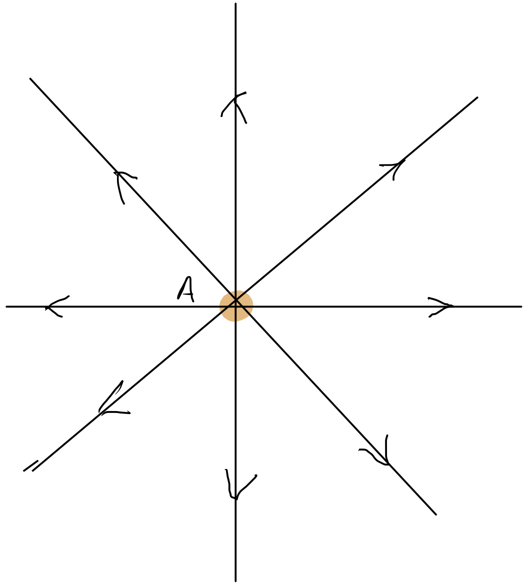
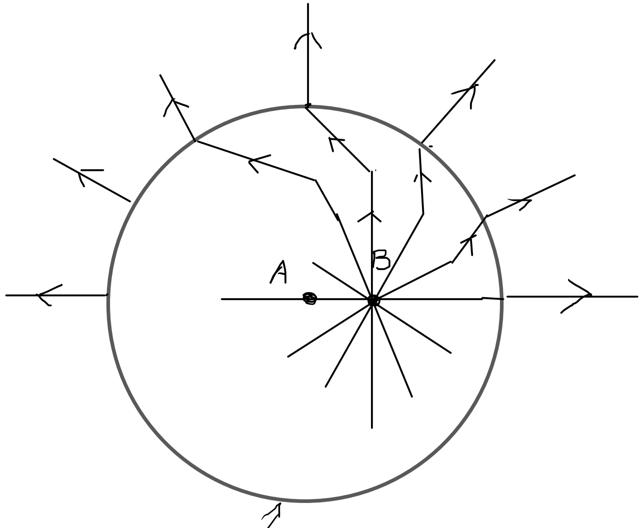
Πως παράγονται τα Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα παράγονται από επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία.

"Όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα τότε παράγει στατικό ηλεκτρικό πεδίο & (αν έχει σταθερή ταχύτητα $υ$) στατικό μαγν. πεδίο.

