

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ XI

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΚ ΧΗΜΙΚΩΣ ΑΝΤΙΔΡΩΝΤΩΝ ΣΥΣΤΑΤΙΚΩΝ

§ 11.1. Ιδιότητες άντιδράσεως

Εις τὴν παράγραφον (7.7) ἐξηγάσθη ἡ περίπτωσις συστημάτων ἀποτελουμένων ἐξ τριών μοριακῶν εἰδῶν, δυναμένων νόμου άντιδράσουν χημικῶς κατὰ τὴν ἐξισωσιν:

$$\sum_{i=1}^r v_i X_i = 0 \quad (11.1.1)$$

Ἡ συντεταγμένη ἡ μεταβλητὴ προόδου άντιδράσεως ξ, ἐκτατικὴ ίδιότης, ἔχουσα διαστάσεις ποσοῦ οὐσίας, εἰσήχθη διὰ τῆς ἐξισώσεως (7.7.5):

$$d\xi = -\frac{dn_i}{v_i} \quad (i = 1, \dots, r) \quad (11.1.2)$$

Ο ἀριθμὸς γραμμομορίων τῶν άντιδρώντων εἰδῶν εἰς τινα χρόνον t δίδεται διὰ τῶν ἐξισώσεων (7.7.6):

$$n_i = n_i^0 + v_i \xi \quad (i = 1, \dots, r) \quad (11.1.3)$$

ὅπου n_1^0, \dots, n_r^0 δ ἀριθμὸς γραμμομορίων εἰς χρόνον t = 0.

Ἡ συνθήκη χημικῆς ισορροπίας ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως (7.7.20) ἢ τῆς (7.7.26), δηλαδὴ τῶν ἐξισώσεων:

$$-\sum_{i=1}^r v_i \mu_i = A = 0 \quad (11.1.4)$$

ὅπου A ἡ χημικὴ συγγένεια άντιδράσεως.

Οιαδήποτε ἐκτατικὴ ίδιότης Z, διὰ δεδομένον ἀρχικὸν ἀριθμὸν γραμμομορίων n_1^0, \dots, n_r^0 , δύναται νὰ δοθῇ ὡς συνάρτησις τῶν μεταβλητῶν P, T καὶ ξ, ἥτοι:

$$Z = Z(P, T, \xi) \quad (11.1.5)$$

Τό διαφορικόν dZ , ύπò σταθεράν πίεσιν και θερμοκρασίαν, γράφεται:

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial \xi} d\xi \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.6)$$

*Αλλ' ύπò P, T σταθερά: $Z = Z(n_1, \dots, n_r)$ και $n_i = n_i(\xi)$ ($i=1, \dots, r$)

*Επομένως $\left(\frac{\partial Z}{\partial \xi} \right)_{P, T} = \sum_1^r \left(\frac{\partial Z}{\partial n_i} \right) \frac{dn_i}{d\xi}$ (βλέπε και έξισωσιν Π. 1.2).

Εἰσάγοντες εἰς τὴν τελευταίαν αὐτὴν έξισωσιν τὰς (7.9.7) και (2) λαμβάνομεν τήν:

$$z_r = \left(\frac{\partial Z}{\partial \xi} \right)_{P, T} = \sum_1^r v_i z_i \quad (11.1.7)$$

ἀποτελοῦσαν έξισωσιν συνδέσεως κλειστῶν συστημάτων, εἰς τὰ δύοντα λαμβάνει χώραν χημική ἀντίδρασις, και ἀνοικτῶν συστημάτων.

*Η διὰ τῆς έξισώσεως (7) δρισθεῖσα ίδιότης z_r δνομάζεται διαφορική ίδιότης ἀντιδράσεως, ξεαρτᾶται δὲ διὰ δεδομένον ἀρχικὸν ἀριθμὸν γραμμομορίων ἀπὸ τὴν μεταβλητὴν ἀντιδράσεως ξ , δηλαδὴ ἀπὸ τὴν σύνθεσιν τῆς φάσεως. *Ως ἔχ τοῦ δρισμοῦ τῆς προκύπτει, εἶναι αὐτῇ έντατική ίδιότης.

*Ἐκ τῆς έξισώσεως (7) λαμβάνομεν δι' ὀλοκληρώσως:

$$\Delta Z = \int_{\xi_1}^{\xi_2} z_r d\xi \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.8)$$

Εἰς τὰς περιπτώσεις, κατὰ τὰς δύοις η z_r δὲν ξεαρτᾶται ἀπὸ τὴν σύνθεσιν, ή εἰς ἀντιδράσεις λαμβανούσας χώραν μεταξὺ συστατικῶν εἰς καθαρὰς φάσεις δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$\Delta Z = z_r \Delta \xi \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.9)$$

*Ἐὰν συμφωνήσωμεν νὰ γράψωμεν $\Delta \xi = \xi^+ - \xi^- = 1$, ἐφ' ὅσον η ἀντίδρασις προχωρεῖ κατὰ ἐν γραμμούριον ἀντιδράσεως, έχομεν:

$$\Delta Z_r = z_r \xi^+ \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.10)$$

ὅπου ΔZ_r η αὔξησις τῆς έκτατικῆς ίδιότητος Z ($Z = G, H, S, V$ κλπ.), δταν η ἀντίδρασις προχωρήσῃ κατὰ $\Delta \xi = 1$.

*Η ποσότης ΔZ_r , καλούμενη ὀλοκληρωτική ίδιότης ἀντιδράσεως, εἶναι

Ιδιότης έκτατική και δὲν πρέπει νὰ συγχέεται πρὸς τὴν έντατικὴν z_r . Άκομη καὶ εἰς τὴν έξαιρετικὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν δποίαν αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ τῶν δύο ιδιοτήτων συμπίπτουν, αὗται διαφέρουν εἰς τὰς διαστάσεις. Πρέπει πρὸς τούτοις νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ z_r , δρυζομένη διὰ τῆς έξισώσεως (7), ἀναφέρεται εἰς τὴν στιγμαίαν περιγραφὴν τῆς καταστάσεως τῆς άντιδράσεως, ἔχει δὲ ἔννοιαν καὶ εἰς ἀνοικτὰ συστήματα, ὡς συνδεομένη πρὸς τὰς μερικὰς γραμμομοριακὰς ιδιότητας. Άντιθέτως ἡ Δz_r ἀναφέρεται εἰς πεπερασμένην μεταβολὴν κλειστοῦ συστήματος, ὑπὸ σταθερὰς τιμὰς θερμοκρασίας καὶ πιέσεως (γενικώτερον συντεταγμένων ἔργου).

Εἰδικῶς διὰ $Z = G, S, H, V$ ἔχομεν ἐκ τῶν έξισώσεων (8), (7) καὶ (4) :

$$\left. \begin{aligned} \Delta G &= \int_0^{\xi} G_r \, d\xi' = \int_0^{\xi} \sum_{i=1}^r v_i \mu_i \, d\xi' = - \int_0^{\xi} A d\xi' \\ \Delta S &= \int_0^{\xi} S_r \, d\xi' = \int_0^{\xi} \sum_{i=1}^r v_i s_i \, d\xi' \end{aligned} \right\} \quad (11.1.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta H &= \int_0^{\xi} h_r \, d\xi' = \int_0^{\xi} \sum_{i=1}^r v_i h_i \, d\xi' \\ \Delta V &= \int_0^{\xi} v_r \, d\xi' = \int_0^{\xi} \sum_{i=1}^r v_i v_i \, d\xi' \end{aligned} \right\} \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta G_r &= \sum_{i=1}^r v_i \mu_i \xi^+ = G_r \xi^+ = - A \xi^+ \\ \Delta S_r &= s_r \xi^+, \quad \Delta H_r = h_r \xi^+, \quad \Delta V_r = v_r \xi^+ \end{aligned} \right\} \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.13)$$

Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν ισχύος τῆς έξισώσεως (10) αἱ έξισώσεις (11 - 14) γράφονται :

$$\left. \begin{aligned} \Delta G_r &= \sum_{i=1}^r v_i \mu_i \xi^+ = G_r \xi^+ = - A \xi^+ \end{aligned} \right\} \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta S_r &= s_r \xi^+, \quad \Delta H_r = h_r \xi^+, \quad \Delta V_r = v_r \xi^+ \end{aligned} \right\} \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.1.16)$$

§ 11.2. Ένθαλπία άντιδράσεως

Συμφώνως πρὸς τὴν έξισώσιν (11.1.7) ἡ διαφορικὴ ένθαλπία άντιδράσεως h_r ὁρίζεται ὡς :

$$h_r = \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{P, T} = \sum_{i=1}^r v_i h_i \quad (11.2.1)$$

Η δλοκληρωτικὴ ένθαλπία άντιδράσεως ΔH_r ισοῦται πρὸς τὴν δια-

φορδάν τῆς ἐνθαλπίας μεταξὺ δύο καταστάσεων, ύπό τὴν αὐτὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν, ἀπεχουσῶν κατὰ $\Delta\xi = 1$. Ἐὰν ἡ διεργασία μεταβάσεως ἐκ τῆς ἀρχικῆς εἰς τὴν τελικὴν κατάστασιν είναι ισοβαρής καὶ μοναδικὸν ἔργον είναι τὸ ἔργον ἐκτονώσεως, ἔχομεν (ἐξίσωσις 3.6.6) :

$$\Delta H_r = q \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.2.2)$$

Ως ἐκ τῆς τελευταίας ἐξισώσεως προκύπτει, ἡ διοκληρωτικὴ ἐνθαλπία ἀντιδράσεως δνομάζεται καὶ θερμότης ἀντιδράσεως ὑπὸ σταθεράν πίεσιν. Εἰς τὰς περιπτώσεις κατὰ τὰς δοποίας αἱ μερικαὶ γραμμομοριακαὶ ἴδιότητες δὲν ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὴν σύνθεσιν, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν ίδανικῶν ἢ ίδανικῶν ἀραιῶν φάσεων ἢ τὴν περίπτωσιν ἀντιδράσεως μεταξὺ φάσεων ἐκ καθαρῶν συστατικῶν, ἔχομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως (11.1.10) :

$$\Delta H_r = h_r \xi^+ = \sum_i v_i h_i \xi^+ \quad (11.2.3)$$

Εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτὰς αἱ ΔH_r καὶ h_r ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀριθμητικὴν τιμήν.

Ἡ ΔH_r δύναται νὰ προσδιορισθῇ πειραματικῶς διὰ τοῦ θερμιδομέτρου. Ἔστω δτι ζητεῖται ἡ αὐξήσις τῆς ἐνθαλπίας κατὰ μίαν γημικὴν ἀντίδρασιν λαμβάνονταν χώραν ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν, δηλαδὴ ἡ διαφορὰ $\Delta H = H(T, P, \xi_2) - H(T, P, \xi_1)$. Ὑποθέσωμεν δτι δταν ἡ ἀντίδρασις λαμβάνη χώραν ισοβαρῶς εἰς θερμικῶς μονωμένον δοχεῖον (θερμιδόμετρον), ἡ θερμοκρασία μειοῦται ἀπὸ T εἰς T' . Δοθέντος δτι ἡ ἀντίδρασις ἔλαβε χώραν ἀδιαβατικῶς καὶ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, ἔχομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3.6.6) :

$$H(P, T', \xi') - H(P, T, \xi_1) = 0 \quad (11.2.4)$$

Ἐκ τῆς καταστάσεως $H(P, T', \xi')$ διὰ προσφορᾶς ἡλεκτρικοῦ ἔργου ισοβαρῶς φέρομεν τὸ σύστημα εἰς τὴν ἀρχικὴν θερμοκρασίαν, δηλαδὴ εἰς κατάστασιν $H(P, T, \xi_2)$. Διὰ τὴν τελευταίαν αὐτὴν διεργασίαν ἔχομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3.6.8) :

$$H(P, T, \xi_2) - H(P, T', \xi') = - w_H^* \quad (11.2.5)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (4) καὶ (5) λαμβάνομεν :

$$H(P, T, \xi_2) - H(P, T, \xi_1) = - w_H^* \quad (11.2.6)$$

Οὗτως ἡ θερμότης ἀντιδράσεως δύναται νὰ μετρηθῇ πειραματικῶς, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν δτι ἡ ἀντίδρασις λαμβάνει χώραν μὲ σημαντικὴν ταχύτητα,

οὕτως ὥστε νὰ δύναται νὰ συμπληρωθῇ εἰς τὰ χρονικὰ ὅρια διαρκείας ἐνὸς πειράματος. Τοιαύτας περιπτώσεις ἔχομεν εἰς ἀντιδράσεις καύσεως, ἀντιδράσεις ἔξουδετρώσεως κλπ.

Νόμος Hess. Εἰς περιπτώσεις καὶ τὰς ὄποιας πειραματικὴ μέτρησις τῆς θερμότητος ἀντιδράσεως εἶναι δυσχερής ἢ καὶ ἀδύνατος, ὡς τῆς θερμότητος σχηματισμοῦ τῶν δργανικῶν ἑνώσεων, ὁ προσδιορισμὸς αὐτῆς δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ ἐμμέσως, ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ ἐνθαλπία εἶναι συνάρτησις τῆς καταστάσεως καὶ ἐπομένως ἡ αὐξησις αὐτῆς εἶναι συνάρτησις τῆς ἀρχικῆς καὶ τελικῆς καταστάσεως.

Ἄς θεωρήσωμεν s ἀντιδράσεις λαμβανούσας χώραν ὑπὸ τὴν αὐτὴν σταθερὰν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν, δηλαδὴ τὰς ἀντιδράσεις:

$$\sigma^a \sum_1^r v_i^a X_i = 0 \quad (a = 1, \dots, s) \quad (11.2.7)$$

Θεωρήσωμεν πρὸς τούτοις καὶ τὴν ἀντίδρασιν $s+1$, προκύπτουσαν ἐκ τῆς ἀθροίσεως τῶν s ἀντιδράσεων:

$$\sum_1^r v_i X_i = 0 \quad (11.2.8)$$

λαμβάνουσαν χώραν ὑπὸ τὴν αὐτὴν σταθερὰν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν πρὸς τὰς s ἀντιδράσεις.

Οἱ στοιχειομετρικοὶ συντελεσταὶ v_i τῆς $s+1$ ἀντιδράσεως ουνδέονται πρὸς τοὺς στοιχειομετρικοὺς συντελεστὰς v_i^a διὰ τῆς ἔξισώσεως:

$$v_i = \sum_{a=1}^s \sigma^a v_i^a \quad (11.2.9)$$

ὅπου οἱ συντελεσταὶ σ^a παριστοῦν τὴν συμβολὴν τῆς ἀντιδράσεως α εἰς τὴν ἔξι ἀθροίσεως ἀντίδρασιν.

