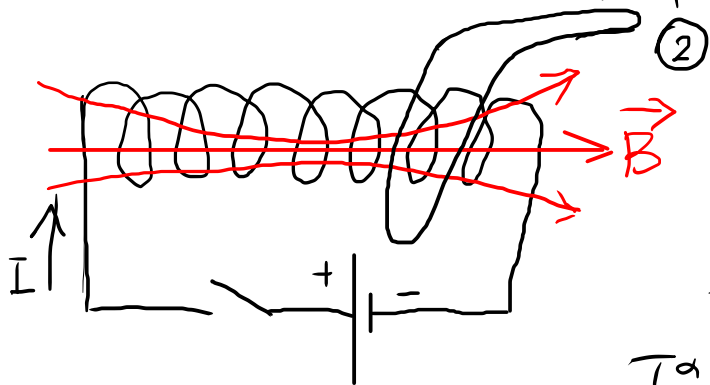


Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Από τα πειράματα του Oersted το 1819 είχε γίνει κατανοητό ότι το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, οπότε ήταν φυσιογολικό να αναρωτηθούν αν το μαγνητικό πεδίο δημιουργεί ηλεκτρικό ρεύμα. (Ηλεκτρικό πεδίο που υίνει τα ηλεκτρικά φορτία)

Αυτό το πρόβλημα ο Faraday που στην αρχή προσπάθησε να δει αν ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο μπορεί να παράξει ένα σταθερό ρεύμα. Έκανε πειράματα για να το αποδείξει αλλά το αποτέλεσμα ήταν αρνητικό.

Ένα από τα πειράματα ήταν το παρακάτω: Έβαζε ρεύμα, με μια μπαταρία σε ένα πηνίο, έβαζε έναν άλλο κλειστό αγωγό να περιβάλλει το πηνίο και προσπαθούσε να μετρήσει ρεύμα στον αγωγό ②. Το έβαζε

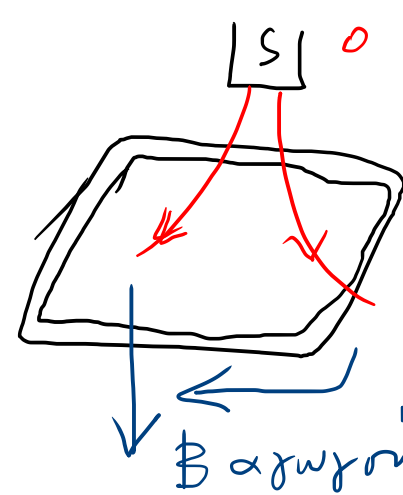


ο ώσπου παρατήρησε ότι όταν άνοιγε ή έκλεινε τον διακόπτη που έδινε ρεύμα στο πηνίο, εμφανιζόταν βραχυμερής ρεύμα στον αγωγό ②.

Έτσι όταν πλησιάσω τον μαγνήτη το πεδίο που προκαλεί ρεύτα αυξάνεται. Το ρεύτα έχει τάση να δημιουργήσει το δικό του μαγν. πεδίο που να αντισταθεί στο μαγν. πεδίο που το προκαλεί.

