

Άσκηση 1

Να δείξετε ότι το ρεύμα μετατόπισης (διορθωμένος νόμος του Ampere) σε έναν πυκνωτή δίνεται και από την σχέση

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (C \text{ n χωρητικότητα, } V \text{ n τάση ανάμεσα στους οπλισμούς})$$

Λύση: Το ρεύμα μετατόπισης είναι $I = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ (1). Το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι ομογενές και ενοφένως $\Phi_E = \int E \cdot dS = E \cdot \int dS = E \cdot A$, όπου A το εμβαδόν του οπλισμού

Επομένως $\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{dE}{dt} \cdot A$. Επειδή $E = \frac{V}{d}$, με d την απόσταση ανάμεσα

στους οπλισμούς, προκύπτει ότι $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{d} \frac{dV}{dt}$. Αντικαθιστώντας στην (1)

έχουμε: $I = \epsilon_0 \frac{1}{d} \frac{dV}{dt} \cdot A = \epsilon_0 \frac{A}{d} \cdot \frac{dV}{dt}$. $\epsilon_0 \frac{A}{d}$ είναι η χωρητικότητα

άρα $I = C \frac{dV}{dt}$.

Άσκηση 2: Το ρεύμα φόρτισης ενός πυκνωτή είναι 2.8 A. Ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής του Ηλ. πεδίου ανάμεσα στους οπλισμούς που είναι τετράγωνοι με πλευρά 1.6 cm;

Λύση $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ άρα $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{d\sigma}{dt}$ $\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{1}{A} = \frac{I}{A}$, A εμβαδόν οπλισμών

Άρα $\frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \cdot \frac{I}{A} = \frac{1}{8.857 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}} \cdot \frac{2.8 \frac{C}{s}}{(1.6)^2 \cdot 10^{-4} m^2} = 1.2 \cdot 10^{15} \frac{N}{C \cdot s}$

Άσκηση 1

Να δείξετε ότι το ρεύμα μετατόπισης (διορθωμένος νόμος του Ampere) σε έναν πυκνωτή δίνεται και από την σχέση

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (C \text{ n χωρητικό mτκ, } V \text{ n τάση ανάμεσα στους οπλισμούς})$$

Λύση: Το ρεύμα μετατόπισης είναι $I = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ (1). Το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι ομογενές και ενοφένως $\Phi_E = \int E \cdot dS = E \cdot \int dS = E \cdot A$, όπου A το εμβαδόν του οπλισμού

Επομένως $\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{dE}{dt} \cdot A$. Επειδή $E = \frac{V}{d}$, με d την απόσταση ανάμεσα

στους οπλισμούς, προκύπτει ότι $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{d} \frac{dV}{dt}$. Αντικαθιστώντας στην (1)

έχουμε: $I = \epsilon_0 \frac{1}{d} \frac{dV}{dt} \cdot A = \epsilon_0 \frac{A}{d} \cdot \frac{dV}{dt}$. $\epsilon_0 \frac{A}{d}$ είναι η χωρητικότητα

άρα $I = C \frac{dV}{dt}$.

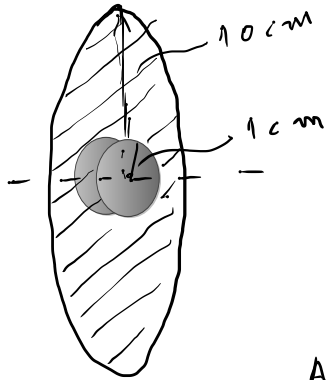
Άσκηση 2: Το ρεύμα φόρτισης ενός πυκνωτή είναι 2.8 A. Ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής του Ηλ. πεδίου ανάμεσα στους οπλισμούς που είναι τετράγωνοι με πλευρά 1.6 cm;

Λύση $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ άρα $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{d\sigma}{dt}$ $\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = \frac{dQ}{dt} = \frac{I}{A}$, A εμβαδόν οπλισμών