Ἡ θερμότης ἀντιδράσεως τῆς ἀντιδράσεως (8) εἶναι, βάσει τῶν ἔξισώσεων (11.2.3) καὶ (9):

$$\Delta H_r^{s+1} = \xi + \sum_1^r v_i h_i = \xi + \sum_1^r \sum_{a=1}^s \sigma^a v_i^a h_i \quad (11.2.10)$$

εἴτε δι' ἔναλλαγῆς τῶν ἀθροισμάτων:

$$\Delta H_r^{s+1} = \xi + \sum_{a=1}^s \sigma^a \sum_1^r v_i^a h_i \quad (11.2.11)$$

‘Αλλ’ ἡ θερμότης ἀντιδράσεως τῆς ἀντιδράσεως α δίδεται ὑπὸ τῆς ἔξισώσεως (ἔξισωσις 11.2.3):

$$\Delta H_r^{\alpha} = \xi^+ \sum_1^r v_i^{\alpha} h_i \quad (11.2.12)$$

Έπομένως ή θερμότης άντιδράσεως της $s + 1$ άντιδράσεως είναι :

$$q^{s+1} = \sum_1^s q_{\alpha} = \Delta H_r^{s+1} = \sum_1^s v^{\alpha} \Delta H_r^{\alpha} \quad (11.2.13)$$

Η έξισωσις (13) έκφραζει τὸν νόμον τῶν σταθερῶν ἀθροισμάτων θερμότητος τοῦ Hess, είναι δὲ ἀπόρροια τοῦ γεγονότος ὅτι ή αὐξησις τῆς ἐνθαλπίας ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ισοῦται πρὸς τὴν ἀπορροφουμένην θερμότητα. Διὰ τοῦ νόμου τούτου είναι ἐπομένως δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῇ ή θερμότης άντιδράσεως, ἐὰν δίδωνται αἱ θερμότητες άντιδράσεως τῶν άντιδράσεων ἐκείνων, διὰ γραμμικοῦ συνδυασμοῦ τῶν ὁποίων ή ὑπ' ὄψιν άντιδρασις δύναται νὰ προκύψῃ.

Θερμότης άντιδράσεως σχηματισμοῦ. Είναι πρὸς τούτοις δυνατόν, νὰ ἔκφρασωμεν τὴν θερμότητα άντιδράσεως δεδομένης άντιδράσεως διὰ τῶν θερμοτήτων σχηματισμοῦ τῶν ἐνώσεων τῶν ὑπεισερχομένων εἰς τὴν άντιδρασιν.

Η άντιδρασις ή ἔκφραζουσα τὸν σχηματισμὸν ἐνὸς γραμμομορίου μιᾶς ἐνώσεως X_i ἐκ τῶν στοιχείων της, εὑρισκομένων εἰς εύσταθη κατάστασιν, ὑπὸ δεδομένην πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν, είναι :

$$X_i + \sum_k v_k^i \mathcal{E}_k = 0 \quad (11.2.14)$$

ὅπου \mathcal{E}_k άντιπροσωπεύει ἐν γραμμομόριον τοῦ στοιχείου k , τὸ δὲ ἀθροισμα λαμβάνεται ἐφ' ὅλων τῶν στοιχείων τῶν συνθετόντων τὴν ἐνώσιν X_i . Δεδομένου ὅτι τὰ στοιχεῖα εἰς τὴν έξισωσιν (14) ἀποτελοῦν τὰ άντιδρῶντα εἴδη, οἱ στοιχειομετρικοὶ τῶν συντελεστῶν v_k^i είναι ἀρνητικοί. Η ἐνθαλπία τῆς άντιδράσεως σχηματισμοῦ (14) είναι :

$$h_{if} = h_i + \sum_k v_k^i h_k \quad (11.2.15)$$

ὅπου h_{if} ή διαφορικὴ ἐνθαλπία σχηματισμοῦ τῆς X_i , h_i ή μερικὴ γραμμομοριακὴ ἐνθαλπία τῆς ἐνώσεως X_i καὶ h_k αἱ γραμμομοριακαὶ ἐνθαλπίαι τῶν στοιχείων τῶν συνιστώντων τὴν ἐνώσιν X_i .

Οἰαδήποτε χημικὴ άντιδρασις, ὡς ή ἀποδιδομένη διὰ τῆς έξισώσεως (11.1.1), δύναται ν' ἀποδοθῇ ἐπίσης διὰ τῆς έξισώσεως :

$$\sum_1^r v_i (X_i + \sum_k v_k^i \mathcal{E}_k) = 0 \quad (11.2.16)$$

θοδέντος δτι :

$$\sum_{k=1}^r v_i v_k^i \delta_k = 0 \quad (11.2.17)$$

εἰς ὅλας τὰς χημικὰς άντιδράσεις, εἰς τὰς δύοις τὰ στοιχεῖα δ_k διατηροῦνται, ἀποκλειομένων βεβαίως τῶν πυρηνικῶν. Πράγματι δὲ ἀριθμὸς $\sum_1^r v_i v_k^i$ ἔκφραζει τὴν μεταβολὴν τοῦ στοιχείου k εἰς τὴν άντιδρασιν, δεδομένου δτι v_k^i εἶναι μέτρον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν γραμμομορίων τοῦ στοιχείου k εἰς τὴν ἔνωσιν i καὶ v_i τὸ μέτρον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν γραμμομορίων τῆς ἔνώσεως i εἰς τὴν άντιδρασιν καὶ ἐπομένως τὸ ὡς ἄνω ἀθροισμα πρέπει νὰ μηδενίζεται.

Οὕτως δὲ διαφορικὴ ἐνθαλπία άντιδράσεως τῆς άντιδράσεως (16) εἶναι :

$$h_r = \sum_1^r v_i (h_i + \sum_k v_k^i h_k) \quad (11.2.18)$$

Εἰσάγοντες τὴν ἔξισωσιν (15) εἰς τὴν (18) λαμβάνομεν διὰ τὴν ἐνθαλπίαν άντιδράσεως τὴν ἔξισωσιν :

$$h_r = \sum_1^r v_i h_i \quad (11.2.19)$$

Ἐπομένως δὲ διαφορικὴ ἐνθαλπία άντιδράσεως δύναται νὰ προκύψῃ ἐκ τῶν ἐνθαλπιῶν τῶν άντιδράσεων σχηματισμοῦ τῶν ἔνώσεων τῶν ὑπεισερχομένων εἰς τὴν άντιδρασιν. Αἱ ἐνθαλπίαι σχηματισμοῦ ἀναγράφονται εἰς σχετικοὺς πίνακας διὰ θερμοκρασίαν $25^\circ C$ καὶ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας μὲ τὰ στοιχεῖα εἰς καθαρὰν κατάστασιν καὶ τὴν εὐσταθή μορφὴν εἰς τὴν ἀναφερθεῖσαν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν (π.χ. δὲ ἀνθρακὶ ὡς γραφίτης, τὸ δευτερόνον ὡς διατομικὸν μόριον κλπ.).

Άντιδράσεις, τῶν δύοιων δὲ ἐνθαλπία άντιδράσεως ἔχει θετικὴν τιμήν, δύνομάζονται ἐνδοθερμικαί, ἐκεῖναι δὲ τῶν δύοιων δὲ ἐνθαλπία άντιδράσεως ἔχει τιμὴν ἀρνητικήν, ἐξωθερμικαί.

Ἐξάρτησις τῆς ἐνθαλπίας άντιδράσεως ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν. Η ἐξάρτησις τῆς ἐνθαλπίας άντιδράσεως ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν προκύπτει διὰ παραγωγίσεως τῆς ἔξισώσεως (1) ὡς πρὸς τὴν θερμοκρασίαν ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Οὕτω λαμβάνομεν :

$$\left(\frac{\partial h_r}{\partial T} \right)_P = \sum_1^r v_i \left(\frac{\partial h_i}{\partial T} \right)_P = \sum_1^r v_i c_{i,P} \quad (11.2.20)$$

ὅπου $c_i p$ ή μερική ύπολη σταθεράν πίεσιν γραμμομοριακή θερμοχωρητικότης του συστατικού i. Γράφοντες:

$$\Delta c_p = \sum_1^r v_i c_{ip} \quad (11.2.21)$$

και εισάγοντες αυτήν εἰς τὴν ἔξισωσιν (20) λαμβάνομεν:

$$\left(\frac{\partial h_r}{\partial T} \right)_p = \Delta c_p \quad (11.2.22)$$

*Η τελευταία αυτή ἔξισωσις δφείλεται εἰς τὸν Kirchhoff.

Κατὰ ταῦτα, ἐὰν ή ἐνθαλπία ἀντιδράσεως εἶναι γνωστή εἰς δεδομένην θερμοκρασίαν, δύναται αυτή νὰ υπολογισθῇ εἰς οίανδήποτε ἄλλην θερμοκρασίαν δι' ὀλοκληρώσεως τῆς ἔξισώσεως (22). Διὰ μικρὰς περιοχὰς θερμοκρασιῶν ή Δc_p δύνοται νὰ θεωρηθῇ ως ἀνεξάρτητος τῆς θερμοκρασίας. Διὰ καλυτέραν ὅμως προσέγγισιν ἀπαιτεῖται ή ἔξαρτησις τῶν c_{ip} ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Αὕτη προκύπτει ἐκ πειραματικῶν μετρήσεων, ἀποδίδεται δὲ συνήθως ύπο μορφὴν δυναμοσειδᾶς, ως εἰς τὴν πρώτην τῶν ἔξισώσεων (3.7.11). Οὕτω δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$\Delta c_p = \Delta a + \Delta b T + \Delta c T^2 + \dots \quad (11.2.23)$$

ὅπου $\Delta a = \sum_1^r v_i a_i, \quad \Delta b = \sum_1^r v_i b_i \text{ κλπ.}$

*Η ἔξαρτησις τῆς h_r ἀπὸ τὴν πίεσιν δύναται νὰ δοθῇ κατ' ἀνάλογον τρόπον διὰ παραγωγίσεως τῆς ἔξισώσεως (1) ως πρὸς τὴν πίεσιν, διε λαμβάνομεν:

$$\left(\frac{\partial h_r}{\partial P} \right)_T = \sum_1^r v_i \left(\frac{\partial h_i}{\partial P} \right)_T \quad (11.2.24)$$

Προκειμένου περὶ ἀντιδράσεως μεταξὺ ἀερίων, ἐὰν τὰ τελευταῖα θεωρηθοῦν ως ἴδαινικά, δεδομένου ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν αυτὴν ἰσχύει $\left(\frac{\partial h_i}{\partial P} \right)_T = 0$, ή ἐνθαλπία ἀντιδράσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς πιέσεως. Εἰς τὰς ύπολοίπους περιπτώσεις, διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῆς ἔξαρτησεως τῆς ἐνθαλπίας ἀντιδράσεως ἀπὸ τὴν πίεσιν, θὰ χρησιμοποιηθῇ ή ἔξισωσις (5.6.3) ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν κατάλληλον καταστατικὴν ἔξισωσιν. Γενικῶς διὰ μετρίας μεταβολὰς πιέσεων ή ἐνθαλπία ἀντιδράσεως δύναται νὰ θεωρηθῇ ως ἀνεξάρτητος τῆς πιέσεως.

§ 11.3. Ένέργεια άντιδράσεως

Έτσι δια τὴν περιγραφήν μιᾶς φάσεως, τῆς ὁποίας τὰ συστατικὰ ὑπόκεινται εἰς χημικὴν ἀντίδρασιν, χρησιμοποιηθοῦν ὡς ἀνεξάρτητοι μεταβληταί, ἐκτὸς τῆς ξ, ἢ V καὶ T, ἀντὶ τῶν P καὶ T, ἔχομεν τὴν ἀνάλογον τῆς (11.1.5) ἔξισωσιν:

$$Z = Z(V, T, \xi) \quad (11.3.1)$$

διὰ τὴν ἔξαρτησιν μιᾶς ἔκτατικῆς ἰδιότητος Z τῆς φάσεως.

Εἰδικώτερον διὰ $Z = U$ λαμβάνομεν σχέσεις ἀναλόγους πρὸς τὰς τῆς παραγράφου (2). Οὕτως ἔχομεν:

$$u_r = \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_{V, T} = \sum_i^r v_i u_i \quad V, T = \text{σταθ.} \quad (11.3.2)$$

$$\Delta U_r = q \quad \Delta \xi = 1 \quad V, T = \text{σταθ.} \quad (11.3.3)$$

ὅπου u_r εἶναι ἡ διαφορικὴ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια ἀντιδράσεως καὶ ΔU_r ἡ δλοκληρωτικὴ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια ἀντιδράσεως ἢ θερμότης ἀντιδράσεως ὑπὸ σταθερὸν δγκον.

Ἡ ἔξαρτησις μεταξὺ τῶν u_r καὶ h_r προκύπτει ὡς ἔξῆς: Μεταξὺ τῶν μεταβλητῶν U, ξ, V καὶ P δύο εἶναι ἀνεξάρτητοι, ἐὰν ἡ T τηρηθῇ σταθερά. Ἐπομένως, δι' ἐφαρμογῆς τῆς ἔξισώσεως (Π. 1.10), ἔχομεν:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_{T, P} = \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_{T, V} + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T, \xi} \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_{T, P} \quad (11.3.4)$$

Έκ τῆς $H = U + PV$ διὰ παραγωγίσεως ὡς πρὸς ξ, ὑπὸ P, T σταθερά, λαμβάνομεν τὴν ἔξισωσιν:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{P, T} = \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_{P, T} + P \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_{P, T} \quad (11.3.5)$$

Εἰσαγωγὴ τῆς ἔξισώσεως (4) εἰς τὴν (5) δίδει τὴν ἔξισωσιν:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{P, T} = \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_{T, V} + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T, \xi} + P \right] \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_{T, P} \quad (11.3.6)$$

Λαμβάνοντες ὑπὸ ὄψιν τὰς ἔξισώσεις (2), (11.2.1) καὶ δεδομένου ὅτι:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_{P, T} = v_r = \sum_i^r v_i v_i \quad (\text{ἔξισωσις 11.1.7}), \quad \text{ἔχομεν ἐκ τῆς (6):}$$

$$h_r = u_r + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T, \xi} + P \right] \sum_i v_i v_i \quad (11.3.7)$$

Η τελευταία αυτή έξισωσις παρέχει την αίτουμένην έξιάρτησιν μεταξύ τῶν h_r καὶ u_r .

Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὅποιαν εἰς τὴν ἀντιδράσιν δὲν μετέχουν ἀέρια συστατικά, διότι τοῦ δεξιοῦ μέλους τῆς έξισώσεως (7) εἶναι ἀμελητέος καὶ δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$h_r \approx u_r \quad (\text{συμπεπυκνωμέναι φάσεις}) \quad (11.3.8)$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν ἀντιδράσεων μεταξὺ ἀερίων ή ἀντιδράσεων εἰς τὰς δοποίας τινὰ ἔστω τῶν συστατικῶν εἰναι ἀέρια, ή έξισωσις (7) δύναται νὰ ἀπλοποιηθῇ, ἐὰν τὰ ἀέρια θεωρηθοῦν ὡς ίδανικά. Οὕτω διὰ τὰ τελευταῖα ίσχύει $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T, \xi} = 0$ καὶ συνεπῶς ἔχομεν:

$$h_r = u_r + P \sum_1^{r'} v_i v_i \quad (11.3.9)$$

ὅπου τὸ ἄθροισμα ἐκτείνεται ἐπὶ τῶν ἀερίων συστατικῶν r' μόνον. Αλλὰ διὸ ἀέριον ίδανικὸν μῆγμα ή έξισωσις (10.3.20) γράφεται $Pv = RT$ καὶ δοθέντος διτοι $v = \frac{V}{\sum_1^{r'} n_i}$ ἔχομεν:

$$PV = RT \sum_1^{r'} n_i \quad (11.3.10)$$

Ἐκ τῆς έξισώσεως (10) διὰ παραγωγίσεως ὡς πρὸς n_i ἔχομεν:

$$v_i = \frac{RT}{P} \quad (11.3.11)$$

Εἰσαγωγὴ τῆς έξισώσεως (11) εἰς τὴν (9) δίδει:

$$h_r = u_r + RT \sum_1^{r'} v_i \quad (11.3.12)$$

Εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν ὅποιαν τὸ ἄθροισμα $\sum_1^{r'} v_i$, λαμβανόμενον ἐπὶ τῶν ἀερίων συστατικῶν, ίσουται πρὸς μηδέν, ἔχομεν $h_r \approx u_r$. Π.γ. εἰς τὴν ἀντιδράσιν καύσεως τοῦ ἄνθρακος πρὸς διοξείδιον ἔχομεν:

$$v_{O_2} = -1, \quad v_{CO_2} = 1, \quad \sum v_i = 0 \quad \text{καὶ ἐντεῦθεν: } h_r = u_r .$$

§ 11.4. Σχέσεις μεταξύ τῶν ίδιοτήτων ἀντιδράσεως

Ἐκ τῶν ἔξισώσεων (7.7.25) διὸ ἐφαρμογῆς τοῦ κριτηρίου Euler (Π.2.3) δύνανται νὰ προκύψουν σχέσεις μεταξὺ παραγώγων ἀνάλογοι πρὸς τὰς σχέσεις Maxwell. Οὕτως ἐκ τῶν δύο τελευταίων τῶν ἔξισώσεων (7.7.25) δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὰς ἀκολούθους σχέσεις:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_{T, \xi} = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{V, \xi}, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{T, V} = \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_{V, \xi}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial \xi} \right)_{T, V} = \left(\frac{\partial A}{\partial V} \right)_{T, \xi} \quad (11.4.1)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_{T, \xi} = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{P, \xi}, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{P, T} = \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_{P, \xi}, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_{T, P} = - \left(\frac{\partial A}{\partial P} \right)_{T, \xi} \quad (11.4.2)$$

Δοθέντος δὲ ὅτι:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial \xi} \right)_{T, P} = G_r = -A, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{T, P} = s_r, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_{P, T} = v_r \quad (11.4.3)$$

αἱ δύο τελευταῖαι σχέσεις τῆς ἔξισώσεως (2) δύνανται νὰ γραφοῦν ὑπὸ τὴν μορφὴν:

$$-\left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_{P, \xi} = \left(\frac{\partial G_r}{\partial T} \right)_{P, \xi} = -s_r, \quad -\left(\frac{\partial A}{\partial P} \right)_{T, \xi} = \left(\frac{\partial G_r}{\partial P} \right)_{T, \xi} = v_r \quad (11.4.4)$$

Ἐκ τῆς $G = H - TS$ διὰ παραγωγίσεως ὡς πρὸς ξ , ὑπὸ P, T σταθερά, λαμβάνομεν:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial \xi} \right)_{P, T} = \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{P, T} - T \left(\frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{P, T}$$

εἴτε: $G_r = h_r - Ts_r \quad (11.4.5)$

Ἐπειδὴ $G_r = -A$, ἢ ἔξισωσις (5) δύναται νὰ γραφῇ ὡς:

$$-A = h_r - Ts_r \quad (11.4.6)$$

Λαμβανομένης ὑπὸ ὅψιν τῆς πρώτης τῶν ἔξισώσεων (4), αἱ (5) καὶ (6) γράφονται:

$$G_r = h_r + T \left(\frac{\partial G_r}{\partial T} \right)_{P, \xi} \quad (11.4.7)$$

$$A = -h_r + T \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_{P, \xi} \quad (11.4.8)$$

• Η έξισωσις (7) δύναται εύκολως νὰ μετασχηματισθῇ εἰς τάς :

$$\left(\frac{\partial \frac{G_r}{T}}{\partial T} \right)_{P, \xi} = -\frac{h_r}{T^2}, \quad \left| \frac{\partial \frac{G_r}{T}}{\partial \frac{1}{T}} \right|_{P, \xi} = h_r \quad (11.4.9)$$

ή δὲ έξισωσις (8) εἰς τάς :

$$\left(\frac{\partial \frac{A}{T}}{\partial T} \right)_{P, \xi} = \frac{h_r}{T^2}, \quad \left(\frac{\partial \frac{A}{T}}{\partial \frac{1}{T}} \right)_{P, \xi} = -h_r \quad (11.4.10)$$

• Εάν τὴν έξισωσιν $G = H - TS$ έφαρμόσωμεν εἰς δύο καταστάσεις, εύρισκομένας υπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν, διαφερούσας δὲ κατὰ μονάδα ὡς πρὸς τὴν μεταβλητὴν ἀντιδράσεως ξ , λαμβάνομεν :

$$\Delta G_r = \Delta H_r - T \Delta S_r \quad (11.4.11)$$

• Η τελευταία αὗτη έξισωσις δύναται νὰ γραφῇ καὶ υπὸ μορφὴν ἀνάλογον πρὸς τὴν τῶν έξισώσεων Gibbs - Helmholtz (5.8.10 - 12), ητοι :

$$\Delta H_r = \Delta G_r - T \left(\frac{\partial \Delta G_r}{\partial T} \right)_{P, \xi, \xi+1} \quad (11.4.12)$$

$$\Delta H_r = -T^2 \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\Delta G_r}{T} \right) \right]_{P, \xi, \xi+1} \quad (11.4.13)$$

$$\Delta H_r = \left[\frac{\partial \frac{\Delta G_r}{T}}{\partial \frac{1}{T}} \right]_{P, \xi, \xi+1} \quad (11.4.14)$$

ὅπου ΔG_r , ΔH_r καὶ ΔS_r εἶναι αἱ ἀντίστοιχοι ὀλοκληρωτικαὶ ίδιότητες ἀντιδράσεως.

§ 11.5. Ή σταθερά χημικής ίσορροπίας και δυνάμεις δράσεως των μαζών

Είς τὴν παραγραφὸν (7.7) ἐδείχθη ὅτι διὰ φάσιν ἀποτελουμένην ἐξ της συστατικῶν δυναμένων νόμῳ ἀντιδράσουν χημικῶς, εἰς τὴν κατάστασιν ίσορροπίας ίσχύει:

$$\sum_1^r v_i \mu_i = 0 \quad \text{ἢ} \quad A = 0 \quad (\text{χημικὴ ίσορροπία}) \quad (11.5.1)$$

Ἄλλὰ τὸ χημικὸν δυναμικὸν (έπομένως καὶ ἡ χημικὴ συγγένεια), ἐὰν θεωρηθῇ ὡς παράγωγος τῆς θεμελιώδους συναρτήσεως $G(P, T, n_1, \dots, n_r)$, ἔχει ταῦτα ἀπὸ τὴν πίεσιν, τὴν θερμοκρασίαν καὶ τὰ γραμμομοριακὰ κλάσματα x_1, \dots, x_{r-1} .

Ἐπομένως ἐὰν ἡ μορφὴ τῆς ἐξισώσεως:

$$\mu = \mu(T, P, x_1, \dots, x_{r-1}) \quad (11.5.2)$$

εἶναι γνωστή, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ἀριθμητικὰς τιμὰς διὰ τὴν ἐν ίσορροπίᾳ σύνθεσιν μιᾶς χημικῆς ἀντιδράσεως.

Ἡδη εἰς τὰς παραγράφους (10.3) καὶ (10.5 - 7) ἐδόθη ἡ ἐξάρτησις τοῦ χημικοῦ δυναμικοῦ ἀπὸ τὴν σύνθεσιν δι’ ἀέρια μίγματα, ἰδανικὰ διαλύματα, ἰδανικὰ ἀραιὰ διαλύματα καὶ πραγματικὰ διαλύματα.

Ἐὰν ὡς κατάστασις ἀναφορᾶς διὰ τὸ συστατικὸν i εἰς διάλυμα χρησιμοποιηθῇ ἡ κατάστασις τοῦ καθαροῦ συστατικοῦ i , ἔχομεν διὰ τὸ χημικὸν δυναμικὸν μ_i (ἐξίσωσις 10.7.3):

$$\mu_i = \mu_i^0(P, T) + RT \ln(\gamma_i x_i) \quad (i = 1, \dots, r) \quad (11.5.3)$$

εἴτε, χρησιμοποιοῦντες τὴν ἐξισώσιν (10.7.4):

$$\mu_i = \mu_i^0(P, T) + RT \ln \alpha_i \quad (i = 1, \dots, r) \quad (11.5.4)$$

Εἰσάγοντες τὰς ἐξισώσεις (3) εἰς τὴν συνθήκην χημικῆς ίσορροπίας (ἐξίσωσις 1) λαμβάνομεν:

$$\sum_1^r [v_i \mu_i^0 + v_i RT \ln(\gamma_i x_i)] = G_r^0 + \sum_1^r v_i RT \ln(\gamma_i x_i) = 0 \quad (11.5.5)$$

ὅπου:

$$G_r^0 = \sum_1^r v_i \mu_i^0 \quad (11.5.6)$$

ἡ δυναμικούμενη πρότυπος ἐλευθέρα ἐνθαλπία ἀντιδράσεως, δηλαδὴ ἡ ἐλευ-

θέρα ένθαλπία άντιδράσεως, διαν τὰ συστατικά αύτῆς ενδίσκωνται εἰς καθαράν κατάστασιν, x_i καὶ γι τὸ γραμμομοριακὸν κλάσμα καὶ δι συντελεστῆς ένεργότητος τοῦ συστατικοῦ ι εἰς τὴν κατάστασιν ίσορροπίας. Δεδομένου διτι τὰ γραμμομοριακὰ κλάσματα δὲν εἰναι ἀμοιβαίως ἀνεξάρτητα ἀλλά, διὰ δεδομένον ἀρχικὸν ἀριθμὸν γραμμομοριῶν, συνδέονται διὰ τῆς μεταβλητῆς άντιδράσεως ξ (έξισωσις 7.7.14), η σύνθεσις εἰς τὴν θέσιν ίσορροπίας δύναται νὰ προσδιορισθῇ, ἐὰν εἰναι γνωστή διὰ τὴν άντιδρασιν η G_r^0 καθὼς καὶ οἱ συντελεσταὶ ένεργότητος.

*Εὰν ἀντὶ τῆς έξισώσεως (3) χρησιμοποιηθῇ η (4), ἔχομεν :

$$G_r^0 + \sum_i v_i RT \ln a_i = 0 \quad (11.5.7)$$

ὅπου a_i η ένεργότης τοῦ συστατικοῦ ι εἰς τὴν κατάστασιν ίσορροπίας.

*Η πρότυπος ἐλευθέρα ένθαλπία άντιδράσεως G_r^0 δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τῶν προτύπων ἐλευθέρων ένεργειῶν σχηματισμοῦ G_{if}^0 κατ' ἀνάλογον τρόπον πρὸς τὸν ἔκτεθέντα διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς ένθαλπίας άντιδράσεως; (§ 2). Οὕτω διὰ τὴν άντιδρασιν σχηματισμοῦ (11.2.14) ἔχομεν, ἀντὶ τῆς (11.2.15), τὴν έξισωσιν :

$$G_{if}^0 = \mu_i^0 + \sum_k v_k^i \mu_k^0 \quad (11.5.8)$$

ὅπου μ_i^0 τὸ χημικὸν δυναμικὸν τῆς ένώσεως ι εἰς καθαρὰν κατάστασιν καὶ μ_k^0 τὸ χημικὸν δυναμικὸν τοῦ στοιχείου \mathcal{E}_k εἰς τὴν εύσταθη κατάστασιν εἰς θερμοκρασίαν T καὶ πίεσιν P , ἀντὶ δὲ τῆς (11.2.19) τήν :

$$G_r^0 = \sum_i v_i G_{if}^0 \quad (11.5.9)$$

*Η τελευταία αὕτη έξισωσις παρέχει τὴν δυνατότητα ὑπολογισμοῦ τῆς G_r^0 μιᾶς άντιδράσεως ἐκ τῶν G_{if}^0 τῶν ένώσεων τῶν ὑπεισερχομένων εἰς μίαν χημικὴν άντιδρασιν. Αἱ ἐλευθεραι ένθαλπίαι σχηματισμοῦ ἀναγράφονται εἰς σχετικοὺς πίνακας διὰ θερμοκρασίαν $25^\circ C$ καὶ πίεσιν 1 atm .