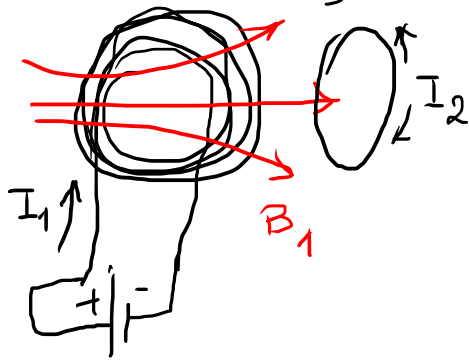


ο μαγνήτης πλησιάζει τον αγωγό



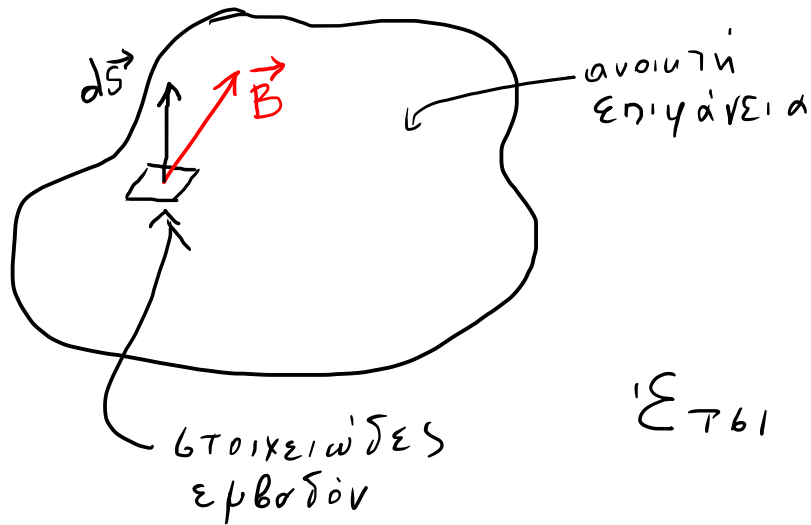
ο μαγνήτης απομακρύνεται από τον αγωγό

Ο Faraday έκανε πειράματα με ισχυρά μαγν. πεδία στα οποία πλησίαζε ή απομακρυνε έναν κυρτό βρόχο και βρήκε ότι



I_2 ανάλογο του $\frac{dB_1}{dt}$ και ότι I_2 ανάλογο του εμβαδού του βρόχου

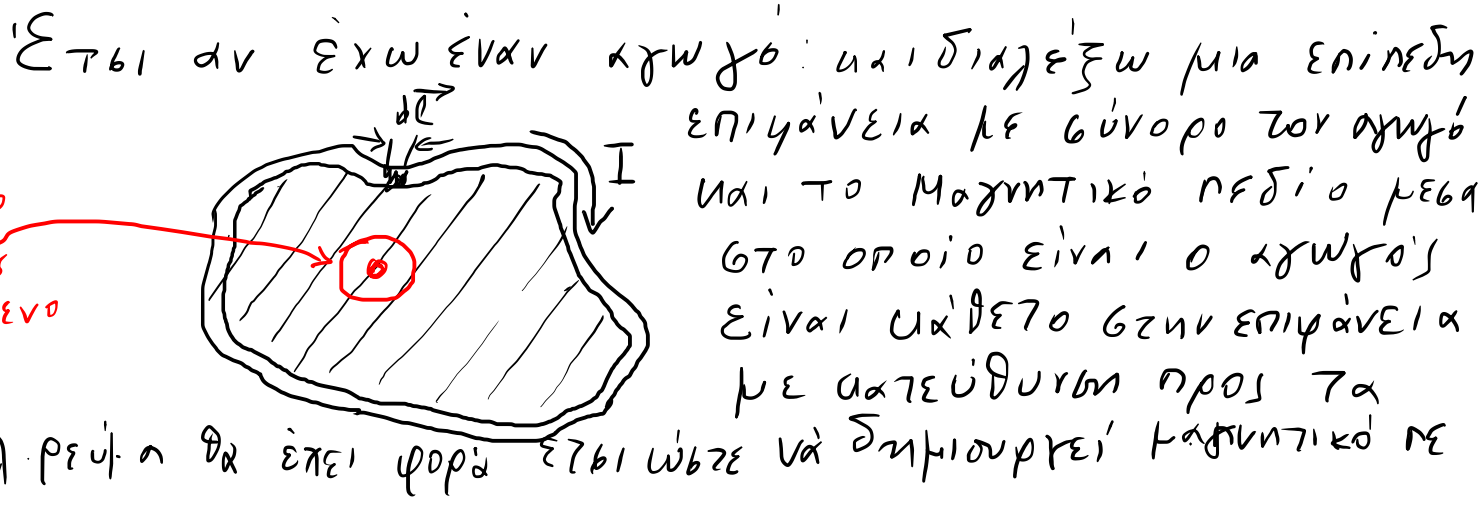
Επομένως συζητήθηκε να χρησιμοποιηθεί την ιδέα της μαγνητικής ροής (ροής του μαγνητικού πεδίου) που ορίζεται όπως και η ροή του ηλεκτρικού πεδίου. Δηλ:



Ροή του Μ.Π.:

$$\sum_{i=1}^{N \rightarrow \infty} \vec{B}_i \cdot d\vec{S}_i = \int_{\text{επιφάνεια}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi_{\text{Μ.Π.}}$$

μαγν. πεδίο με κατεύθυνση προς τα έξω και αυξανόμενο



Δίνω προς τα μέσα.