Άρα $\frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \cdot \frac{I}{A} = \frac{1}{8.857 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}} \cdot \frac{2.8 \frac{C}{s}}{(1.6)^2 \cdot 10^{-4} m^2} = 1.2 \cdot 10^{15} \frac{N}{C \cdot s}$

Άσκηση 3

Ένας πυκνωτής χωρητικότητας 1500 nF έχει κυκλικές παράλληλες πλάκες διαμέτρου $d=2\text{ cm}$ και συσσωρεύει φορτίο με ρυθμό 38 mC/s. Ποιό είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που επάγεται σε ακτινική απόσταση 10 cm από το κέντρο των πλακών;



Λύση: $Q = CV \Rightarrow I_{\text{μετατόνισης}} = \frac{dQ}{dt}$

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{μετατόνισης}}$$

(Νόμος Faraday)

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B 2\pi r, \quad r = 10\text{ cm} \quad \text{επομένως: } B 2\pi r = \mu_0 \frac{dQ}{dt} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dQ}{dt}$$

Αντιμεθετώντας έχω:

$$\begin{aligned} B &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}}{2\pi \text{ A}} \cdot \frac{1}{0.1 \text{ m}} \cdot 38 \cdot 10^{-3} \text{ A} = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 38 \cdot 10^{-3} \text{ T} = \\ &= 76 \cdot 10^{-9} \text{ T} = 76 \text{ nT} \end{aligned}$$

Όταν ο πυκνωτής φορτιστεί πόσο θα είναι το μαγνητικό πεδίο; Όταν ο πυκνωτής φορτιστεί το ρεύμα φόρτισης γίνεται 0, επομένως και το μαγνητικό πεδίο μηδενίζεται

Άσκηση 4

(i) Αν το ηλεκτρικό πεδίο σε ένα Ηλεκτρομαγνητικό (H-M) κύμα στο κενό έχει πλάτος $0.57 \times 10^{-4} \text{ V/m}$, ποιά είναι το πλάτος του μαγνητικού πεδίου

(ii) Αν το H-M κύμα διαδίδεται στον κενό χώρο προς τον $-y$ άξονα, και το μαγνητικό πεδίο έχει πλάτος $7.75 \times 10^{-9} \text{ T}$ με φορά προς τον $+x$ άξονα με συχνότητα 80 kHz , βρείτε το πλάτος, την συχνότητα και την φορά του Ηλεκτρικού πεδίου

Λύση: (i) Η σχέση ανάμεσα στο πλάτος του E και του B είναι

$$B_0 = \frac{E_0}{c} \quad \text{αρα} \quad B_0 = \frac{0.57 \cdot 10^{-4} \text{ V/m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0.19 \cdot 10^{-12} \text{ T}$$

(ii) Το μ.π. είναι $\vec{B} = \hat{i} B_0 \cos(ky + \omega t)$ με $B_0 = 7.75 \cdot 10^{-9} \text{ T}$

$$\text{και} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot 80 \cdot 10^3 \frac{\text{rad/s}}{\text{m/s}}}{3 \cdot 10^8} = 167,55 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$\text{Το πλάτος του ηλ. πεδίου είναι} \quad E_0 = B_0 c = 7,75 \cdot 10^{-9} \text{ T} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 23,25 \cdot 10^{-1} \frac{\text{N}}{\text{C}} \left(\text{ή} \frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$$

Το ω και το k είναι ίδια.