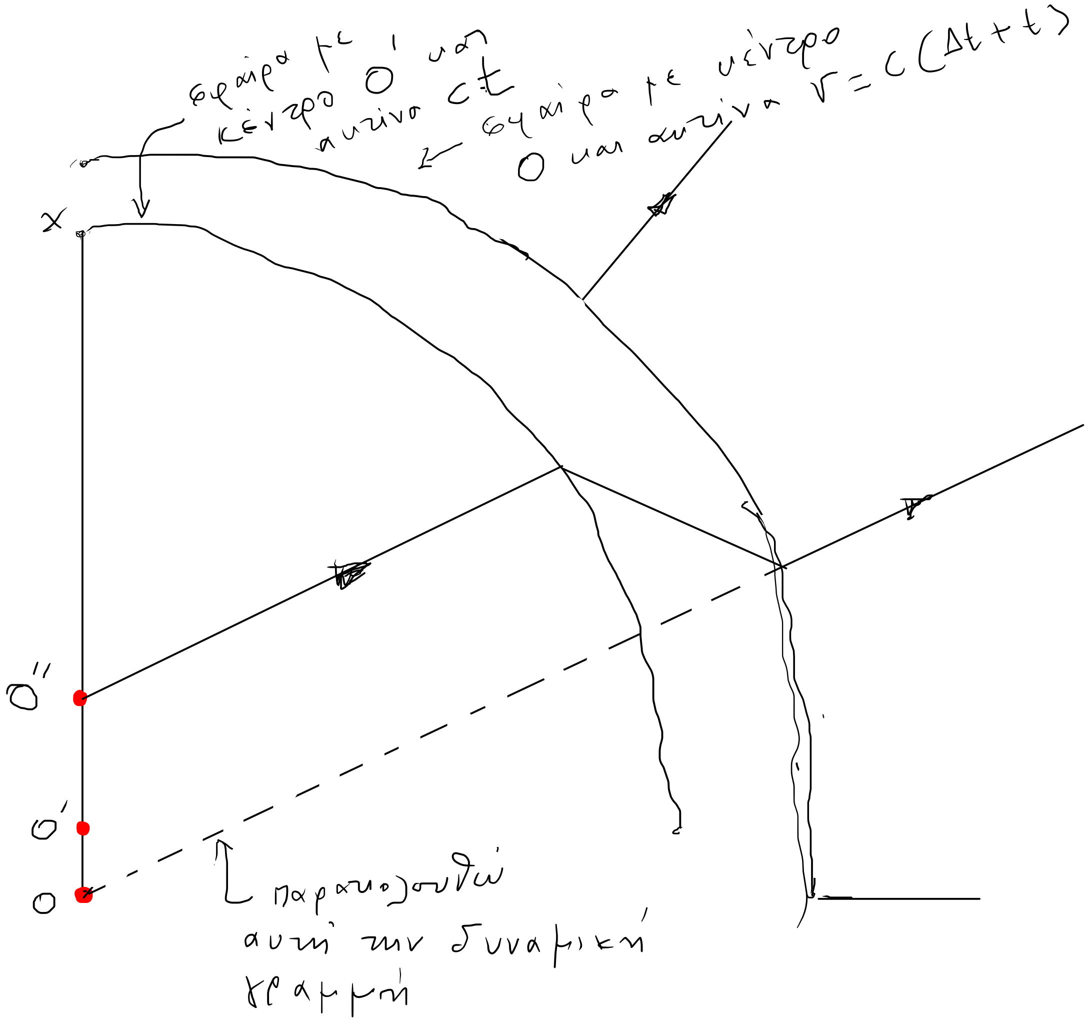
δυναμικές γραμμές
ενός ακίνητου θετικού φορτίου





σφαίρα με
κέντρο το A και
ακτίνα $c \cdot \Delta t$

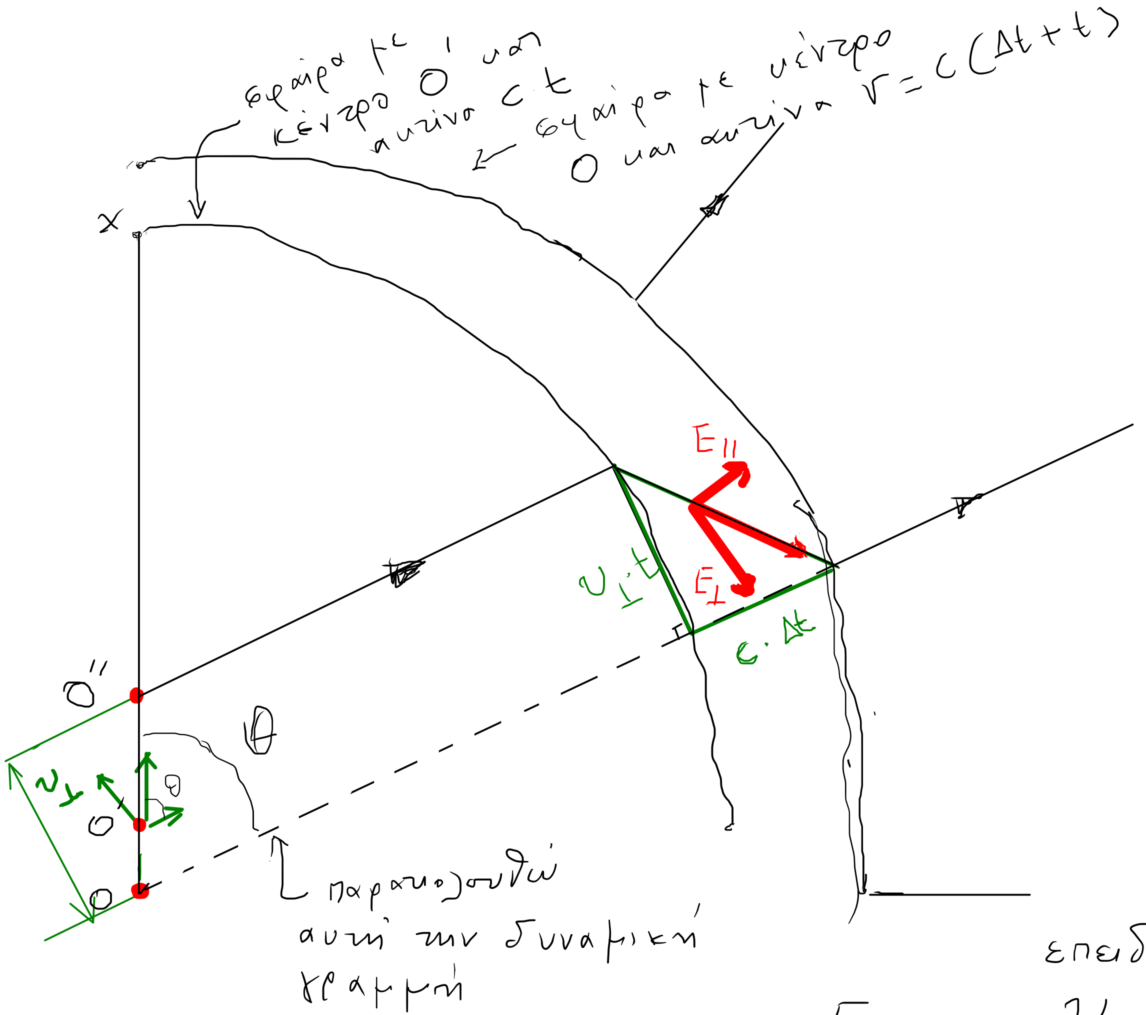
Το φορτίο είναι στην θέση A
για $t=0$ και επιταχύνεται,
και μετά χρόνο Δt είναι
στην θέση B, όπου σταματάει
η επιτάχυνση και έχει απο-
κτήσει ταχύτητα υ.
Κάποιος παρατηρητής
σε απόσταση $\geq c \cdot \Delta t$