Ο νόμος του Faraday λέει ότι αν πάρουμε στοιχειώδη τμήματα

$d\vec{\ell}$ του αγωγού, το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} μέσα στον αγωγό πολλαπλασιάζεται με εσωτερικό γινόμενο με το $d\vec{\ell}$ γι' αυτός ο γινόμενο του αγωγού και αθροίζω για όλα τα $d\vec{\ell}$ δηλ. το

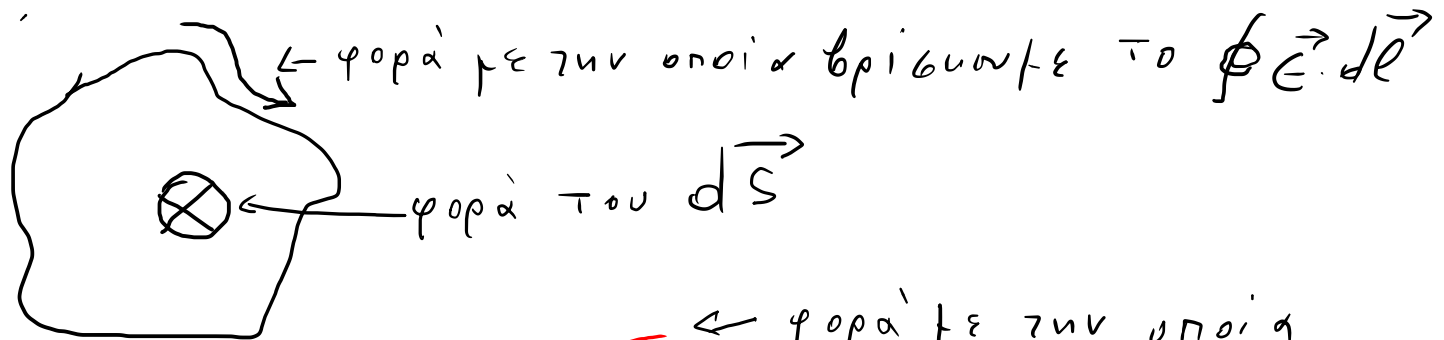
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d\Phi_{\text{μπ}}}{dt} \quad \text{όπου} \quad \Phi_{\text{μπ}} = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

πάνω στον ηχείο βρόχο άνοιξη επιφάνεια με όριο τον αγωγό

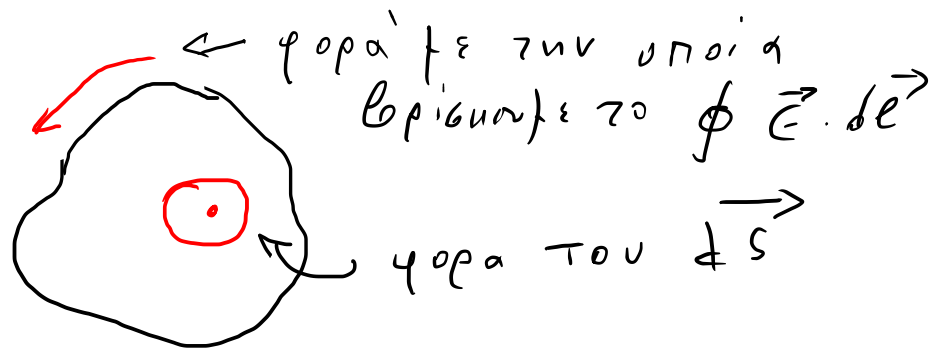
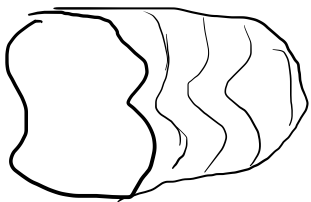
Το - μπαίνει για να υποδηλώσει τον νόμο του LENZ, δηλαδή για να βρούμε σωστά την φορά του ρεύματος, που ταυτίζεται με την φορά του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E}