*Η σταθερὰ χημικῆς ίσορροπίας. Πειραματικὰ ἀποτελέσματα ἀφορῶντα εἰς τὴν σύνθεσιν ἐν ίσορροπίᾳ μίγματος ἐξ ἀντιδρώντων συστατικῶν λεποδίδονται κατὰ εὐχρηστὸν τρόπον διὰ τῶν σταθερῶν ίσορροπίας τῶν χημικῶν άντιδράσεων. *Η σταθερὰ χημικῆς ίσορροπίας δρᾷζεται διὰ τῆς σχέσεως :

$$K = \exp \left(\frac{-\sum_i v_i \mu_i^0}{RT} \right) = \exp \left[-\frac{G_r^0}{RT} \right] = f(P, T) \quad (11.5.10)$$

Ἡ σταθερὰ ισορροπίας δυνατὸν νὰ εἶναι συνάρτησις μόνον τῆς θερμοκρασίας ἢ τῆς θερμοκρασίας καὶ τῆς πιέσεως ἢ τέλος τῆς θερμοκρασίας, τῆς πιέσεως καὶ τοῦ διαλύτου. Εἰς τὴν περίπτωσιν ἀντιδράσεων μεταξὺ ἀερίων, δεδομένου ὅτι τὸ χημικὸν δυναμικὸν μ^+ , ὡς δρίζεται διὰ τῆς ἐξισώσεως (10.3.29), εἶναι συνάρτησις μόνον τῆς θερμοκρασίας, ἢ σταθερὰ ισορροπίας εἶναι ἐπίσης συνάρτησις μόνον τῆς θερμοκρασίας. Εἰς ἀντιδράσεις εἰς τὴν ὑγρὰν φάσιν, ἐφ' ὅσον ὡς κατάστασις ἀναφορᾶς δι' ἀπαντα τὰ συμμετέχοντὰ εἰς τὴν ἀντιδρασιν συστατικὰ λαμβάνεται ἡ τοῦ καθαροῦ συστατικοῦ (ἐξισώσις 10.7.15), ἢ σταθερὰ ισορροπίας εἶναι συνάρτησις τῆς θερμοκρασίας καὶ τῆς πιέσεως, ἐὰν δὲ ὡς κατάστασις ἀναφορᾶς λαμβάνεται ἡ ἴδαινη ἀραιὰ κατάστασις (ἐξισώσις 10.7.17), ἢ σταθερὰ ισορροπίας εἶναι πρὸς τούτοις συνάρτησις καὶ τοῦ διαλύτου.

Εἰσάγοντες εἰς τὴν ἐξισώσιν (10) τὴν (5) ἢ τὴν (7) λαμβάνομεν :

$$K(P, T) = \prod_i \gamma_i^{v_i} x_i^{v_i} = \prod_i \alpha_i^{v_i} \quad (\text{δόμος δράσεως μαζῶν}) \quad (11.5.11)$$

ὅπου $\prod_i z_i^{v_i} = z_1^{v_1} z_2^{v_2} \dots z_r^{v_r}$ καὶ z_i οἰαδήποτε ἐντατικὴ ἴδιότης συνδεομένη μὲ τὸ συστατικὸν i , ὡς α_i , γ_i , P_i , x_i , m_i , c_i κλπ.

Γενικῶς αἱ ἐνεργότητες ἢ συντελεσταὶ ἐνεργότητος δυσκόλως προσδιορίζονται πειραματικῶς, ὑποχρεούμεθα δὲ ὡς ἐκ τούτου εἰς προσεγγίσεις ἴδαινων συστημάτων, ὡς ὅταν ἔκτενῇ εἰς τὰς ἐπομένας παραγράφους.

Ἐξάρτησις τῆς σταθερᾶς ισορροπίας ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν. Ἡ ἐξισώσις (10) ὑπὸ λογαριθμικὴν μορφὴν γράφεται :

$$\ln K = - \sum_i \frac{v_i \mu_i^0}{RT} = - \frac{G_r^0}{RT} \quad (11.5.12)$$

Εἰσάγοντες τὴν ἐξισώσιν αὐτὴν εἰς ἐκατέραν τῶν ἐξισώσεων (11.4.9) λαμβάνομεν τάς :

$$\left(\frac{\partial \ln K}{\partial T} \right)_P = \frac{h_r^0}{RT^2}, \quad \left(\frac{\partial \ln K}{\partial \frac{1}{T}} \right)_P = - \frac{h_r^0}{R} \quad (11.5.13)$$

ὅπου $h_r^0 = \sum v_i h_i^0$.

Πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι αἱ ἐξισώσεις (11.4.9) διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς προτύπου ἐλευθέρας ἐνθαλπίας ἀντιδράσεως $G_r^0 = \sum_i v_i \mu_i^0$ δὲν ὑπόκεινται εἰς τὸν περιορισμὸν τῆς ὑπὸ σταθερὰν ξ παραγωγίσεως, διότι αἱ καταστάσεις

άναφορᾶς έξαρτῶνται μόνον ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ ἐνδεχομένως ἀπὸ τὴν πίεσιν.

Εἰς πρώτην προσέγγισιν αἱ ἔξισώσεις (13) δύνανται νὰ δλοκληρωθοῦν μὴ λαμβανομένης ὑπὸ ὅψιν τῆς έξαρτήσεως τῆς b_r^0 ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Εἰς καλυτέραν προσέγγισιν διὰ τὴν ἔξαρτησιν τῆς b_r^0 ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ ληφθῇ ὑπὸ ὅψιν ἡ ἔξισώσης Kirchhoff (ἔξισώσης 11.2.22), τέλος δὲ καὶ ἡ ἔξαρτησις τῆς $\Delta_c p$ ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν κατὰ τὴν ἔξισώσην (11.2.23).

*Η ἔξαρτησις τῆς σταθερᾶς ίσορροπίας ἀπὸ τὴν πίεσιν προκύπτει ἐκ τῆς ἔξισώσεως (12) διὰ παραγωγίσεως ὃς πρὸς τὴν πίεσιν ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν. Οὕτως ἔχομεν :

$$\left(\frac{\partial \ln K}{\partial P} \right)_T = - \frac{1}{RT} \left(\frac{\partial G_r^0}{\partial P} \right)_T \quad (11.5.14)$$

*Ἐκ τῆς δευτέρας τῶν ἔξισώσεων (11.4.4) ἔχομεν :

$$\left(\frac{\partial G_r^0}{\partial P} \right)_T = v_r^0 \quad (11.5.15)$$

λαμβανομένου πρὸς τούτοις ὑπὸ ὅψιν ὅτι ἡ G_r^0 εἶναι συνάρτησις τῆς P καὶ T μόνον. Εἰσαγωγὴ τῆς ἔξισώσεως (15) εἰς τὴν (14) δίδει διὰ τὴν ἔξαρτησιν τῆς σταθερᾶς ίσορροπίας ἀπὸ τὴν πίεσιν, τὴν ἔξισώσην :

$$\left(\frac{\partial \ln K}{\partial P} \right)_T = - \frac{v_r^0}{RT} \quad (v_r^0 = \sum_i v_i v_i^0) \quad (11.5.16)$$

***Αρχὴ Le Chatelier - Braun.** Ας ἔξετάσωμεν τὴν ἐπίδρασιν τῆς θερμοκρασίας καὶ τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς τιμῆς τῆς μεταβλητῆς ἀντιδράσεως ξε εἰς τὴν κατάστασιν ίσορροπίας. *Η ἐλευθέρως ἐνθαλπία ἀντιδράσεως κλειστῆς φάσεως, εἰς τὴν ὅποιαν λαμβάνει χώραν χημικὴ ἀντίδρασις, εἶναι συνάρτησις τῶν μεταβλητῶν P , T καὶ ξ . *Ἐπομένως δυνάμεθα νὰ γράψωμεν :

$$G_r = \left(\frac{\partial G}{\partial \xi} \right)_{T, P} = f(T, P, \xi) \quad (11.5.17)$$

Τὸ δλικὸν διαφορικὸν τῆς dG_r γράφεται :

$$dG_r = \left(\frac{\partial G_r}{\partial T} \right)_{P, \xi} dT + \left(\frac{\partial G_r}{\partial P} \right)_{T, \xi} dP + \left(\frac{\partial G_r}{\partial \xi} \right)_{P, T} d\xi \quad (11.5.18)$$

Εἰσάγοντες εἰς τὴν ἔξισώσην (18) τὰς (11.4.4) ἔχομεν :

$$dG_r = -s_r dT + v_r dP + \left(\frac{\partial G_r}{\partial \xi} \right)_{P, T} d\xi \quad (11.5.19)$$

“Αλλ” εἰς κατάστασιν ισορροπίας ισχύει :

$$G_r = \sum_i v_i \mu_i = 0 \quad (11.5.20)$$

και ἔπομένως εἰς τὸ πεδίον καταστάσεων ισορροπίας ἔχομεν :

$$dG_r = 0 \quad (11.5.21)$$

Κατὰ συνέπειαν ή ἔξισωσις (19), διὰ μετακινήσεις εἰς τὸ πεδίον καταστάσεων ισορροπίας, γράφεται :

$$-s_r dT + v_r dP + \left(\frac{\partial G_r}{\partial \xi} \right)_{T, P} d\xi = 0 \quad (11.5.22)$$

“Αλλ” ἐκ τῶν ἔξισώσεων (11.4.5) καὶ (20) ἔχομεν εἰς τὴν κατάστασιν ισορροπίας $h_r = Ts_r$ καὶ οὕτως ή ἔξισωσις (22) γράφεται :

$$-\frac{h_r}{T} dT + v_r dP + \left(\frac{\partial G_r}{\partial \xi} \right)_{T, P} d\xi = 0 \quad (11.5.23)$$

Ἐκ τῆς ἔξισώσεως (23) προκύπτουν αἱ :

$$\left(\frac{\partial \xi_e}{\partial T} \right)_P = \frac{h_r}{T \left(\frac{\partial G_r}{\partial \xi} \right)_{T, P}} \quad P = \sigma \tau \alpha \theta. \quad (11.5.24)$$

$$\left(\frac{\partial \xi_e}{\partial P} \right)_T = - \frac{v_r}{\left(\frac{\partial G_r}{\partial \xi} \right)_{T, P}} \quad T = \sigma \tau \alpha \theta. \quad (11.5.25)$$

ὅπου ξ_e ή εἰς τὴν κατάστασιν ισορροπίας τιμὴ τῆς μεταβλητῆς προόδου ἀντιδράσεως. Ἀλλὰ δι” εὔσταθη φάσιν, εἰς τὴν ὅποιαν λαμβάνει χώραν ἀντίδρασις, ἔχομεν ἐκ τῆς (7.7.41) ὅτι $\left(\frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} \right)_{T, P} > 0$ ή ἐκ τῆς (17) :

$$\left(\frac{\partial G_r}{\partial \xi} \right)_{T, P} > 0 \quad \text{ἢ} \quad \left(\frac{\partial A}{\partial \xi} \right)_{T, P} < 0 \quad (11.5.26)$$

Κατὰ ταῦτα ἐκ τῆς ἔξισώσεως (24) προκύπτει ὅτι αὐξησις τῆς θερμο-

κρασίας, ύπο σταθεράν λίεσιν, άναγκάζει τὴν ἀντίδρασιν νὰ προχωρήσῃ πρὸς τὴν διεύθυνσιν διὰ τὴν δποίαν $h_r > 0$, δηλαδὴ πρὸς τὴν διεύθυνσιν κατὰ τὴν δποίαν ἀπορροφεῖται θερμότης ύπο σταθεράς τιμᾶς P καὶ T, ἐκ δὲ τῆς (25) ὅτι αὐξήσις τῆς πιέσεως ύπο σταθεράν θερμοκρασίαν ἀναγκάζει τὴν ἀντίδρασιν νὰ προχωρήσῃ πρὸς τὴν κατεύθυνσιν κατὰ τὴν δποίαν, ύπο P καὶ T σταθερά, ὁ ὄγκος ἀντιδράσεως μειοῦται ($v_r < 0$). Ἐπομένως κατ' ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις τὸ σύστημα τείνει ν' ἀντισταθμίσῃ τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἔξωθι ἐπαγομένων «τάσεων» (αὐξήσιν θερμοκρασίας ἢ πιέσεως). Αἱ ἔξισώσεις (24) καὶ (25) ἀποτελοῦν τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἀρχῆς *Le Chatelier - Braun*.

§ 11.6. Χημικὴ ίσορροπία εἰς ἀντιδράσεις ἀερίων

Ἡ σταθερὰ ίσορροπίας εἰς ἀντιδράσεις μεταξὺ πραγματικῶν ἀερίων ὁρίζεται κατ' ἀνάλογον τρόπον πρὸς τὴν ἔξισωσιν (11.5.10), δηλαδὴ :

$$K(T) = \exp \left[- \frac{\sum_i v_i \mu_i^+(T)}{RT} \right] \quad (11.6.1)$$

Ἐὰν εἰς τὴν συνθήκην χημικῆς ίσορροπίας (11.1.4) χρησιμοποιήσωμεν, ἀντὶ τῶν ἔξισώσεων (10.7.3), τὰς ἔξισώσεις (10.3.13) διὰ τὰ r συστατικὰ τῆς φάσεως λαμβάνομεν, ἀντὶ τῆς (11.5.11), τὴν ἔξισωσιν :

$$K = \prod_1^r f_i^{v_i} = \varphi(T) \quad (11.6.2)$$

ὅπου f_i ἡ πτητικότης τοῦ συστατικοῦ i.

Ἡ ἔξισωσις (2) καθορίζει βεβαίως τὴν σύνθεσιν τοῦ ἐν ίσορροπίᾳ μίγματος. Δεδομένου ὅμως ὅτι αἱ πτητικότητες εἰναι πολύπλοκοι συναρτήσεις τῶν P, T, x_1, \dots, x_{r-1} , λύσεις τῆς ἔξισώσεως ὡς πρὸς τὰ γραμμομοριακὰ κλάσματα εἰναι δύσκολον νὰ προκύψουν.

Τὸ πρόβλημα τοῦτο ἀντιμετωπίζεται συνήθως διὰ προσεγγιστικῶν λύσεων. Μία τοιαύτη λύσις ἐπιτυγχάνεται ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ ἀέριος φάσις συμπεριφέρεται ὡς ἰδανική, ὅτι δηλαδὴ ὑπακούει εἰς δλας τὰς συνθέσεις εἰς τὸν ὄριακὸν νόμον Gibbs - Dalton καὶ ἐπομένως ίσχύει ἡ ἔξισωσις (10.3.22), ἡ δποία, ἐν συνδυασμῷ μὲ τὴν (10.3.15), γράφεται :

$$f_i = P_i = P x_i \quad (\text{iδανικὸν ἀέριον}) \quad (11.6.3)$$

ὅπου P_i ἡ μερικὴ πίεσις τοῦ συστατικοῦ i, ὡς αὕτη δρίζεται ύπο τοῦ Gibbs (§ 10.3) καὶ P ἡ δλικὴ πίεσις τοῦ ἀερίου μίγματος.