Έστω ότι για $t=0$ ένα φορτίο q (θετικό) είναι στο σημείο O με ταχύτητα 0 και ότι για Δt αποκτά επιτάχυνση $\vec{a} = a\hat{i}$ (το $\vec{a} \uparrow$) και στον χρόνο Δt φτάνει στο O' και μετά σε χρόνο t με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = a \cdot \Delta t$ φτάνει στο σημείο O''

Το $\Delta t \ll t$ και $\upsilon \ll c$

Επομένως στην εικόνα η σφαίρα θα έπρεπε να είχε πολύ μεγαλύτερη ακτίνα και αλλοιώς τα O, O', O'' σχεδόν πέφτουν το ένα πάνω στο άλλο για κάποιον που βρίσκεται σε απόσταση ct ή $c(t+\Delta t)$. Την χρονική στιγμή $\Delta t + t$, όποιος βρίσκεται πάνω στην σφαίρα με κέντρο το O' και ακτίνα $c \cdot t$ έχει καταλάβει την διαταραχή



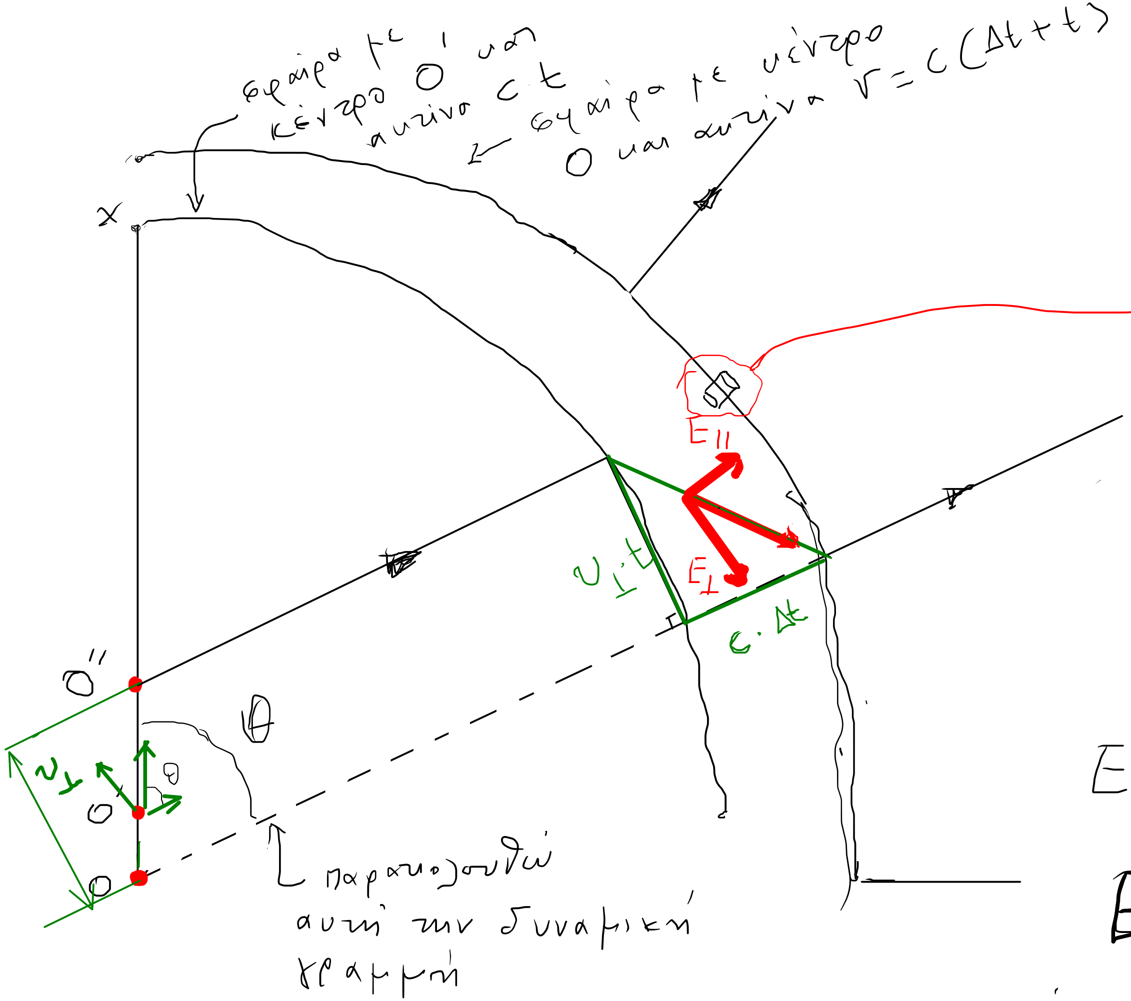
Φτιάχνω το πράσινο τρίγωνο. Αυτό έχει την μία κάθετη περίπου ίση με $c \cdot \Delta t$ και την άλλη κάθετη περίπου ίση με $\upsilon_\perp \cdot t$. Το $\updownarrow$ είναι στην πραγματικότητα $\frac{1}{2}\alpha_\perp (\Delta t)^2 + \upsilon_\perp t$ αλλά επειδή $\Delta t \ll t$ και $\upsilon_\perp = \alpha_\perp \Delta t$ το $\updownarrow \simeq \upsilon_\perp \cdot t$

Προφανώς $\alpha_\perp = \alpha\,\eta\mu\theta$

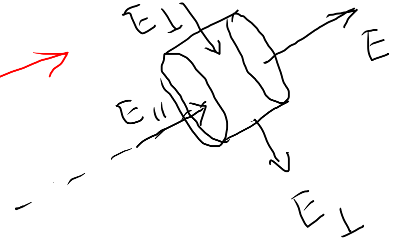
Το $\vec{E}$ αναλύεται σε $E_\perp$ και $E_\parallel$ και επειδή έχουμε όμοια τρίγωνα έχουμε ότι

$$\frac{E_\perp}{E_\parallel} = \frac{\upsilon_\perp t}{c \cdot \Delta t} = \frac{\alpha_\perp \cdot \cancel{\Delta t} \cdot t}{c\,\cancel{\Delta t}} = \frac{\alpha\,\eta\mu\theta\, t}{c} \quad \text{το } t = \frac{r}{c}$$