Όταν χρησιμοποιούμε τον νόμο Faraday δεν έχουμε κάποια προτιμώμενη φορά του $d\vec{S}$. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούμε την παρακάτω σύμβαση:

Αν υπολογίζουμε το $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ διατρέχοντας τον αγωγό σύμφωνα με την φορά των δεικτών του ρολογιού τότε το $d\vec{S}$ θα έχει φορά προς τα μέσα:



Η επιφάνεια δεν είναι άραχη να είναι επίπεδη:



Η ηλεκτρική δύναμη $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Αυτό το $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{επαχόμενο}} \cdot R_{\text{αγωγού}}$ ονομάζεται

«Ηλεκτρεγερτική δύναμη», όπως και η τάση της μπαταρίας

Επομένως Νόμος Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

επάνω στον
μικρότερο βρόχο
που είναι σύνορο
μιας ανοικτής
επιφάνειας

Ρυθμός μεταβολής της
ροής Μ.Π. μέσα από
την ανοικτή επιφάνεια

4η εξίσωση
Maxwell

Τώρα πιά το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι conservative

Θυμάστε ότι γράφαμε για την διαφορά δυναμικού ότι

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

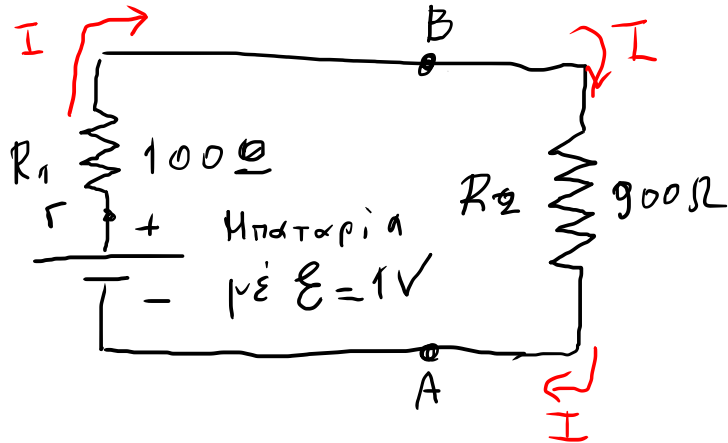
και ότι δεν εξαρτάται από την διαδρομή που θα πάρουμε για να πάμε από το Α στο Β.

Στην περίπτωση που έχουμε μεταβαλλόμενο μαγν. πεδίο

το $\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$ εξαρτάται από το πώς πάμε από το Α στο Β.

Ας το δούμε με ένα παράδειγμα:

Έχουμε το κύκλωμα:

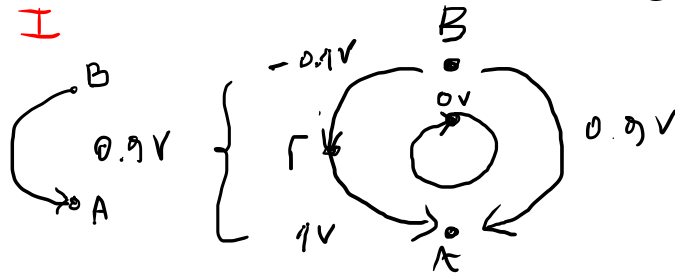


$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{1V}{100\Omega + 900\Omega} = 1mA$$