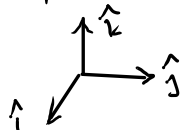
Η φορά των πεδίου είναι τέτοια ώστε να είναι κάθετο στην

φορά διάδοσης ($-y$) και στο μ.π ($+x$) επομένως θα είναι στον

z -άξονα. Το διάνυσμα Poynting που δίνει την ισχύ και φορά εμφάνισης

που διαδίδεται ή το H-M κύμα είναι $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B}$ και πυκνώνει προς τον $-y$ άξονα

άρα $S = -S \hat{j}$ $\vec{B} = B \hat{i}$ επομένως το $\vec{E} = -E \hat{k}$ γιατί $-\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{j}$
 άρα $\vec{E} = -\hat{k} E_0 \cos(ky + \omega t)$



Ασκηση 5

Ποιά είναι η μέση αποδιδόμενη ισχύς του ήλιου δεδομένου ότι 1350 W/m^2 φτάνουν στα ανώτερα στρώματα της επιφάνειας της γης και η μέση απόσταση γης ήλιου είναι $150 \times 10^9 \text{ m}$;

Λύση: Η ισχύς/επιφάνεια που αποδίδει ο ήλιος σε απόσταση $150 \times 10^9 \text{ m}$ είναι 1350 W/m^2 , άρα η συνολική ισχύς βρίσκεται αν πολλαπλασιάσω το 1350 W/m^2 με την επιφάνεια σφαιρικής αυτίνας $150 \times 10^9 \text{ m}$ διαμ. $P_{\text{ηλιου}} = 1350 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 4\pi \cdot 150^2 \cdot 10^{18} \text{ m}^2 = 381703507,4 \cdot 10^{18} \text{ W} =$
 $\approx 381,7 \times 10^{24} \text{ W}$

Ασκηση 6: Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα το ηλεκτρικό πεδίο είναι $E = 225 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \eta\mu(0,077 \frac{\text{rad}}{\text{m}} z - 2,3 \cdot 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} t)$ Να βρείτε το μήκος κύματος, την συχνότητα και το μαγνητικό πεδίο.

Λύση: Το μήκος κύματος λ το βρίσκουμε από την $\lambda \cdot f = c \Leftrightarrow \lambda = \frac{c}{f}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2,3 \cdot 10^7}{2 \cdot \pi} \text{ Hz} = 0,366 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ άρα $\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,366 \cdot 10^7 \text{ 1/s}} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \lambda = 81,95 \text{ m}$. Το μ.π. έχει πλάτος $B_0 = \frac{E_0}{c}$, δηλ.
 $B_0 = \frac{225 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 75 \cdot 10^{-8} \text{ T}$ έτσι $B = 75 \cdot 10^{-8} \text{ T} \cdot \eta\mu(0,077 \frac{\text{rad}}{\text{m}} z - 2,3 \cdot 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} t)$

Τα \vec{E} και \vec{B} είναι κάθετα μεταξύ τους και βρίσκονται στο $x-y$ επίπεδο.

Άσκηση 7

Ένα σφαιρικά διαδιδόμενο Η-Μ κύμα προέρχεται από πηγή ισχύος 1500 W. Σε απόσταση 5 m πόση είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου;

Λύση Σε απόσταση 5 m η ισχύς/επιφάνεια είναι $\frac{1500 \text{ W}}{4\pi r^2}$, $r = 5 \text{ m}$

η ισχύς/επιφάνεια είναι η μέση τιμή του διανύσματος Poynting με μικρή περίοδο και είναι $\langle S \rangle = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\mu_0 c}$ $S_{\text{avg}} \cdot \delta A$:

$$\frac{1500 \text{ W}}{4\pi r^2} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \quad \text{Αντικαθιστώ και τα υπόλοιπα μεγέθη με}$$

Τις τιμές τους :

$$\frac{1500 \text{ W}}{4\pi 25 \text{ m}^2} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow$$

$$E_0^2 = \frac{2 \cdot 1500}{25} \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8 \left(\frac{\text{V}}{\text{m}}\right)^2 \left(\text{η } \frac{\text{N}^2}{\text{C}^2}\right)$$

$$\text{άρα } E_0 = \left(\frac{90000}{25}\right)^{1/2} \frac{\text{V}}{\text{m}} = 60 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Coulomb