Εἰσάγοντες τὴν ἔξισωσιν (3) εἰς τὴν (2) λαμβάνομεν διὰ τὴν προσέγγισιν ιδανικῆς φάσεως τὰς ἔξισώσεις :

$$K_P = \prod_1^r P_i^{v_i} = \prod_1^r (P x_i)^{v_i} = \varphi(T) \quad (11.6.4)$$

Δυνάμεθα νὰ δρίσωμεν τὴν σταθερὰν K_x διὰ τῆς ἔξισώσεως :

$$K_x = \prod_1^r x_i^{v_i} \quad (11.6.5)$$

ἡ δοπία ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν ἔξισωσιν (4) γράφεται :

$$K_x = \frac{K_P}{P^{\sum v_i}} \quad (\text{ιδανικὸν ἀέριον}) \quad (11.6.6)$$

ἥτοι ἡ K_x ἔξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς $P^{\sum v_i}$. Ως ἐκ τούτου ἡ σταθερὰ K_x δὲν πλεονεκτεῖ ἔναντι τῆς K_P .

Διὰ τὴν ἔξαρτησιν τῆς πτητικότητος ἀπὸ τὴν πίεσιν καὶ τὴν σύνθεσιν διὰ δεδομένην θερμοκρασίαν, δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν ἔξισωσιν (10.3.27) δόμοῦ μὲ τὴν καταστατικὴν ἔξισωσιν (10.3.2). Διὰ μετρίας σχετικῶς πιέσεις δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ἡ καταστατικὴ ἔξισωσις (10.3.40), ἡ δοπία, εἰσαγομένη εἰς τὴν (10.3.27), δίδει τὴν ἔξισωσιν :

$$f_i = P x_i \exp\left(\frac{B_{ii} P}{RT}\right) \quad (11.6.7)$$

ὅπου B_{ii} εἶναι ὁ δεύτερος συντελεστὴς Virial τοῦ καθαροῦ συστατικοῦ i , ἀρα συνάρτησις τῆς θερμοκρασίας μόνον.

Ἐκ τῶν ἔξισώσεων (7) καὶ (2) λαμβάνομεν :

$$\ln \frac{\prod_1^r (P x_i)^{v_i}}{K} = - \frac{P \sum_1^r v_i B_{ii}}{RT} \quad (11.6.8)$$

Εἰσάγοντες εἰς τὴν ἔξισωσιν (8) τὴν (4) καὶ γράφοντες $\Delta B = \sum_1^r v_i B_{ii}$ λαμβάνομεν :

$$\ln \frac{K_P}{K} = - \frac{P \Delta B}{RT} \quad (11.6.9)$$

είτε :

$$K_P = K \exp \left(- \frac{P \Delta B}{R T} \right) \quad (11.6.10)$$

• Η έξισωσις (10), λαμβανομένης υπό όψιν της (6), γράφεται :

$$K_x(T, P) = \frac{K}{P^{\sum v_i}} \exp \left(- \frac{P \Delta B}{R T} \right) = f(P, T) \quad (11.6.11)$$

• Εάν ληφθῇ υπό όψιν δικαίου Lewis - Randall (έξισωσις 10.3.42) :

$$f_i(T, P, x_i) = x_i f_i^0(T, P) \quad (11.6.12)$$

η έξισωσις (2), έν συνδυασμῷ πρὸς τὴν (5), δίδει :

$$K_x(T, P) = \frac{K}{\prod_{i=1}^r (f_i^0)^{v_i}} \quad (11.6.13)$$

ὅπου f_i^0 η πτητικότης τοῦ καθαροῦ συστατικοῦ i ύπο θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν τὰς αὐτὰς πρὸς τὰς ἐπικρατούσας εἰς τὸ μῆγμα.

Πρὸς διευκόλυνσιν τοῦ υπολογισμοῦ τῆς συνθέσεως τοῦ άντιδρῶντος μίγματος εἶναι σκόπιμος ή εἰσαγωγὴ μιᾶς ἐντατικῆς μεταβλητῆς άντιδράσεως ε δριζομένης διὰ τῆς έξισώσεως :

$$\epsilon = \frac{\xi}{\sum_{i=1}^r n_i^0} = \frac{\xi}{n^0} \quad (11.6.14)$$

ὅπου $n^0 = \sum_{i=1}^r n_i^0$. Η μεταβλητὴ ε, δνομαζομένη βαθμὸς προόδου άντιδράσεως, δύναται, λαμβανομένης υπό όψιν της (7.7.8), νὰ κυμαίνεται μεταξὺ τῶν δρίων :

$$0 \leq \epsilon \leq \min \left| \frac{x_i^0}{v_i} \right| \quad (11.6.15)$$

ὅπου τὸ συστατικὸν i εἶναι ἐκ τῶν άντιδρώντων (ἀρνητικὸς στοιχειομετρικὸς συντελεστὴς). Εἰσάγοντες τὴν έξισωσιν (14) εἰς τὴν (11.1.2) λαμβάνομεν :

$$d\epsilon = \frac{dn_i}{v_i n^0} \quad (i = 1, \dots, r) \quad (11.6.16)$$

• Αντικατάστασις τῆς ξ εἰς τὴν έξισωσιν (7.7.14) ύπο τῆς ε δίδει :

$$x_i = \frac{x_i^0 + v_i \epsilon}{1 + \epsilon \Delta v} \quad (i = 1, \dots, r) \quad (11.6.17)$$

Όπου $\Delta v = \sum_i v_i$ και $x_i^0 = \frac{n_i^0}{n^0}$ τὸ ἀρχικὸν γραμμομοριακὸν κλάσμα τοῦ συστατικοῦ i (διὰ $\epsilon = 0$).

Αἱ $r+1$ ἔξισώσεις (17) καὶ (11) (ἢ ἀντὶ τῆς (11) ἢ (6) εἰς τὴν περίπτωσιν Ἰδανικοῦ μίγματος) εἶναι ἐπαρκεῖς διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐν ισορροπίᾳ τιμῶν $r+1$ μεταβλητῶν x_1, \dots, x_r καὶ ξ .

*Η εἰσαγωγὴ τῶν (17) εἰς τὴν (5) δίδει, λόγῳ τῆς (11), τὴν ἔξισωσιν:

$$K_x = \prod_{i=1}^r \left(\frac{x_i^0 + v_i \epsilon}{1 + \epsilon \Delta v} \right)^{v_i} = \frac{K}{P^{\Delta v}} \exp \left(-\frac{P \Delta B}{R T} \right) = f(P, T) \quad (11.6.18)$$

*Εστω ὡς παράδειγμα ἡ ἀντίδρασις συνθέσεως ἀμμωνίας:



*Η ἔξισωσις (19) δύναται νὰ δοθῇ ὑπὸ τὴν γενικὴν μορφὴν τῆς (11.1.1), ἐὰν γράψωμεν $X_1 = NH_3$, $X_2 = N_2$, $X_3 = H_2$, $v_1 = 1$, $v_2 = -\frac{1}{2}$, $v_3 = -\frac{3}{2}$, ὅτε ἔχομεν:

$$X_1 - \frac{1}{2} X_2 - \frac{3}{2} X_3 = 0 \quad (11.6.20)$$

Δεδομένου ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν $\Delta v = -1$, δυνάμεθα νὰ γράψωμεν διὰ τὰ γραμμομοριακὰ κλάσματα x_1 , x_2 καὶ x_3 , τῆς ἀμμωνίας, τοῦ ἀζώτου καὶ τοῦ ὑδρογόνου (ἔξισωσις 17):

$$x_1 = \frac{x_1^0 + \epsilon}{1 - \epsilon}, \quad x_2 = \frac{x_2^0 - \frac{\epsilon}{2}}{1 - \epsilon}, \quad x_3 = \frac{x_3^0 - \frac{3\epsilon}{2}}{1 - \epsilon} \quad (11.6.21)$$

*Η εἰσαγωγὴ τῶν ἔξισώσεων (21) εἰς τὴν (18) δίδει:

$$\frac{(x_1^0 + \epsilon)(1 - \epsilon)}{\left(x_2^0 - \frac{\epsilon}{2} \right)^{1/2} \left(x_3^0 - \frac{3\epsilon}{2} \right)^{3/2}} = PK \exp \left[-\frac{P}{R T} \left(B_1 - \frac{B_2}{2} - \frac{3B_3}{2} \right) \right] \quad (11.6.22)$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὅποιαν τὸ μῆγμα θεωρηθῇ ὡς ἰδανικόν, χρησιμοποίησις τῆς ἔξισώσεως (6), ἀντὶ τῆς (18), δίδει:

$$PK_p = \frac{(x_1^0 + \epsilon)(1 - \epsilon)}{\left(x_2^0 - \frac{\epsilon}{2} \right)^{1/2} \left(x_3^0 - \frac{3\epsilon}{2} \right)^{3/2}} \quad (11.6.23)$$

Γενικῶς ἐκ τῆς ἔξισώσεως (11) προκύπτει ὅτι ἐὰν $\Delta v < 0$ καὶ $\Delta B < 0$, ἡ αὔξησις τῆς πιέσεως αὐξάνει τὴν ἀπόδοσιν ἔναντι τῆς ὑπολογιζομένης ἐκ τῆς ἔξισώσεως (6), ἵσχουντος δι' ἰδανικὸν ἀέριον.

Ἡ ἔξαρτησις τῆς σταθερᾶς ἴσορροπίας ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν δίδεται ὑπὸ ἔξισώσεως ἀναλόγου πρὸς τὴν (11.5.13), ἥτοι:

$$\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\sum n_i b_i^+}{RT^2} = \frac{b_r^+}{RT^2} \quad (11.6.24)$$

ὅπου b_r^+ εἶναι ἡ ἐνθαλπία ἀντιδράσεως, ὅταν ἀπασαι αἱ οὖσαι αἱ μετέχουσαι εἰς τὴν ἀντιδρασιν εὑρίσκωνται εἰς τὴν κατάστασιν ἀναφορᾶς, ἡ ὅποια εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι ἡ κατάστασις τοῦ ἰδανικοῦ ἀερίου. ᩧ Κ δὲν ἔξαρτᾶται βεβαίως ἀπὸ τὴν πίεσιν.

Μεγίστη ἀπόδοσις ἀντιδράσεως. Θεωρήσωμεν $1, \dots, r'$ ἐκ τῶν τ συστατικῶν ἀντιδράσεως ὡς ἀποτελοῦντα τὰ ἀντιδρῶντα συστατικὰ καὶ $r'+1, \dots, r$ τὰ προϊόντα τῆς ἀντιδράσεως.⁴ Υποθέσωμεν ὅτι οἱ $n_{r'+1}^0, \dots, n_r^0$ ἔχουν τιμὰς μηδενικάς, ζητήσωμεν δὲ τὰς ἀρχικὰς σινγκεντρώσεις τῶν ἀντιδρῶντων συστατικῶν, εἰς τρόπον ὥστε ἡ μεταβλητὴ προόδους ξ εἰς τὴν θέσιν γημικῆς ἴσορροπίας νὰ λάβῃ τὴν μεγίστην δυνατὴν τιμὴν καὶ κατὰ συνέπειαν νὰ ἔχωμεν τὴν μεγίστην ἀπόδοσιν εἰς προϊόντα, ὑπὸ τὴν συνθήκην:

$$\sum_1^{r'} dn_i^0 = 0 \quad (11.6.25)$$

δηλαδὴ ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ὁ ὄλικὸς ἀριθμὸς γραμμορίων τῶν ἀρχικῶς παρόντων συστατικῶν ($1, \dots, r'$) εἶναι σταθερός.

Ἐκ τῆς ἔξισώσεως (7.7.14) ἔχομεν:

$$x_i = \frac{n_i^0 + v_i \xi}{\sum_1^{r'} n_i^0 + \xi \Delta v} \quad (i = 1, \dots, r) \quad (11.6.26)$$

δεδομένου ὅτι ὁ ὄλικὸς ἀριθμὸς τῶν ἀρχικῶν γραμμορίων εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἀποτελεῖται ἐκ τῶν γραμμορίων τῶν r' συστατικῶν.

Εἰσάγοντες τὰς ἔξισώσεις (26) εἰς τὴν (5) λαμβάνομεν διὰ τὴν K_x :

$$K_x = \frac{\prod_{i=1}^r (n_i^0 + v_i \xi)^{v_i}}{\left(\sum_{i=1}^r n_i^0 + \xi \Delta v \right)^{\Delta v}} \quad (11.6.27)$$

Η έξισωσις (27), λαμβανομένης ύπ' οψιν της έξισώσεως (6) ισχυούσης δι' ίδαινικὸν μῆγμα, ύπὸ συνθήκας σταθερᾶς θερμοκρασίας καὶ πιέσεως γράφεται:

$$K_x = \frac{K_P}{P^{\Delta v}} = \frac{\prod_{i=1}^r (n_i^0 + v_i \xi)^{v_i}}{\left(\sum_{i=1}^r n_i^0 + \xi \Delta v \right)^{\Delta v}} = \text{σταθ.} \quad P, T = \text{σταθ.} \quad (11.6.28)$$

Λογαριθμίζοντες τὴν έξισωσιν (28) λαμβάνομεν:

$$\sum_{i=1}^r v_i \ln (n_i^0 + v_i \xi) - \Delta v \ln \left(\sum_{i=1}^r n_i^0 + \xi \Delta v \right) = \text{σταθ.} \quad (11.6.29)$$

Τὸ διαφορικὸν τῆς έξισώσεως (29) γράφεται:

$$\sum_{i=1}^r \frac{v_i}{n_i^0 + v_i \xi} v_i d\xi + \sum_{i=1}^r \frac{v_i}{n_i^0 + v_i \xi} dn_i^0 - \frac{\Delta v}{\sum_{i=1}^r n_i^0 + \xi \Delta v} \Delta v d\xi = 0 \quad (11.6.30)$$

Άλλ' ύπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν διὰ δεδομένην ἀντίδρασιν ἔχομεν εἰς τὴν θέσιν ισορροπίας $\xi = f(n_1^0, \dots, n_r^0)$ καὶ ἐπομένως διὰ $\xi = \mu \epsilon \gamma \sigma \tau o n$, $d\xi = 0$. Οὕτως ἡ έξισωσις (30) ἀνάγεται εἰς τὴν:

$$\sum_{i=1}^r \frac{v_i}{n_i^0 + v_i \xi} dn_i^0 = 0 \quad (11.6.31)$$

Κατὰ ταῦτα εἰς τὴν θέσιν ισορροπίας πρέπει νὰ ισχύουν συγχρόνως αἱ έξισώσεις (25) καὶ (31). Πολλαπλασιάζοντες τὴν έξισωσιν (25) ἐπὶ τὸν παράγοντα λ καὶ προσθέτοντες τὴν προκύπτουσαν σχέσιν εἰς τὴν (31) ἔχομεν:

$$\sum_{i=1}^r \left(\frac{v_i}{n_i^0 + v_i \xi} + \lambda \right) dn_i^0 = 0 \quad (11.6.32)$$

Διὰ νὰ ἴκανοποιῆται ἡ έξισωσις (32) δι' ὅλας τὰς τιμὰς τῶν μεταβλητῶν dn_1^0, \dots, dn_r^0 , πρέπει νὰ ἴκανοποιοῦνται αἱ r' συνθῆκαι:

$$\frac{v_i}{n_i^0 + v_i \xi} + \lambda = 0 \quad (i = 1, \dots, r') \quad (11.6.33)$$

Αἱ συνθῆκαι (33), ἀν ληφθῆ ὑπὸ ὅψιν ὅτι οἱ συντελεσταὶ $v_1, \dots, v_{r'}$ εἶναι ἀρνητικοί, δύνανται νὰ γραφοῦν ὑπὸ τὴν μορφήν:

$$\frac{n_1^0}{|v_1|} = \frac{n_2^0}{|v_2|} = \dots = \frac{n_{r'}^0}{|v_{r'}|} = \frac{1}{\lambda} + \xi \quad (11.6.34)$$

*Εντεῦθεν προκύπτει ὅτι, διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ μεγίστη δυνατὴ τιμὴ τῆς ξ εἰς τὴν θέσιν ἵσορροπίας, πρέπει οἱ ἀρχικοὶ ἀριθμοὶ γραμμομορίων $n_1^0, \dots, n_{r'}^0$ νὰ ἔχλεγον κατὰ τρόπον ἀνάλογον τῶν ἀντιστοίχων συντελεστῶν $v_1, \dots, v_{r'}$.

