Να αποδείξετε την σχέση
$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P = \frac{\rho^2}{M}\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial s}{\partial\rho}\right)_T$, όπου τα σύμβολα παριστάνουν: M γραμμομοριακή μάζα, ρ πυκνότητα, s γραμμομοριακή εντροπία, T θερμοκρασία και P πίεση.

Λύση:

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\rho = -\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = -\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T =$$

$$= -\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial s}{\partial\rho}\right)_T\left(\frac{\partial\rho}{\partial v}\right)_T = -\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial s}{\partial\rho}\right)_T\left(-\frac{M}{v^2}\right) = \frac{\rho^2}{M}\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T\left(\frac{\partial s}{\partial\rho}\right)_T$$

όπου χρησιμοποιήσαμε μια σχέση Maxwell $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ και τους ορισμούς

$s = \frac{S}{n}$, $v = \frac{V}{n}$, $\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{v}$ απ' όπου $\left(\frac{\partial\rho}{\partial v}\right)_V = \frac{d\rho}{dv} = -\frac{M}{v^2}$ και ρ σταθερή σημαίνει και v και V σταθερό.

9/4/2015