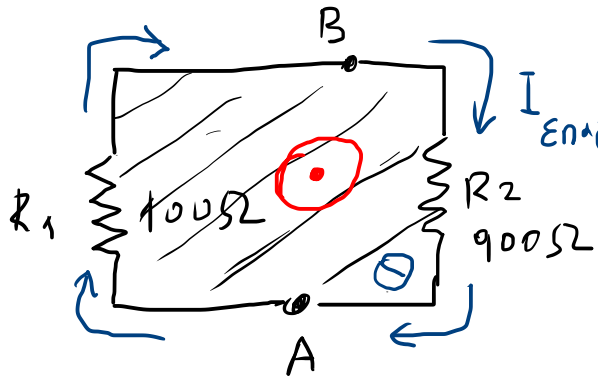
$$V_B - V_A = I \cdot R_2 = 1mA \cdot 900\Omega = 0.9V$$

$$V_B - V_A = (V_B - V_r) + (V_r - V_A) = -0.1V + 1V = 0.9V$$

$$V_r - V_B = I \cdot R_1 = 0.1V$$



Τώρα βγάινουμε την μπαταρία και βάζουμε το κύκλωμα μέσα σε μαγνητικό πεδίο που έχει φορά προς τα έξω και αυξάνεται με συνάρτηση με τον χρόνο.



Σύμφωνα με τον κανόνα Lenz και με βάση τον νόμο Faraday ότι κύκλωμα θα έχει ένα ρεύμα εξ επαγωγής (δηλ. Ηγ. πεδίο) που θα δημιουργεί μαγν. πεδίο που θα αντισταθμίσει τη αύξηση του Μ.Π. μέσα στο οποίο είναι το κύκλωμα.

Η ροή του μαγν. πεδίου που αυξάνεται με τον χρόνο $\frac{d\Phi_{\text{μπ}}}{dt}$ έστω ότι έχει

τιμή ίση με 1 V μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Το $\frac{d\Phi_{\text{μπ}}}{dt}$ έχει μονάδες $\frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$, αλλά επειδή $\left| \frac{d\Phi_{\text{μπ}}}{dt} \right| = \left| \int \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \right|$ θα έχει και μονάδες Volt, γιατί το $\int \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ έχει μονάδες Volt

Αφού $\frac{d\Phi_{\text{μπ}}}{dt} = 1 \text{ V}$ τότε το $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 1 \text{ V}$ άρα $I = \frac{1 \text{ V}}{\epsilon_{\text{επαγ}} R_1 + R_2} = \frac{1 \text{ V}}{100\Omega + 900\Omega} = 1 \text{ mA}$

Επομένως

$$I_{\text{εναγ}} \cdot R_2 = V_B - V_A = 1 \text{ mA} \cdot 300 \Omega = 0.3 \text{ V}$$

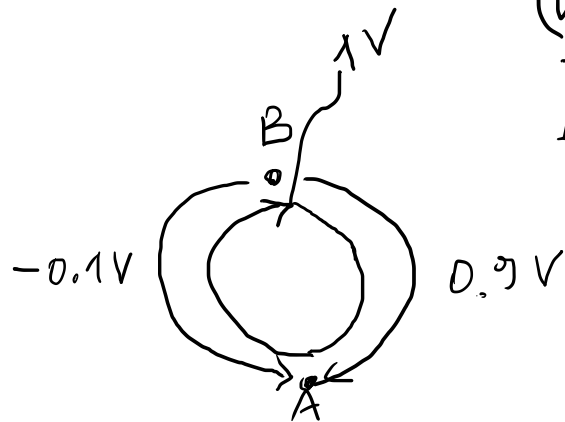
Επίσης

$$I_{\text{εναγ}} \cdot R_1 = V_A - V_B = 1 \text{ mA} \cdot 100 \Omega = 0.1 \text{ V} \quad \text{αρκ}$$

$$V_B - V_A = -0.1 \text{ V}$$

$$\underbrace{(V_B - V_A)} + (V_A - V_B) = V_B - V_B = \text{~~0~~ } 1 \text{ V} \quad !!!$$

$$I_{\text{εναγ}} R_2 + I_{\text{εναγ}} R_1$$



Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να τροποποιήσουμε τον ορισμό του δυναμικού:

