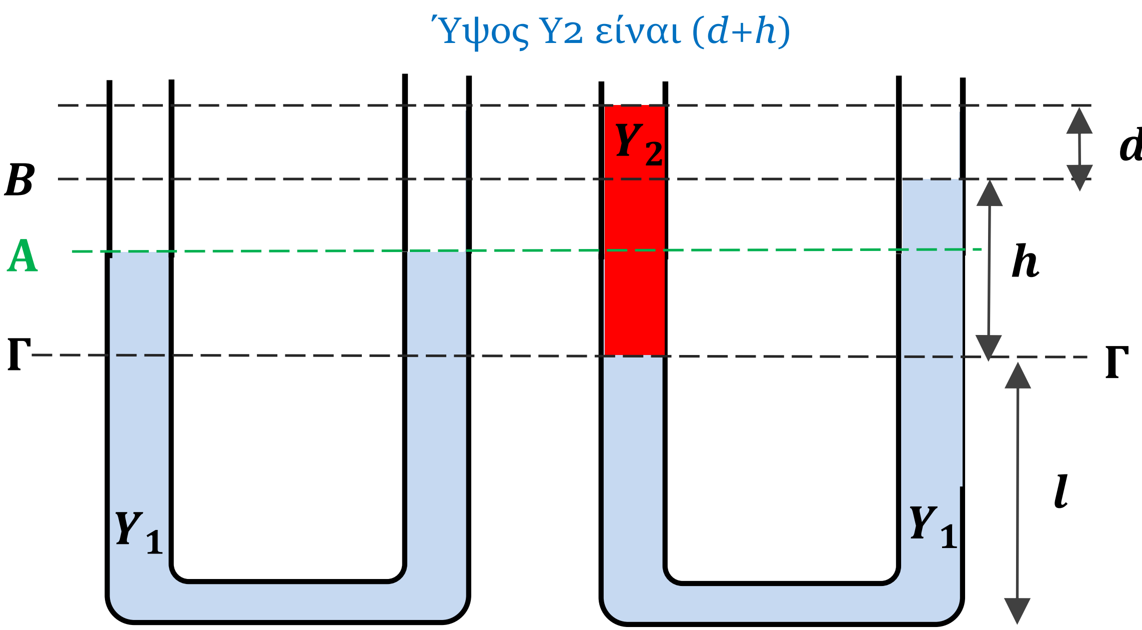
Κάθε στιγμή η ατμοσφαιρική πίεση διαφέρει από τόπο σε τόπο



Μέση τιμή στην επιφάνεια θάλασσας:

$$1\,atm = 760\,mm\,Hg = 101\,300\,Pa = 1013\,hPa = 101\,300\,\frac{N}{m^2} = 1{,}013\,Bar = 1013\,mb$$

Εφαρμογή 1: Υγρό πυκνότητας ρ_1 (Y_1) <u>ηρεμεί</u> σε στενό υοειδή σωλήνα (U). Τί θα γίνει αν προσθέσουμε στον αριστερό σωλήμα υγρό διαφορετικής πυκνότητας ρ_2 (Y_2);



Ηρεμία: Η πίεση είναι ίδια στον πυθμένα των δύο σωλήνων.

Εκφράζουμε την υδροστατική πίεση που ασκεί κάθε τμήμα των υγρών στον πυθμένα.

$$\boldsymbol{p_0} + \rho_2 g(d+h) + \boldsymbol{\rho_1\, gl} = \boldsymbol{p_0} + \boldsymbol{\rho_1\, gl} + \rho_1 gh$$