Γράφοντες τὴν ἔξισωσιν (34) ὑπὸ τὴν μορφήν:

$$\frac{n_i^0}{|v_i|} = \frac{\sum_{i=1}^{r'} n_i^0}{\sum_{i=1}^{r'} |v_i|} = \frac{1}{\lambda} + \xi \quad (i = 1, \dots, r') \quad (11.6.35)$$

λαμβάνομεν :

$$x_i^0 = \frac{n_i^0}{\sum_{i=1}^{r'} n_i^0} = \frac{|v_i|}{\sum_{i=1}^{r'} |v_i|} \quad (i = 1, \dots, r') \quad (11.6.36)$$

Αἱ ἔξισώσεις (11.6.36) δίδουν τὰς ἀρχικὰς συνθέσεις τοῦ ἀντιδρῶντος μίγματος, τὰς παρεχούσας τὴν μεγίστην ἀπόδοσιν εἰς τὰ προϊόντα τῆς ἀντιδράσεως. Οὕτως εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς συνθέσεως τῆς ἀμμωνίας, ἡ σύνθεσις τοῦ ἀρχικοῦ μίγματος διὰ τὴν μεγίστην ἀπόδοσιν εἰς ἀμμωνίαν εἶναι

$$x_{N_2}^0 = \frac{1}{4}, \quad x_{H_2}^0 = \frac{3}{4} \quad \text{καὶ βεβαίως } x_{NH_3}^0 = 0.$$

***Άδιαβατικαὶ ἀντιδράσεις.** Αἱ μέχρι τοῦδε ἔξετασθεῖσαι ἀντιδράσεις ἀφεῷσιν εἰς ἀντιδράσεις διεξαγομένας ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν. *Ενδιαφέρον ἐπίσης παρουσιάζουν ἀντιδράσεις διεξαγόμεναι ἀδιαβατικῶς καὶ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν (ἢ σταθερὸν ὅγκον). Δι’ ἀντιδράσεις διεξαγομένας ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἔχομεν ἐκ τῆς ἔξισώσεως (3.6.6) μὲ τὴν πρόσθετον συνθῆκην $dq = 0$:

$$dH = 0 \quad (11.6.37)$$

*Αλλὰ $H = H(P, T, \xi)$ καὶ ἐπομένως διὰ τὸ διαφορικὸν dH ἔχομεν :

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_{P, \xi} dT + \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{P, T} d\xi = 0 \quad (11.6.38)$$

‘Η τελευταία αύτη ̄ξίσωσις, λαμβανομένων ̄π’ ̄ψιν τῶν ̄ξισώσεων (3.7.10) καὶ (11.2.1), γράφεται :

$$C_P dT + h_r d\xi = 0 \quad (11.6.39)$$

‘Υποθέσωμεν ̄τι εἰς τὴν ἀντίδρασιν παρίστανται ἀρχικῶς ($\xi = 0$) ἐκ τῶν τ συστατικῶν μόνον τὰ ἀντιδρῶντα r' . Οὕτως ̄χομεν :

$$C_P = \sum_1^{r'} n_i^0 c_{iP}^0 \quad (11.6.40)$$

Εἰσάγοντες τὴν ̄ξίσωσιν (40) εἰς τὴν (39) καὶ διλοκληρώνοντες μεταξὺ τῆς ἀρχικῆς θερμοκρασίας T^0 καὶ τελικῆς T καὶ ἀπὸ $\xi = 0$ ἕως ξ λαμβάνομεν :

$$\sum_1^{r'} \int_{T^0}^T n_i^0 c_{iP}^0 (T') dT' + \int_0 h_r (T, \xi') d\xi' = 0 \quad (11.6.41)$$

Θεωροῦντες τὴν ̄νθαλπίαν ἀντιδράσεως h_r ἀνεξάρτητον τῆς συνθέσεως γράφομεν :

$$\sum_1^{r'} \int_{T^0}^T n_i^0 c_{iP}^0 (T') dT' + h_r (T) \xi = 0 \quad (11.6.42)$$

‘Ο ̄πολογισμὸς τοῦ διλοκληρώματος εἰς τὴν ̄ξίσωσιν (42) προϋποθέτει τὴν γνῶσιν τῆς ̄ξαρτήσεως τῶν γραμμομοριακῶν θερμοχωρητικοτήτων c_{iP}^0 τῶν συστατικῶν $1, \dots, r'$ ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν, π.χ. ̄πὸ τὴν μορφὴν τῶν ̄ξισώσεων (3.7.11). ‘Επίσης ἡ ̄νθαλπία ἀντιδράσεως $h_r (T)$ δύναται νὰ δοθῇ ὡς ̄ξάρτησις τῆς θερμοκρασίας δι’ διλοκληρώσεως τῆς ̄ξισώσεως Kirchhoff (11.2.22), ἐὰν εἴναι γνωστὴ ἡ h_r εἰς θερμοκρασίαν T^0 (ἢ εἰς ἄλλην τινὰ θερμοκρασίαν).

Κατ’ αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ ̄ξίσωσις (42) δίδει μίαν σχέσιν μεταξὺ ξ καὶ T . Μία δευτέρα σχέσις μεταξὺ ξ καὶ T προκύπτει ἐκ τῆς ̄ξισώσεως (28), ἐὰν εἴναι γνωστὴ ἡ ̄ξάρτησις τῆς σταθερᾶς ισορροπίας K_P ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Αἱ δύο αὐταὶ σχέσεις προσδιορίζουν τὴν μεταβλητὴν προόδου ξ καὶ τὴν θερμοκρασίαν T εἰς τὴν κατάστασιν ισορροπίας τῆς ἀδιαβατικῶς καὶ ̄πὸ σταθερὰν πίεσιν διεξαχθείσης ἀντιδράσεως. ‘Ο ̄πολογισμὸς ἀπλουστεύεται εἰς περιπτώσεις (ῶς εἰς ἀντιδράσεις καύσεως), κατὰ τὰς δύοις ἡ ἀντίδρασις προχωρεῖ πρακτικῶς πλήρως πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῶν προϊόντων. Ἐν-

τοιαύτῃ περιπτώσει ή μεταβλητὴ προόδου ὑπολογίζεται ἐκ τῆς σχέσεως (7.7.8), ἐκ τῆς δοπίας λαμβάνομεν $\xi \simeq \min \left| \frac{n_i^0}{v_i} \right|$. Εἰσαγωγὴ τῆς τιμῆς αὐτῆς εἰς τὴν ἔξισωσιν (42) καθιστᾶ δυνατὸν καὶ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς θερμοκρασίας T . Οὕτως ὑπολογίζεται ἡ μεγίστη θερμοκρασία φλογὸς π.χ. ἐνὸς ὑδρογονάνθρακος. Ἐὰν εἰς τὴν ὑψηλὴν θερμοκρασίαν φλογὸς λαμβάνουν χώραν ἀντιδράσεις θερμικῆς διασπάσεως, διὰ τὸν ἀκριβῆ ὑπολογισμὸν τῆς θερμοκρασίας πρέπει νὰ ληφθοῦν καὶ αὐτὰ ὑπὸ ὅψιν. Εἰναι πάντως προφανὲς διτὶ ἐὰν η ἀντιδρασις εἶναι ἔξωθερμική, αὐτῇ, ὃς προκύπτει ἐκ τῆς ἔξισώσεως (11.5.24), θὰ δόηγήσῃ εἰς κατάστασιν μὲ τιμὴν ξ μικροτέραν τῆς λαμβανομένης εἰς περίπτωσιν ἰσοθέρμου διεξαγωγῆς τῆς ἀντιδράσεως.

§ 11.7. Ὁμοιογενεῖς ἀντιδράσεις εἰς διαλύματα

Ἐὰν ἄπαντα τὰ συστατικὰ τοῦ διαλύματος εἶναι καὶ συστατικὰ τῆς ἀντιδράσεως, η σταθερὰ ἰσορροπίας δορίζεται συμφώνως πρὸς τὴν ἔξισωσιν (11.5.12), εἰς τὴν δοπίαν η ἐλευθέρα ἐνθαλπία ἀντιδράσεως G_r^0 προκύπτει ὡς γραμμικὸς συνδυασμὸς τῶν χημικῶν δυναμικῶν τῶν συστατικῶν εἰς καθαρὰν κατάστασιν. Εἰναι αὐτῇ συνάρτησις τῆς θερμοκρασίας καὶ τῆς πιέσεως, συνδέεται δὲ πρὸς τὴν σύνθεσιν καὶ τοὺς συντελεστὰς ἐνεργότητος εἰς τὴν κατάστασιν ἰσορροπίας διὰ τῆς ἔξισώσεως (11.5.11), ἥτοι :

$$K(P, T) = \prod_1^r x_i^{v_i} \prod_1^r y_i^{v_i} \quad (11.7.1)$$

Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν ἴδανικοῦ διαλύματος η ἔξισωσις (1) γράφεται :

$$K(P, T) = \prod_1^r x_i^{v_i} \quad (\text{ίδανικὸν διάλυμα}) \quad (11.7.2)$$

Η ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ τὴν πιέσιν ἔξάρτησις τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας δίδεται ὑπὸ τῶν ἔξισώσεων (11.5.13) καὶ (11.5.16) ἀντιστοίχως, εἰς τὰς δοπίας $b_r^0 = \sum_1^r v_i$, b_i^0 καὶ $v_r^0 = \sum_1^r v_i$, v_i^0 , δπου b_i^0 καὶ v_i^0 η γραμμομοριακὴ ἐνθαλπία καὶ διαρμομοριακὸς δῆγκος τοῦ καθαροῦ συστατικοῦ i .

Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν δοπίαν τὸ συστατικὸν 1 ἀποτελεῖ ἀδρανῆ διαλύτην, ὃς κατάστασις ἀναφορᾶς διὰ τὰ 2, ..., r ἀντιδρῶντα συστατικὰ λαμβάνεται η ἴδανικὴ ἀραιὰ κατάστασις (ἔξισωσις 10.7.17) καὶ η ἔξισωσις (1) γράφεται :

$$K^*(P, T) = \prod_2^r x_i^{v_i} \prod_2^r (\gamma_i^*)^{v_i} \quad (11.7.3)$$

εἰς δὲ τὴν περίπτωσιν ἰδανικοῦ ἀραιοῦ διαλύματος ἀνάγεται εἰς τὴν :

$$K^*(P, T) = \prod_2^r x_i^v i \quad (\text{ἰδανικὸν ἀραιόν}) \quad (11.7.4)$$

Εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις ἢ σταθερὰ ἵσορροπίας εἶναι συνάρτησις καὶ τοῦ διαλύτου.

Ἐὰν ἐν ἐκ τῶν ἀντιδρώντων συστατικῶν χαρακτηρισθῇ ὡς διαλύτης, λόγῳ τῆς ἐν περισσείᾳ παρουσίας του εἰς τὸ διάλυμα, πρέπει, ἐφ' ὅσον διὰ τὰ ἐν διαλύσει συστατικὰ χρησιμοποιηθῇ ἢ ἔξισωσις (10.7.17), διὰ τὸν διαλύτην νὰ χρησιμοποιηθῇ ἢ ἔξισωσις (10.7.16). Κατὰ συνέπειαν ὁ διαλύτης θὰ ὑπεισέλθῃ εἰς τὴν ἔξισωσιν κατὰ τρόπον ἀσύμμετρον ὡς πρὸς τὰ ὑπόλοιπα συστατικά, δηλαδὴ ὡς συντελεστὴς ἐνεργότητος θὰ χρησιμοποιηθῇ ὁ γ_1 ἀντὶ τοῦ γ^ . *Ἐν τούτοις εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἢ ἔξισωσις (3), περιλαμβάνουσα βεβαίως τὸν παράγοντα $x_1 \gamma_1$, δὲν πλεονεκτεῖ ἔναντι τῆς (1). *Ἀντιδέτως, εἰς περίπτωσιν ἔξόχως ἀραιοῦ διαλύματος (δχι ἀναγκαίως καὶ ἰδανικοῦ ἀραιοῦ) θὰ χρησιμοποιηθῇ ἢ ἔξισωσις (3), εἰς δὲ τὴν περίπτωσιν ἰδανικοῦ ἀραιοῦ ἢ (4), δεδομένου ὅτι $x_1 \approx 1$ καὶ $\gamma_1 \approx 1$.

Προκειμένου περὶ ἀραιῶν διαλυμάτων χρησιμοποιεῖται εὑρύτερον διὰ τὴν ἔκφρασιν τῆς συνθέσεως ἢ γραμμορραϊκή συγκέντρωσις κατὰ βάρος m_i .