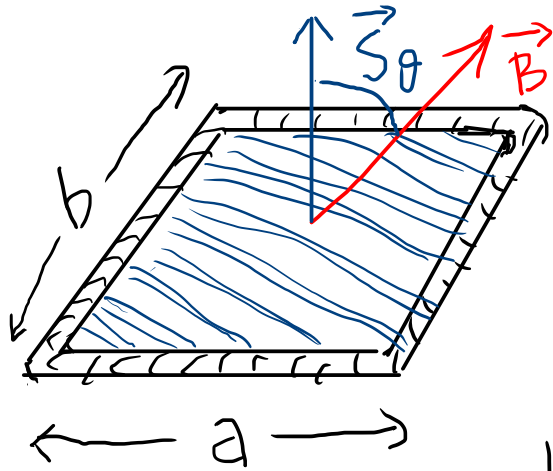
Έχουμε βγάλει την σχέση $\vec{E} = -\nabla V$ ($E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ κ.λπ.)

Αντικαθιστούμε με την $\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$. Το \vec{A}

λέγεται διανυσματικό δυναμικό του μαγν. πεδίου. Όταν $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$, δηλ. όταν δεν έχουμε χρονικά μεταβαλλόμενο Μ.Π.

τότε $\vec{E} = -\nabla V$, όπως έχουμε πει. Δεν θα εμβαθύνουμε περαιτέρω...

Μερικές εφαρμογές του Νόμου Faraday



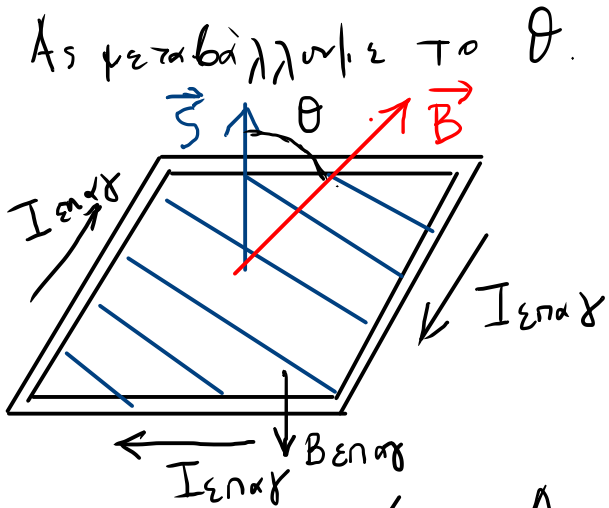
Έστω ένας βρόχος από σύρμα που είναι το σύνορο της επιπέδης επιφάνειας \equiv . Ο βρόχος έχει διαστάσεις a και b άρα εμβαδόν $a \cdot b$ και μπαίνει μέσα σε ομογενές μαγν. πεδίο \vec{B} . Διαχίτω διεύθυνση για το διάνυσμα του εμβαδού προς τα πάνω

Η ροή του μαγν. πεδίου είναι $\int_{\text{επιπέδης επιφάνειας}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Επειδή το

\vec{B} είναι ομογενές, το ολοκλήρωμα είναι $\Phi_{\text{μη}} = B \underbrace{ab}_{\text{εμβαδόν}} \sin\theta$

Νόμος Faraday: $\mathcal{E} = \oint_{\text{στον αγωγό}} \vec{E} d\vec{\ell} = - \frac{d\Phi_{\text{μη}}}{dt}$. Το $\Phi_{\text{μη}}$ μπορεί να μεταβάλλεται

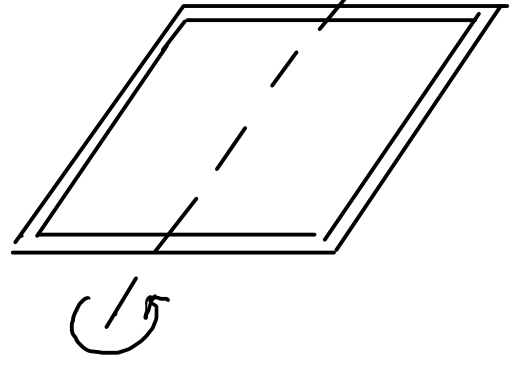
σε συνάρτηση με τον χρόνο με πολλούς τρόπους. Μπορεί να μεταβάλλεται το B δηλ. $B = B(t)$, το εμβαδόν $ab = A(t)$, το $\theta = \theta(t)$ ή μπορεί να μεταβάλλονται και συνδυασμοί τους.