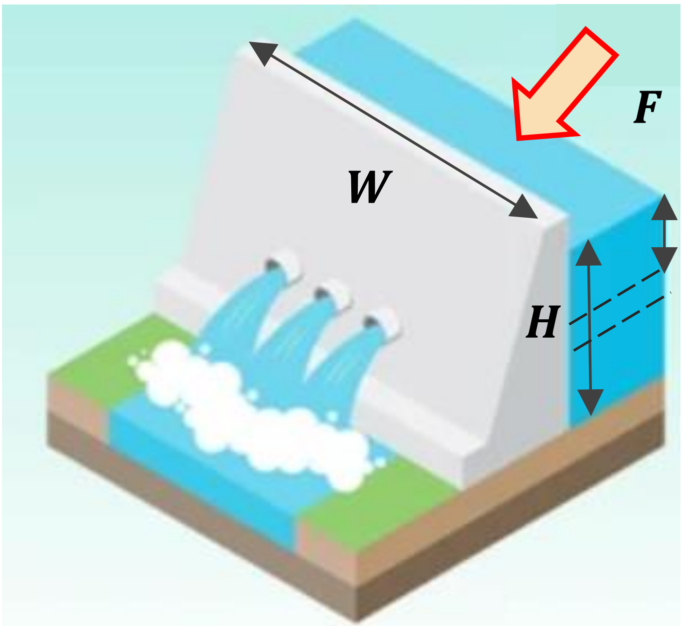
$$\Rightarrow \frac{h}{h+d} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \boldsymbol{d} = \frac{(\boldsymbol{\rho_1} - \boldsymbol{\rho_2})}{\boldsymbol{\rho_2}}\boldsymbol{h}$$

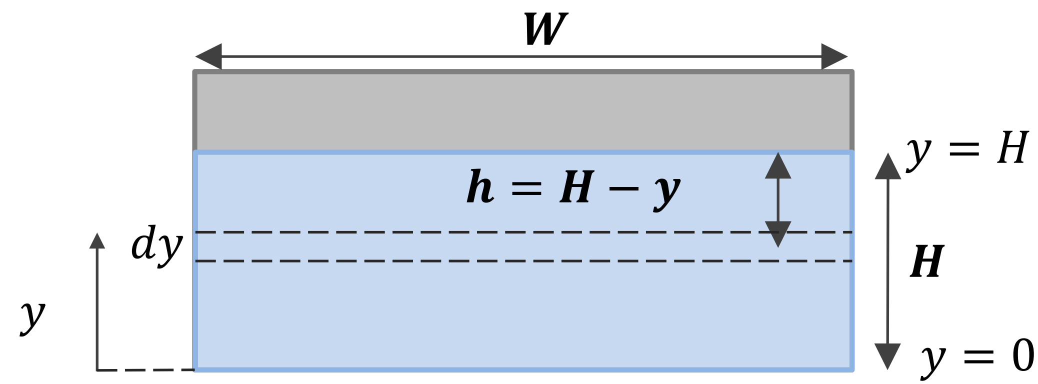
Η στάθμη του λιγότερου πυκνού ρευστού θα είναι υψηλότερα στην στήλη του ώστε να εξισορροπηθεί η πίεση στον πυθμένα και να ηρεμήσουν τα ρευστά.

Για προσθήκη Y2 με ύψος *(d+h)* ο λόγος $\frac{h}{h+d}$ εξαρτάται μόνο από ρ_1&ρ_2.

- $\boldsymbol{\rho_2 < \rho_1}$ (Y2: νερό – Y1: υδράργυρος), η νέα στάθμη του νερού είναι υψηλότερα (***d*>0**).
- $\boldsymbol{\rho_2 > \rho_1}$ (Y2: υδράργυρος – Y1: νερό), η νέα στάθμη του νερού είναι υψηλότερα (***d*<0**).
- $\boldsymbol{\rho_1 = \rho_2}$ ***d*=0**. Το Y1 ανεβαίνει (από το επίπεδο Α) κατά *h*/2 στον δεξιό σωλήνα.

Εφαρμογή 2: Εύρεση δύναμης ασκούμενης σε υδάτινο φράγμα.