Οὕτω διὰ τὴν σταθερὰν ἵσορροπίας K_m , ἐὰν ὁ διαλύτης δὲν μετέχῃ εἰς τὴν ἀντίδρασιν, ἐκ τῆς ἔξισώσεως (10.7.20) ἔχομεν :

$$K_m = \prod_2^r m_i^v i (\gamma_{im}^*)^{v_i} \quad (11.7.5)$$

εἴτε εἰς ἰδανικὸν ἀραιόν διάλυμα :

$$K_m = \prod_2^r m_i^v i \quad (\text{ἰδανικὸν ἀραιόν}) \quad (11.7.6)$$

Εἶναι προφανὲς ὅτι διὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῆς ἔξισώσεως (6) δὲν ἀρκεῖ τὸ διάλυμα νὰ εἶναι εἰς τὴν ἀραιὸν περιοχὴν ἰδανικόν, ὅλλα πρέπει συγχρόνως νὰ εἶναι τόσον ἀραιόν, ὥστε νὰ δύναται νὰ θεωρηθῇ (ἐντὸς τοῦ περιφρακτικοῦ σφάλματος) ὡς γραμμικὴ ἢ ἔξαρτησις μεταξὺ x_i καὶ m_i . Βεβαίως ἐὰν ἡ τελευταία συνθήκη δὲν ἴσχυῃ θὰ ηδύνατο νὰ χρησιμοποιηθῇ ἢ ἔξισωσις (5). Εἰς τὴν περίπτωσιν δύμας αὐτὴν οἱ συντελεσταὶ ἐνεργότητος γ^* συμπεριλαμβάνουν καὶ ἀποκλίσεις ἐκ τῆς γραμμικότητος μεταξὺ τῶν δύο κλιμάκων συνθέσεων. Πρέπει ἄρα ἢ ἔξισωσις (5) νὰ χρησιμοποιηται εἰς τὰς περιπτώσεις ἐκείνας, εἰς τὰς δύοις τὰ διαλύματα εἶναι μὲν ἀρκούντως ἀραιά, ὥστε νὰ ἴσχυῃ μὲ ίκανοποιητικὴν ἀκρίβειαν ἢ γραμμικότης μεταξὺ τῶν κλι-

μάκων συνθέσεως, δὲν είναι ἐν τούτοις εἰσέτι ίδανικὰ ἀραιά (π.χ. εἰς διαλύματα ἡλεκτρολυτῶν).

“Η σταθερὰ K_m είναι βεβαίως συνάρτησις τῆς θερμοκρασίας, τῆς πιέσεως καὶ τοῦ διαλύτου. Αἱ ἀριθμητικὲ τιμαὶ τῶν εἰς τὴν παροῦσαν παράγραφον ἀναφερομένων σταθερῶν ισορροπίας διαφέρουν γενικῶς, δοθέντος ὅτι αὐταὶ ὁρίζονται ὡς πρὸς καταστάσεις ἀναφορᾶς διαφόρους.

“Η ἔξαρτησις τῶν σταθερῶν K^* καὶ K_m ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ τὴν πίεσιν δίδεται διὰ τῶν ἔξισώσεων (11.5.13) καὶ (11.5.16), ἐὰν εἰς αὐτὰς γραφῇ $b_r^* = \sum_i v_i h_i^*$ καὶ $v_r^* = \sum_i v_i v_i^*$, ἀντὶ τῶν b_r^0 καὶ v_r^0 , ὅπου b_r^* καὶ v_r^* ἡ ἐνθαλπία καὶ ὁ ὅγκος ἀντιδράσεως εἰς ἀπειρον ἀραιώσιν.

“Η κατ’ ὄγκον συγκέντρωσις c_i χρησιμοποιεῖται ἐνίστε ἀντὶ τῆς m_i . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἔκ τῆς ἔξισώσεως (10.7.30) προσκύπτον αἱ:

$$K_c = \prod_i c_i^{v_i} (\gamma_{ic}^*)^{v_i} \quad (11.7.7)$$

$$K_c = \prod_i c_i^{v_i} \quad (\text{ίδανικὸν ἀραιόν}) \quad (11.7.8)$$

“Η ἔξαρτησις τῆς K_c ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν διαφέρει τῆς ἀντιστοίχου τῆς σταθερᾶς K_m . Ἐκ τῆς ἔξισώσεως (10.7.27) ἔχομεν:

$$\mu_{(c)}^* = \mu^* + RT \ln \frac{M_1}{1000 \varrho_1}$$

καὶ ἔπομένως:

$$\sum_i v_i \mu_{(c)}^* = \sum_i v_i \mu^* + RT \sum_i v_i \ln \frac{M_1}{1000 \varrho_1}$$

Οὕτω διὰ τὴν K_c ἡ (11.5.12) γράφεται:

$$\ln K_c = - \frac{G_r^*}{RT} - \sum_i v_i \ln \frac{M_1}{1000 \varrho_1} \quad (11.7.9)$$

Παραγωγίζοντες τὴν τελευταίαν ἔξισωσιν ὡς πρὸς T ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ λαμβάνοντες ὑπὸ ὄψιν τὴν (11.4.9) ἔχομεν:

$$\frac{\partial \ln K_c}{\partial T} = \frac{b_r^*}{RT^2} + \sum_i v_i \frac{\partial \ln \varrho_1}{\partial T} \quad (11.7.10)$$

Αλλὰ $a_1 = \frac{\partial \ln v_1}{\partial T} = - \frac{\partial \ln \varrho_1}{\partial T}$ καὶ συνεπῶς ἡ ἔξισωσις (11.7.10) γράφεται:

$$\frac{\partial \ln K_c}{\partial T} = \frac{h_r^*}{RT^2} - a_1 \sum_1^r v_i \quad (11.7.11)$$

όπου a_1 διαστολής θερμοκρασίας διαστολής του διαλύτου.

§ 11.8. Αντιδράσεις μεταξύ αέριων και στερεών

Έστω άντιδρασης μεταξύ αέριων και καθαρών στερεών. Η έξισωσης της άντιδρασης (11.1.1) είς τὴν περίπτωσιν αυτήν δύναται νὰ γραφῆ:

$$\sum_1^r v_i X_i = \sum_s v_i X_i + \sum_G v_i X_i = 0 \quad (11.8.1)$$

όπου τὸ ᾱθροισμα $\sum_s v_i X_i$ έκτείνεται ἐπὶ τῶν στερεών καθαρών συστατικῶν, τὸ δὲ $\sum_G v_i X_i$ ἐπὶ τῶν αέριων συστατικῶν.

Εἰς τὴν θέσιν ίσορροπίας ξέχομεν:

$$\sum_1^r v_i \mu_i = \sum_s v_i \mu_i^0(P, T) + \sum_G v_i \mu_i(P, T, x_i) = 0 \quad (11.8.2)$$

*Αλλὰ τὰ αέρια συστατικὰ ἐκ τῆς έξισώσεως (10.3.13) ξέχομεν:

$$\mu_i = \mu_i^+(T) + RT \ln f_i \quad (11.8.3)$$

Εἰσάγοντες τὴν έξισωσιν (3) εἰς τὴν (2) λαμβάνομεν:

$$\sum_s v_i \mu_i^0(P, T) + \sum_G v_i \mu_i^+(T) + RT \sum_G \ln f_i^y = 0 \quad (11.8.4)$$

*Ορίζοντες τὴν σταθερὰν K διὰ τῆς έξισώσεως:

$$K(P, T) = \exp \left(- \frac{\sum_s v_i \mu_i^0 + \sum_G v_i \mu_i^+}{RT} \right) \quad (11.8.5)$$

λαμβάνομεν ἐκ τῆς (4):

$$K(P, T) = \prod_G f_i^y \quad (11.8.6)$$

*Εὰν ἡ αέριος φάσις θεωρηθῇ ὡς ιδανική, ίσχύει $f_i = P_i = P_{x_i}$ καὶ ἐπομένως ἡ έξισωσις (6) γράφεται:

$$K(P, T) = \prod_G P_i^{v_i} = \prod_G (P_{x_i})^{v_i} \quad (11.8.7)$$

είτε :

$$K_x = \prod_G x_i^v_i = \frac{K(P, T)}{P_G^{\Sigma v_i}} \quad (11.8.8)$$

Ούτω διὰ τὴν ἀντίδρασιν :



είναι $v_C = -1$, $v_{CO_2} = -1$, $v_{CO} = 2$ καὶ ἐπομένως ἢ ἔξισωσις (5) γράψεται :

$$K(P, T) = \exp \left(-\frac{2\mu_{CO}^+ - \mu_{CO_2}^+ - \mu_C^0}{RT} \right) \quad (11.8.9)$$

ἢ δὲ ἔξισωσις (6) :

$$K = \frac{f_{CO}^2}{f_{CO_2}} \quad (11.8.10)$$

*Η ἔξαρτησις τῆς σταθερᾶς ἴσορροπίας ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν, προκύπτουσα κατὰ τὰ ἥδη ἐκτεθέντα, δίδεται ὑπὸ τῆς ἔξισώσεως :

$$\frac{\partial \ln K}{\partial T} = \frac{h_r^0}{RT^2} \quad (11.8.11)$$

ὅπου $h_r^0 = \sum_i v_i h_i^0$, τοῦ ἀθροίσματος λαμβανομένου ἐφ' ὅλων τῶν συστατικῶν (στερεῶν καὶ ἀερίων).

Εἰς περίπτωσιν ἴσορροπιῶν περιλαμβανούσῶν διαλύματα καὶ ἀερίους φάσεις, ἢ διαλύματα καὶ στερεὰ ἢ ἀκόμη στερεὰ διαλύματα καὶ ἀέρια, δυνάμενα νὰ θεωρήσωμεν τὴν ἴσορροπίαν ὡς μίαν ὑπέρθεσιν δμοιογενοῦς ἴσορροπίας εἰς μίαν φάσιν (ὑγρὰν ἢ ἀέριον) καὶ ἴσορροπιῶν κατανομῆς τῶν ἐπὶ μέρους χημικῶν εἰδῶν μεταξὺ τῶν φάσεων.

§ 11.9. Ἀντιδράσεις μεταξὺ καθαρῶν στερεῶν ἢ ὑγρῶν

Διὸ ἀντιδράσεις μεταξὺ καθαρῶν στερεῶν ἢ καθαρῶν ὑγρῶν ἢ καθαρῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν ἔχομεν :

$$\sum_i v_i \mu_i = G_r^0 = \sum_i v_i \mu_i^0 = f(P, T) \quad (11.9.1)$$

εἰς ὅλας τὰς θερμοκρασίας, εἰς τὰς ὅποιας τὸ σύστημα ἔξακολουθεῖ νὰ ἀποτελῆται ἀπὸ καθαρὰς φάσεις.

Διὰ τὴν ὑπαρξίν ισορροπίας ἐντὸς τῶν ὡς ἄνω ὅρίων θερμοκρασίας πρέπει νὰ ἰσχύῃ :

$$-\Delta^0 = \sum v_i \mu_i^0 = f(T_e) = 0 \quad (11.9.2)$$

Ἄν δὲν λάβωμεν ὅπ' ὅψιν τὴν μικρὰν ἐπίδρασιν τῆς πιέσεως. Ἡ ἔξισωσις (2) δυνατὸν νὰ ἔχῃ ἢ νὰ μὴ ἔχῃ λύσιν διὰ θετικὴν τιμὴν T_e . Οὕτω διὰ τὰς ἀντιδράσεις :

$$\text{PbJ}_2 - \text{Pb} - 2\text{J} = 0 \quad (11.9.3)$$

$$\text{CuS} - \text{Cu} - \text{S} = 0 \quad (11.9.4)$$

$$\text{Ag} + \text{HgCl} - \text{Hg} - \text{AgCl} = 0 \quad (11.9.5)$$

Ἡ ἔξισωσις (2) δὲν ἔχει θετικὴν λύσιν. Ἐαρα αἱ ἐν λόγῳ ἀντιδράσεις ὁδηγοῦν πλήρως πρὸς τὰ προϊόντα εἰς ὅλας τὰς θερμοκρασίας.

Εἰς ἔλαχίστας ἀντιδράσεις μεταξύ καθαρῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν φάσεων ἔχει διαπιστωθῆν ἡ ὑπαρξίς θερμοκρασίας ισορροπίας T_e ἢ ἀλλως θερμοκρασίας ἀντιστροφῆς (δεδομένου ὅτι ἄνω τῆς θερμοκρασίας ταύτης ἡ κατεύθυνσις τῆς ἀντιδράσεως ἀντιστρέφεται). Ἐξαίρεσιν ἀποτελοῦν ἀλλοτροπικαὶ ισορροπίαι ἢ ισορροπίαι τῆξεως καθαρῶν οὖσιῶν, ἀν αἱ ἐν λόγῳ ισορροπίαι συμπεριληφθοῦν εἰς τὴν ὡς ἄνω κατηγορίαν. Εἰς τὰς περιπτώσεις κατὰ τὰς δοπίας δὲν ὑπάρχει λύσις τῆς ἔξισώσεως (2), ἰσχύει, εἰς ὅλας τὰς θερμοκρασίας :

$$G_r^0 < 0, \quad \Delta^0 > 0 \quad (11.9.6)$$

Ἡ θερμοκρασία ισορροπίας (ἢ ἀντιστροφῆς) T_e δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ὡς ἔξῆς : λόγῳ τῆς ἔξισώσεως (11.4.5), ἢ (2) γράφεται :

$$G_r^0 = h_r^0 - T_e s_r^0 = 0 \quad (11.9.7)$$

$$\text{εἴτε: } T_e = \frac{h_r^0}{s_r^0} = \frac{\sum_1^r v_i h_i^0}{\sum_1^r v_i s_i^0} \quad (11.9.8)$$

Διὰ τὴν h_r^0 δυνάμεθα νὰ γράψωμεν :

$$h_r^0(T) = h_r^0(T') + \sum_1^r v_i [h_i^0(T) - h_i^0(T')] \quad (11.9.9)$$

Οὕτως ἔταν διὸ ἔκαστην τῶν οὖσιῶν ἡ ἔξαρτησις τῆς c_{ip}^0 ἀπὸ τὴν θερμοκρα-

σίαν έχη προσδιορισθή θερμιδομετρικῶς, ή δὲ ἐνθαλπία ἀντιδράσεως h_r^0 έχη μετρηθή εἰς τινα θερμοκρασίαν T' , ή h_r^0 δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τῆς έξισώσεως (9) εἰς οἰανδήποτε ἄλλην θερμοκρασίαν. Διὰ τὴν ἐντροπίαν ἀντιδράσεως s_r^0 δυνάμεθα κατ' ἀναλογίαν νὰ γράψωμεν:

$$s_r^0(T) = s_r^0(T=0) + \sum_i v_i [s_i^0(T) - s_i^0(T=0)] \quad (11.9.10)$$

Ἐὰν αἱ c_i^0 ἔχουν μετρηθῆ μέχρις ἐπαρκῶς χαμηλῶν θερμοκρασιῶν, ὥστε νὰ εἶναι δυνατὴ προεκβολὴ εἰς $T=0$, αἱ $s_i^0(T) - s_i^0(T=0)$ προσδιορίζονται (έξισώσεις 8.1.14). Οὕτως ή $s_r^0(T)$ προσδιορίζεται ἐκ τῆς έξισώσεως (10), ἐὰν εἶναι γνωστή ή s_r^0 διὰ $T=0$. Ἀλλὰ δι' ἐσωτερικῶς εὑσταθεῖς φάσεις ή s_r^0 ίσονται πρὸς τὸ μηδὲν διὰ $T=0$ (έξισώσεις 8.1.5). Εἰς δλίγας, συνήθως γνωστάς, έξαιρέσεις ἔχομεν $s_r^0(T=0) > 0$ (ἀνισότης 8.1.6), ή δὲ τιμή της εἶναι γνωστή. Οὕτω προσδιορίζεται ή $s_r^0(T=0)$. Εἰσαγωγὴ τῶν έξισώσεων (9) καὶ (10) εἰς τὴν (8) καθιστᾶ δυνατὸν τὸν ὑπολογισμὸν τῆς T_c .