Αν $\theta = \omega t$ όπου $\omega = \frac{2\pi}{\text{περίοδος}}$ τότε

Το $\Phi = B \cdot A \cdot \cos(\omega t)$ (ΜΠ σε τετραγων) δίνει $\frac{d\Phi_{ΜΠ}}{dt} = -\omega B A \eta \mu(\omega t)$

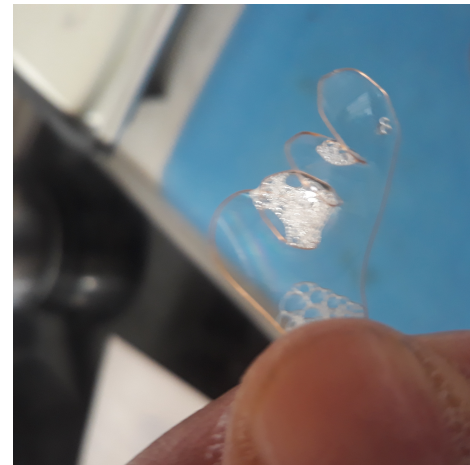
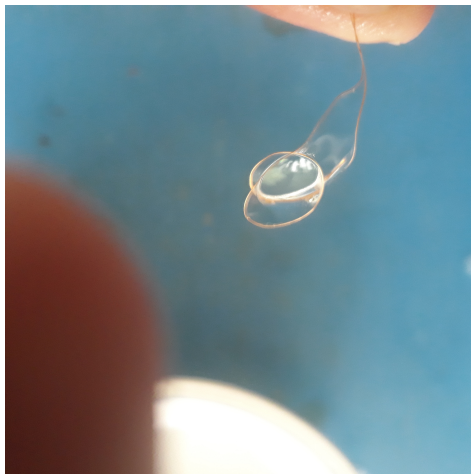
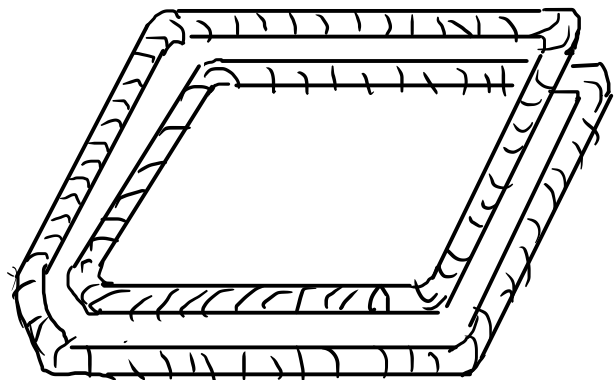
και $-\frac{d\Phi_{ΜΠ}}{dt} = \omega B A \eta \mu(\omega t) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \mathcal{E}(t)$



Το ρεύμα $I(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R}$
 αρ. $I(t) = \frac{\omega B A}{R} \eta \mu(\omega t)$ ενάλληλοβόλινο

όπου R η αντίσταση του βρόχου (π.χ. ο βρόχος έχει χάλυβα κ.λπ.)

Έστω ότι έχουμε έναν υγρό βρόχο με δύο τυλίγματα: Είναι υποχρεωτικό ο υγρός βρόχος να είναι το όριο μιας ανοικτής επιφάνειας.



Η $\Phi_{μη}$ δίνει διηλεκτρικά $\Phi = 2BA \cos(\omega t)$ και διηλεκτρικό και το $\frac{d\Phi_{μη}}{dt}$, διηλεκτρικό και το ρεύμα. Προφανώς με N τυλίγματα του βρόχου θα έχουμε $\mathcal{E}(t) = N\omega A \eta \mu(\omega t)$: Επειδ ουθενούν οι γεννήτριες του αναγωγικού ηλεκτρικού ρεύματος