Υδροστατική πίεση σε βάθος h (από στάθμη νερού).
Ασυμπίεστο ρευστό ρ=σταθ.

$$p = \rho g h = \rho g (H - y)$$

Δύναμη που ασκεί το νερό σε μια επιφανεια dA η οποία βρίσκεται σε βάθος y

$$dF = p\,dA = \rho g (H - y) W dy \;\Rightarrow$$

*Η δύναμη αυτή **αυξάνεται** με το βάθος. Συνολικά επάνω στην επιφάνεια του φράγματος ασκείται μια δύναμη*

$$F = \rho g W \int_0^H (H - y) dy = \rho g W H [y]_0^H - \frac{1}{2} \rho g W [y^2]_0^H \Rightarrow$$

$$\boxed{F = \frac{1}{2} \rho g W H^2}$$

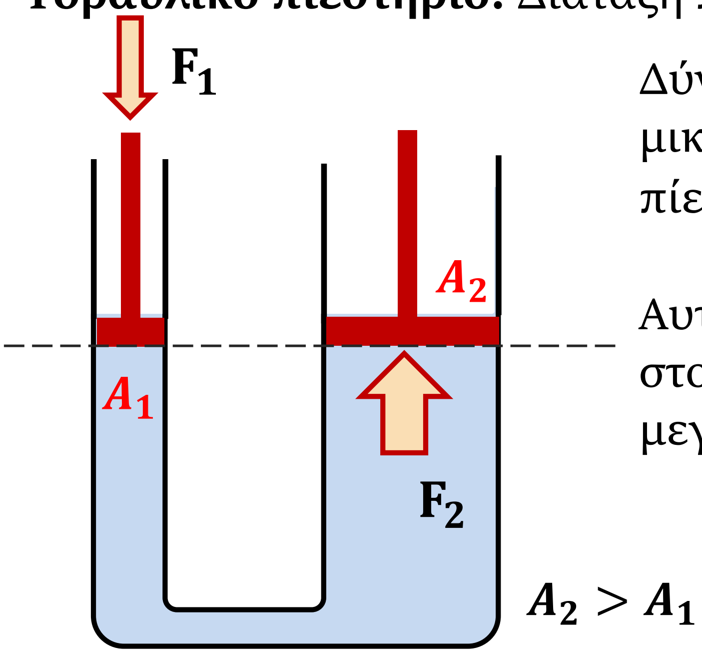
4α. Αρχή Pascal

Οποιαδήποτε εξωτερική πίεση ασκηθεί σε **ασυμπίεστο ρευστό**, περιορισμένο σε κάποια περιοχή (όπως ένα δοχείο), μεταφέρεται **αναλλοίωτη** (αμείωτη) σε κάθε σημείο του ρευστού και σε κάθε σημείο των τοιχωμάτων του δοχείου που το περιέχει.

$$p = p_0 + \rho g h$$

Η αρχή προέκυψε από την παρατήρηση ότι αν η πίεση η οποία ασκείται στην πάνω επιφάνεια του ρευστού "p_o" μεταβληθεί, τότε η πίεση "p" βρέθηκε να μεταβάλλεται ισόποσα σε οποιοδήποτε σημείο στο ρευστό.

Υδραυλικό πιεστήριο: Διάταξη *πολλαπλασιασμού δύναμης* με χρήση την αρχή Pascal.



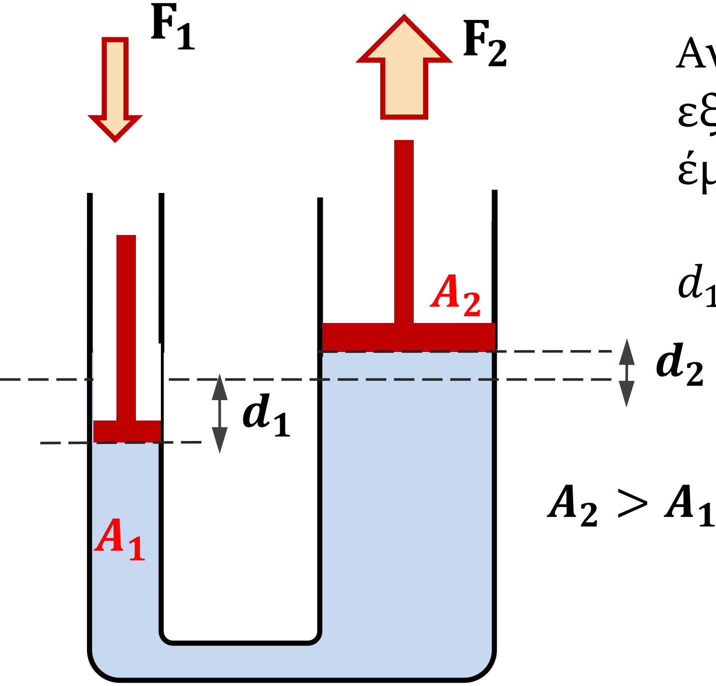
Δύναμη ασκείται στο ρευστό (πχ λάδι) μέσω εμβόλου μικρής διατομής A_1 η οποία οδηγεί σε εφαρμογή πίεσης $\Delta p = F_1/A_1$.