§ 11.10. Προσδιορισμὸς σταθερῶν ισορροπίας ἐκ θερμιδομετρικῶν δεδομένων

Κατ' ἀρχὴν ή σταθερὰ χημικῆς ισορροπίας, εἰς τὰς περιπτώσεις ἐκείνας εἰς τὰς δποίας ἀποκαθίσταται ταχέως χημικὴ ισορροπία, εἰς δεδομένην θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν, δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐκ μετρήσεων τῆς συνθέσεως καὶ τῶν ἐνεργοτήτων εἰς τὴν κατάστασιν ισορροπίας.⁹ Εὰν δὲ ἀρχικὸς ἀριθμὸς γραμμορίων εἶναι γνωστός, ἀπαιτεῖται ή μετρησις τῆς συνθέσεως ἐνδὸς ἐκ τῶν συστατικῶν εἰς τὴν θέσιν ισορροπίας.¹⁰ Εξ αὐτῆς προσδιορίζεται ή μεταβλητὴ προόδου καὶ ἐκ τῶν έξισώσεων (7.7.14) αἱ συνθέσεις τῶν ὑπολοίπων συστατικῶν.¹¹ Εὰν αἱ ἐνεργότητες δὲν εἶναι γνωσταί, ή σταθερὰ ισορροπίας δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐκ μετρήσεων τοῦ γινομένου $\prod_{\frac{1}{2}} x_i^v$: ὑπὸ P, T σταθερὰ εἰς διαφόρους συνθέσεις μέχρις ἐπαρκῶς ἀραιῶν διαλυμάτων καὶ γραφικῆς προεκβολῆς τούτου εἰς $x_1 \rightarrow 1$, δεδομένου δτι ὡς ἐκ τῆς έξισώσεως (11.7.4) προκύπτει:

$$\lim_{x_1 \rightarrow 1} \prod_{\frac{1}{2}} x_i^v = K^*(P, T) \quad (11.10.1)$$

Εἰς τὰς περιπτώσεις ἐκείνας, εἰς τὰς δποίας ή ισορροπία ὑπὸ συνήθεις πειραματικὰς συνθήκας (θερμοκρασίας καὶ πιέσεως) δυσκόλως ή οὐδόλως ἀπο-

καθίσταται, ή σταθερά ίσορροπίας υπολογίζεται έμμεσως, ἐὰν ὑπάρχουν ἐπαρκῆ θερμιδομετρικὰ δεδομένα. Ἡ μέθοδος εἶναι δύοις πρὸς τὴν χρησιμοποιηθεῖσαν εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον διὰ τὸν υπολογισμὸν τῆς T_e (θερμοκρασίας ἀντιστροφῆς).⁹ Εν τούτοις λόγῳ τοῦ μεγάλου ἐνδιαφέροντος, τὸ δόποιον παρουσιάζει δὲ ἔμμεσος υπολογισμὸς τῆς σταθερᾶς ίσορροπίας, θὰ περιγράψωμεν ἐν συνεχείᾳ λεπτομερέστερον τὴν μέθοδον ταύτην.

὾γος ἐκ τῆς ἔξισώσεως δρισμοῦ τῆς (11.5.12) προκύπτει, ή σταθερὰ ίσορροπίας συγδέεται μὲ τὴν πρότυπον ἐλευθέραν ἐνέργειαν ἀντιδράσεως G_r^0 . Επομένως τὸ πρόβλημα μετατίθεται εἰς τὸν υπολογισμὸν τῆς G_r^0 διὰ δεδομένην ἀντιδρασιν. Ἡ G_r^0 συγδέεται μὲ τὴν πρότυπον ἐνθαλπίαν ἀντιδράσεως h_r^0 καὶ τὴν πρότυπον ἐντροπίαν ἀντιδράσεως s_r^0 διὰ τῆς ἔξισώσεως (11.4.5). Επομένως ἐὰν δι⁹ ἔκαστην ἀντιδρασιν δίδωνται αἱ h_r^0 καὶ s_r^0 , διὰ δεδομένην θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν, ή G_r^0 καὶ συνεπῶς καὶ ἡ σταθερὰ ίσορροπίας προσδιορίζονται.

Ἄφετον, ὃς ἥδη ἔξετέθη εἰς τὴν παράγραφον (11.2), ἡ ἐνθαλπία ἀντιδράσεως προσδιορίζεται ἐκ τῶν ἐνθαλπιῶν σχηματισμοῦ τῶν ἐνώσεων τῶν εἰσερχομένων εἰς τὴν ἀντιδρασιν. Εἳναι εἰς τὴν ἀντιδρασιν μετέχουν καὶ στοιχεῖα, ή θερμότης σχηματισμοῦ τούτων, ὃς ἐκ τοῦ δρισμοῦ τῆς θερμότητος σχηματισμοῦ (καὶ γενικῶτερον οἰασδήποτε ἰδιότητος σχηματισμοῦ), ίσοῦται πρὸς τὸ μηδέν. Επομένως γενικεύοντες τὴν ἔξισώσην (11.2.19), γράφομεν δι⁹ οἰανδήποτε ἰδιότητα ἀντιδράσεως:

$$z_r^0 = \sum_i^r v_i z_{ir}^0 \quad (11.10.2)$$

ὅπου z_{ir}^0 ἡ ἀντίστοιχος ἰδιότητος σχηματισμοῦ τῆς ἐνώσεως ἐξ τῶν στοιχείων τῆς εἰς τὴν εὐσταθῆ κατάστασιν εἰς πίεσιν P καὶ θερμοκρασίαν T . Θὰ ἔξετάσωμεν κεχωρισμένως τὸν τρόπον υπολογισμοῦ τῶν θερμοτήτων σχηματισμοῦ ἄφ⁹ ἐνὸς καὶ τῶν ἐντροπιῶν σχηματισμοῦ ἄφ⁹ ἐτέρου. Εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις τὰ ἀποτελέσματα ἀναφέρονται εἰς σχετικοὺς πίνακας διὰ $P = 1 \text{ atm}$ καὶ $T = 298.15 \text{ K}$.

Οπού τοῦτο εἶναι δυνατόν, ἡ ἐνθαλπία σχηματισμοῦ μιᾶς ἐνώσεως μετρεῖται διὰ τοῦ θερμιδομέτρου εἰς τινα θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν, υπολογίζεται δὲ αὕτη εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 298.15 K διὰ τῆς χρησιμοποιηθεῖσας τῆς ἔξισώσεως Kirchhoff (11.2.22) καὶ εἰς πίεσιν 1 atm διὰ χρησιμοποιηθεῖσας τῆς ἔξισώσεως (11.2.24), ἐὰν ἔχαρτάται ἀπὸ τὴν πίεσιν. Εἳναι ἀμεσος μέτρησις τῆς ἐνθαλπίας σχηματισμοῦ δὲν εἶναι ἐφικτή, δυνάμεθα, χρησιμοποιούντες τὸν νόμον τοῦ Hess, νὰ ἔκλεξωμεν κατάλληλον διάδα ἀντιδράσεων, τῶν δοποίων αἱ ἐνθαλπίαι σχηματισμοῦ μετροῦνται πειραματικῶς, ἐκ γραμμι-

κού δὲ συνδυασμοῦ τῶν διποίων δύναται νὰ προκύψῃ ἡ περὶ ἡς πρόκειται ἀντίδρασις σχηματισμοῦ. Οὕτως ἡ ἐνθαλπία σχηματισμοῦ ὑπολογίζεται ἐκ τῶν ἐνθαλπιῶν ἀντιδράσεως τῆς ἐπιλεγέσης διπάδος διὰ χρησιμοποιήσεως τῆς ἔξισώσεως (11.2.13).

Ἡ ἐκτεθεῖσα μέθοδος δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὴν περίπτωσιν ὑπολογισμοῦ ἐντροπιῶν σχηματισμοῦ, δεδομένου ὅτι διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἐντροπίας ἀντιδράσεως ἐκ τῆς ἀνταλλασσομένης θερμότητος ἀπαιτεῖται ἀντιστρεπτὴ διεξαγωγὴ τῆς ἀντιδράσεως. Τοῦτο εἰς δλίγας μόνον περιπτώσεις εἶναι δυνατόν, ὡς π.χ. εἰς ἀντιδράσεις λαμβανούσας χώραν μέσω γαλβανικῶν κυττάρων.

Λύσιν εἰς τὸ πρόβλημα παρέχει ὁ τρίτος νόμος. Βάσει τοῦ νόμου τούτου ἡ ἀπόλυτης ἐντροπία ἔνδει στοιχείου δύναται νὰ ὑπολογισθῇ, ἐὰν ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ στοιχείου ἔχῃ μετρηθῆ μέχρις ἐπαρκῶς χαμηλῆς θερμοκρασίας, ὥστε νὰ εἶναι δυνατὸν διὰ τὴν προεκβολὴν εἰς $T = 0$ νὰ χρησιμοποιηθῇ ἡ ἔξισώσης Debye (9.7.19).

Διὰ τὴν ἀπόλυτον ειμὴν τῆς ἐντροπίας s_k^0 στοιχείου k εἰς 298.15 K δυνάμεθα νὰ γράψωμεν:

$$s_k^0(T = 298.15) = s_k^0(T = 0) + [s_k^0(T = 298.15) - s_k^0(T = 0)] \quad (11.10.3)$$

ὅπου $s_k^0(T = 0)$ ἡ τιμὴ τῆς ἐντροπίας τοῦ στοιχείου k εἰς τὸ ἀπόλυτον μηδέν, ἡ δὲ διαφορὰ $[s_k^0(T = 298.15) - s_k^0(T = 0)]$ παριστᾶ τὴν αὔξησιν τῆς ἐντροπίας τοῦ στοιχείου κατὰ τὴν θέρμανσίν του ἀπὸ $T = 0$ εἰς T , ἀντιστοιχεῖ δὲ αὐτῇ πρὸς τὸ διλοκλήρωμα τῆς ἔξισώσεως (8.1.13). Ἡ τιμὴ τοῦ διλοκληρώματος τούτου ὑπολογίζεται, ἐφ' ὅσον εἶναι γνωστὴ ἡ ἔξαρτησις τῆς θερμοχωρητικότητος ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν μεταξὺ $T = 0$ καὶ T .

Ἐφ' ὅσον ἡ φάσις εἶναι ἐσωτερικῶς εὐσταθής, ἔχομεν ἐκ τῆς ἔξισώσεως (8.1.5):

$$s_k^0(T = 0) = 0 \quad (11.10.4)$$

Κατὰ ταῦτα εἰς τὰς περιπτώσεις ἴσχύος τῆς ἔξισώσεως (4) ἡ ἀπόλυτος ἐντροπία τῶν στοιχείων δύναται νὰ ὑπολογισθῇ εἰς 298.15 K καὶ πίεσιν 1 atm, ἡ δὲ ἐντροπία σχηματισμοῦ μιᾶς ἐνώσεως ὑπολογίζεται ἐκ σχέσεως ἀναλόγου πρὸς τὴν (11.2.15).

Ἐκ τῶν ἐνθαλπιῶν καὶ ἐντροπιῶν σχηματισμοῦ ὑπολογίζεται ἀκολούθως ἡ ἐλευθέρα ἐνθαλπία σχηματισμοῦ τῶν διαφόρων ἐνώσεων δι' ἐφαρμογῆς τῆς ἀναλόγου πρὸς τὴν (11.4.5) ἔξισώσεως: $G_{if}^0 = h_{if}^0 - Ts_{if}^0$. Ἐκ τούτων δὲ ὑπολογίζονται ἡ ἐλευθέρα ἐνθαλπία ἀντιδράσεως οἰασδήποτε ἀντιδράσεως δι' ἐφαρμογῆς τῆς ἔξισώσεως (2) καὶ τέλος, μέσω τῆς ἔξισώσεως (11.5.12), ἡ σταθερὰ ἴσορροπίας.

Εἰς δλίγας γνωστὰς περιπτώσεις ἡ οὔτως ὑπολογισθεῖσα ἐντροπία, καλούμενη καὶ θερμιδομετρικὴ ἐντροπία, διαφέρει τῆς φασματοσκοπικῶς μετρηθείσης κατὰ $R_{ln} 2$ ή $R_{ln} \frac{3}{2}$. Αἱ πλέον συνήθεις ἐνώσεις, εἰς τὰς δποίας διεπιστώθη ἡ διαφορὰ αὗτη, εἶναι αἱ : CO, N₂O, NO καὶ H₂O, δφείλεται δὲ τοῦτο εἰς τὴν ὑπαρξιν ἐσωτερικῆς μετασταθείας, διατηρουμένης εἰς T = 0 (βλέπε τρίτον νόμον). Ἐπομένως εἰς ὑπολογισμούς, εἰς τοὺς δποίους ὑπεισέρχονται αἱ ἀνεφερθεῖσαι ἐνώσεις, πρέπει εἰς τὴν θερμιδομετρικὴν ἐντροπίαν νὰ προστίθεται ἡ τιμὴ R_{ln} 2 διὰ τὰς CO, N₂O, NO καὶ ἡ τιμὴ R_{ln} $\frac{3}{2}$ διὰ τὸ H₂O. Παράλειψις τῆς προσθήκης τοῦ ὡς ἄνω δρου συνεπάγεται σφάλμα εἰς τὴν σταθερὰν Ισορροπίας κατὰ τὸν παράγοντα 2 περίπου.