

Να βρεθούν εκφράσεις για τον υπολογισμό των συντελεστών Τζουλ και Τζουλ – Τόμσον από δεδομένα όπως συντελεστές διαστολής και συμπιεστότητας και θερμοχωρητικότητα.

Λύση:

A) Σύμφωνα με τον ορισμό του

$$\mu_J = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_U = - \frac{\left(\frac{\partial U}{\partial P} \right)_T}{\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P}$$

Από την γενική θεμελιώδη εξίσωση

$$dU = TdS - PdV \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial P} \right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T - P \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \text{ και } \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P - P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\text{Από σχέση Maxwell } \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P .$$

Σύμφωνα με τους ορισμούς των συντελεστών προκύπτει

$$\mu_J = - \frac{T(-\alpha V) - P(-\kappa_T V)}{C_p - P\alpha V} = \frac{T\alpha - P\kappa_T}{\frac{C_p}{V} - P\alpha} = \frac{T\alpha - P\kappa_T}{\frac{c_p}{v} - P\alpha}$$

B) Σύμφωνα με τον ορισμό του

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P}$$

Από την γενική θεμελιώδη εξίσωση

$$dH = TdS + VdP \Rightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T + V \text{ και } \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P$$

$$\text{Χρησιμοποιούμε την ίδια σχέση Maxwell } \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P .$$

Σύμφωνα με τους ορισμούς των συντελεστών προκύπτει

$$\mu_{JT} = - \frac{T(-\alpha V) + V}{C_p} = \frac{(T\alpha - 1)V}{C_p} = \frac{T\alpha - 1}{\frac{c_p}{v}} = \frac{(T\alpha - 1)v}{c_p}$$

7/4/2015