Αυτή μεταφέρεται σε κάθε σημείο του ρευστού και ασκεί στο έμβολο μεγάλης διατομής A_2 την ίδια πίεση Δp, αλλά μεγαλύτερη δύναμη F_2.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \boldsymbol{F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}}$$

4β. Υδραυλικό πιεστήριο

Υδραυλικό πιεστήριο: Διάταξη πολλαπλασιασμού δύναμης με χρήση την αρχή Pascal.



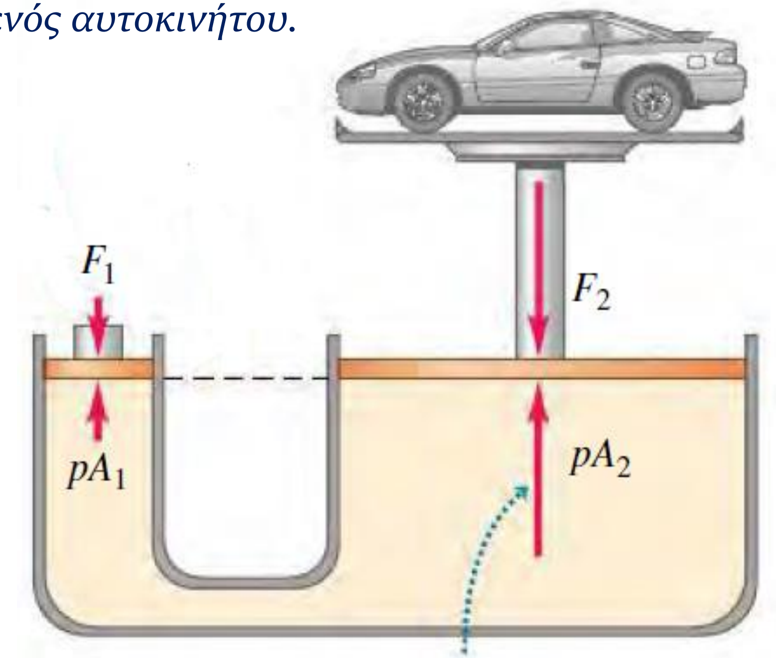
$A_2 > A_1$

Αν μετακινηθεί το μικρό έμβολο κατά διάστημα d_1 εξαιτίας της ασυμπιεστότητας του υγρού, το μεγάλο έμβολο θα μετακινηθεί κατά d_2, ώστε να ισχύει

$$d_1 A_1 = d_2 A_2 \Rightarrow d_2 = \frac{A_1}{A_2} d_1$$

Ίσος όγκου εκτοπισμένου ασυμπίεστου υγρού στα δύο έμβολα ($V_1 = V_2$)

Η δύναμη F_2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανύψωση ενός αυτοκινήτου.



Παραγώμενα έργα

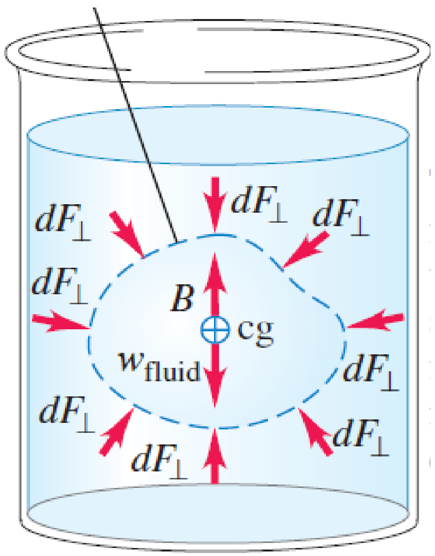
$$W_1 = F_1 d_1$$

$$W_2 = F_2 d_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} \frac{A_1}{A_2} d_1 = W_1$$