Έτσι $$\frac{E_\perp}{E_\parallel} = \frac{\alpha\,\eta\mu\theta\, r}{c^2} \Rightarrow E_\perp = \frac{\alpha\,\eta\mu\theta\, r}{c^2} \cdot E_\parallel$$



Εφαρμόζω νόμο Gauss σε έναν στοιχειώδη κύλινδρο:



Το φορτίο μέσα στον κύλινδρο είναι 0 άρα

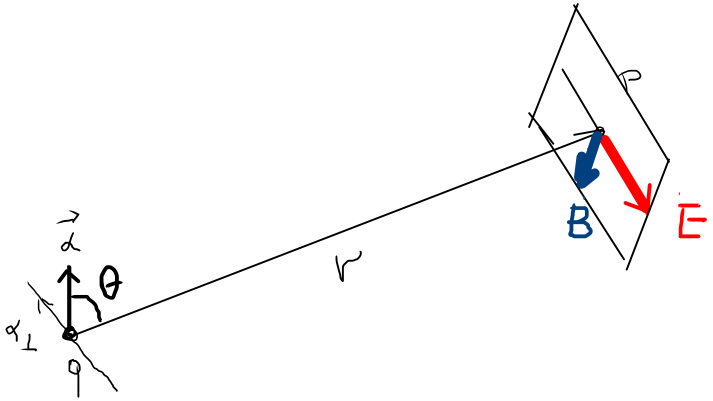
Το $E_{\parallel}$ θα ισούται με το E εκτός της σφαίρας που είναι

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ οπότε το

$$E_{\parallel} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ και το

$$E_\perp = \frac{a\,\eta\mu\theta \cdot \cancel{r}}{c^2} \cdot \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^{\cancel{2}}} = \frac{a\,\eta\mu\theta\, q}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$

Επομένως το ηλεκτρικό πεδίο ενός επιταχυνόμενου ηλ. φορτίου σε μιά απόσταση r από αυτό έτσι ώστε το $E_{\parallel}$ να έχει γίνει αμελητέο το βρίσκουμε ως εξής:



Το $\vec{a}$, το $\vec{r}$ και το ηλ. πεδίο $\vec{E}$ είναι όλα στο ίδιο επίπεδο. Όμως το $\vec{E}$ είναι κάθετο στο $\vec{r}$ με φορά αντίθετη του $\vec{a}$ αν το q είναι θετικό και ίδια με το $\vec{a}$ αν το q είναι αρνητικό

Το Μαγν. Πεδίο θα είναι κάθετο στο E θα έχει μέτρο $\frac{E}{c}$ και το $\vec{E}\times\vec{B}$ θα έχει την φορά του $\vec{r}$

$$\vec{E}(\vec{r},t) \simeq \vec{E}_{\perp}(\vec{r},t) = -\frac{\vec{a}_{\perp}(t')\, q}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$

t' είναι η προηγούμενη χρονική στιγμή $t' = t - \frac{r}{c}$ το $a_{\perp} = a\,\eta\mu\,\theta$

το $\vec{B} = \frac{E}{c}\hat{u}$ (μοναδιαίο διάνυσμα με φορά όπως στην εικόνα - μπλε)

$$\vec{S}(\vec{r},t) = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}$$

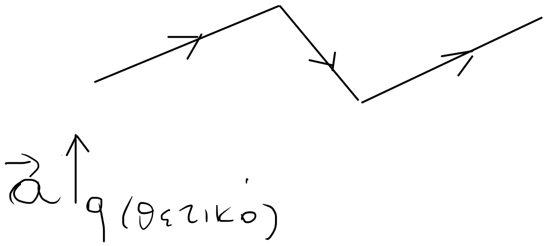
Παρατηρήσεις :

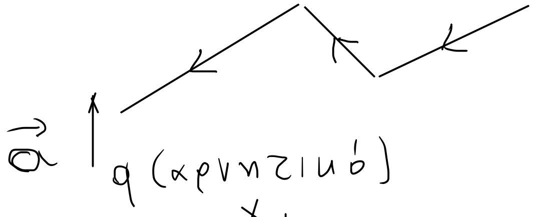
(α) Το Ηλ. πεδίο (και το Μαγν. Πεδίο) του Η-Μ κύματος είναι ανάλογο του $\frac{1}{r}$ και όχι του $\frac{1}{r^2}$. Αυτό είναι και αποτέλεσμα της διατήρησης της ενέργειας γιατί η <u>ενέργεια</u> που μεταφέρει το Η-Μ κύμα είναι ανάλογη του $\frac{E \cdot B}{\mu_0} \left(\frac{W}{m^2}\right) \cdot$ (επιφάνεια σφαίρας με ακτίνα r)