5α. Αρχή Αρχιμήδη - Άνωση

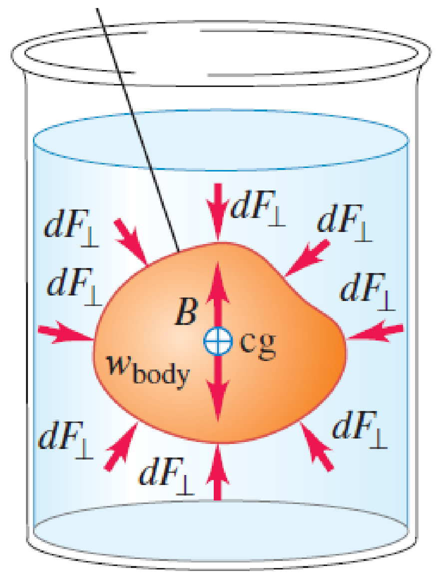
Σώμα πλήρως ή μερικώς βυθισμένο σε ρευστό δέχεται **δύναμη άνωσης** $\overrightarrow{\boldsymbol{F_b}}$ (**buoyancy force**) – κατακόρυφη προς τα επάνω – ίση με το **βάρος του ρευστού** το οποίο **εκτοπίζεται** από το σώμα.

Θεωρούμε *τυχαίο στοιχείο* με ακανόνιστο σχήμα σε ρευστό **<u>που ηρεμεί.</u>**



Το στοιχείο ηρεμεί. Άρα το άθροισμα των συνιστωσών στην διεύθυνση z των δυνάμεων που ασκούνται (λόγω πίεσης) στην συνοριακή επιφάνεια πρέπει να είναι μια **<u>ανωστική</u>** δύναμη και να ισορροπεί το βάρος του στοιχείου.

Αντικαθιστούμε το *τυχαίο στοιχείο* με στερεό σώμα ίδου ακριβώς σχήματος.



Οι δυνάμεις λόγω πίεσης δεν αλλάζουν. Επομένως η ίδια δύναμη προς τα πάνω ασκείται στο σώμα, όπως και στο διπλανό στοιχείο ρευστού. Αυτή είναι ανεξάρτητη του βάρους του σώματος.

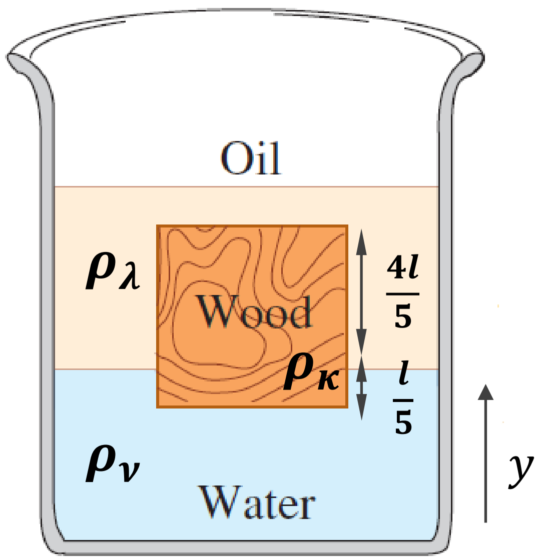
$$\sum \mathrm{F}_z = 0 \Rightarrow \sum_i (dF_\perp)_z = W_{fluid}$$

$$\boxed{\left|\overrightarrow{F_B}\right| = \text{Βάρος ρευστού}}$$

- Η δύναμη την οποία ασκεί το υπόλοιπο ρευστό στο στερεό σώμα εξακολουθεί να ασκείται.
- Ονομάζεται **άνωση** και είναι ίση με το βάρος του ρευστού εντός της συνοριακής επιφάνειας.

5β. Αρχή Αρχιμήδη - Εφαρμογές

Εφαρμογή 1: Κύβος ακμής l ισορροπεί σε δοχείο το οποίο περιέχει λάδι σε στρώμα επάνω από νερό. Το 1/5 της ακμής του είναι βυθισμένο στο νερό. Να βρεθεί η μάζα του κύβου.



Άνωση λόγω του μέρους του κύβου που είναι βυθισμένος στο λάδι (=βάρος εκτοπισμένου λαδιού)

Άνωση λόγω του μέρους του κύβου που είναι βυθισμένος στο νερό (βάρος εκτοπισμένου νερού)

$$\sum \mathrm{F}_y = 0 \Rightarrow \mathrm{A}_\lambda + \mathrm{A}_\nu - \mathrm{W} = 0$$

Βάρος κύβου

$$\Rightarrow \rho_\lambda \mathrm{V}_\lambda g + \rho_\nu V_\nu g - \rho_\kappa \mathrm{V}_\kappa g = 0$$

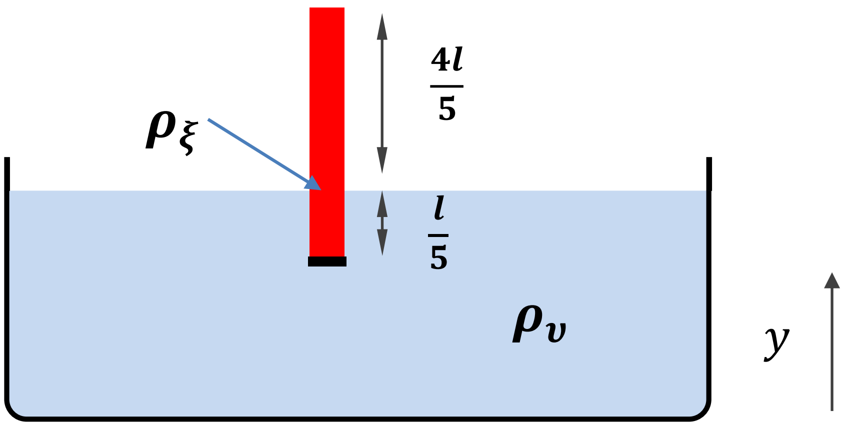
$$\Rightarrow \rho_\lambda l^2 \left(\frac{4l}{5}\right) + \rho_\nu l^2 \left(\frac{l}{5}\right) = \rho_\kappa l^3$$

$$\Rightarrow 4\rho_\lambda + \rho_\nu = 5\rho_\kappa$$

$$\Rightarrow \rho_\kappa = \frac{4\rho_\lambda + \rho_\nu}{5} \qquad \Rightarrow m_\kappa = \frac{4\rho_\lambda + \rho_\nu}{5} V_\kappa \qquad \Rightarrow m_\kappa = \frac{4\rho_\lambda + \rho_\nu}{5} l^3$$

5β. Αρχή Αρχιμήδη - Εφαρμογές

Εφαρμογή 2: Σιδερένιο έλασμα έχει κολληθεί στο κάτω μέρος **ξύλινης** ράβδου η οποία βυθίζεται σε δοχείο με υγρό. Να βρεθεί η μάζα του σιδήρου ώστε η ράβδος να ισορροπεί με το 1/5 του μήκους στο υγρό. Αμελούνται οι διαστάσεις του σιδερένιου ελάσματος. Η ξύλινη ράβδος έχει διατομή A, μήκος l, πυκνότητα ρ_ξ, ενώ το υγρό έχει πυκνότητα ρ_υ.



$$\sum \mathrm{F}_y = 0 \Rightarrow \mathrm{A}_\upsilon - W_\xi - W_\sigma = 0$$

$$\Rightarrow \rho_\upsilon \mathrm{V}_\upsilon g - \rho_\xi \mathrm{V}_\xi g - m_\sigma g = 0$$

$$\Rightarrow \rho_\upsilon A\left(\frac{l}{5}\right) - \rho_\xi A l - m_\sigma = 0$$

$$\Rightarrow m_\sigma = \frac{lA(\rho_\upsilon - 5\rho_\xi)}{5}$$

Ερώτηση: Τί κίνηση θα κάνει η ράβδος εάν πιεσθεί ώστε να βυθιστεί κατά Δl στο υγρό και στη συνέχεια αφεθεί και πάλι ελεύθερη;

Αγνοείστε όλες τις άλλες δυνάμεις εκτός του βάρους και της άνωσης.