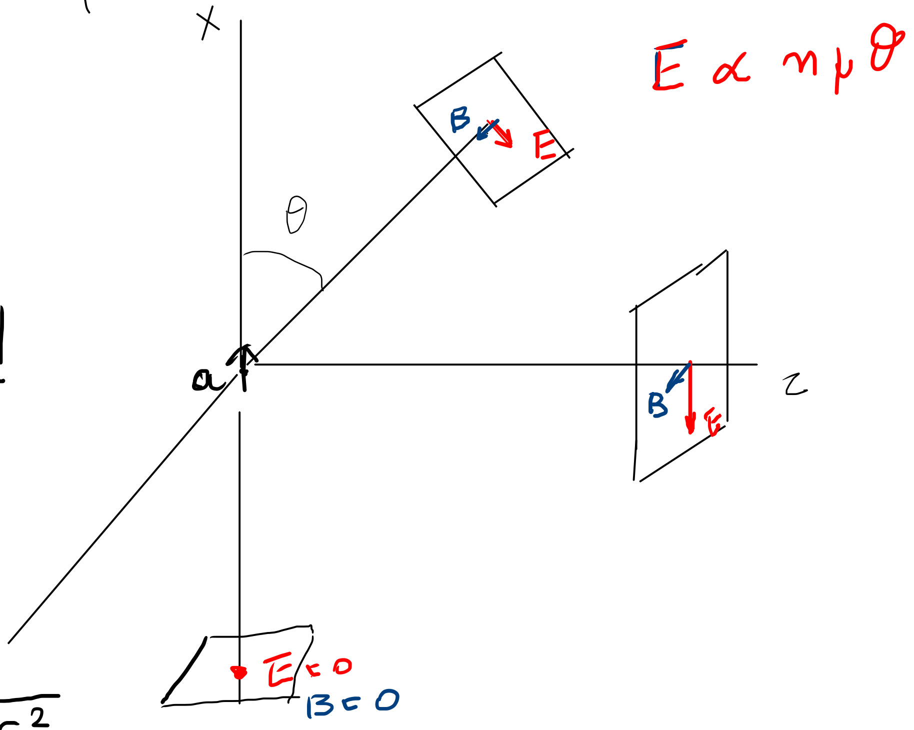
$E \propto \frac{1}{r}$ $B \propto \frac{1}{r}$ $E \cdot B \propto \frac{1}{r^2}$ επιφάνεια σφαίρας ανάλογη του r^2

Επομένως η Ενέργεια δεν εξαρτάται από την ακτίνα της σφαίρας

(β) Το Η-Μ έχει μέγιστη ισχύ/m^2 στο επίπεδο που είναι κάθετο στην επιτάχυνση του φορτίου και 0 ισχύ/m^2 στην διεύθυνση της επιτάχυνσης γ) Το (−) στον τύπο του πεδίου προκύπτει από την φορά των δυναμικών γραμμών







$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{E}|}{c}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \Leftrightarrow c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Leftrightarrow \varepsilon_0 c^2 = \frac{1}{\mu_0}$$

$$|\vec{S}| = \frac{|\vec{E}||\vec{B}|}{\mu_0} = \varepsilon_0 c^2 \cdot |\vec{E}| \cdot \frac{|\vec{E}|}{c}$$

$$= \varepsilon_0 c |\vec{E}|^2$$

$$= \varepsilon_0 c \left(\frac{a\, \eta\mu\theta\, q}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} \right)^2 =$$

$$= \cancel{\varepsilon_0} \cancel{c} \frac{a^2 \eta\mu^2\theta\, q^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^{\cancel{2}} c^{\cancel{4}\,3} r^2} = \frac{a^2 \eta\mu^2\theta\, q^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2}$$