



**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΑΕΡΟΔΙΑΣΤΗΜΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ &
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

ΑΕΡΟ 101

ΔΙΑΛΕΞΗ Νο. 8

ΠΥΡΑΥΛΟΙ, ΑΔΟ, Ειδική Ώθηση

28.11.23

Καθ. Β. Λάππας

Email: valappas@aerospace.uoa.gr



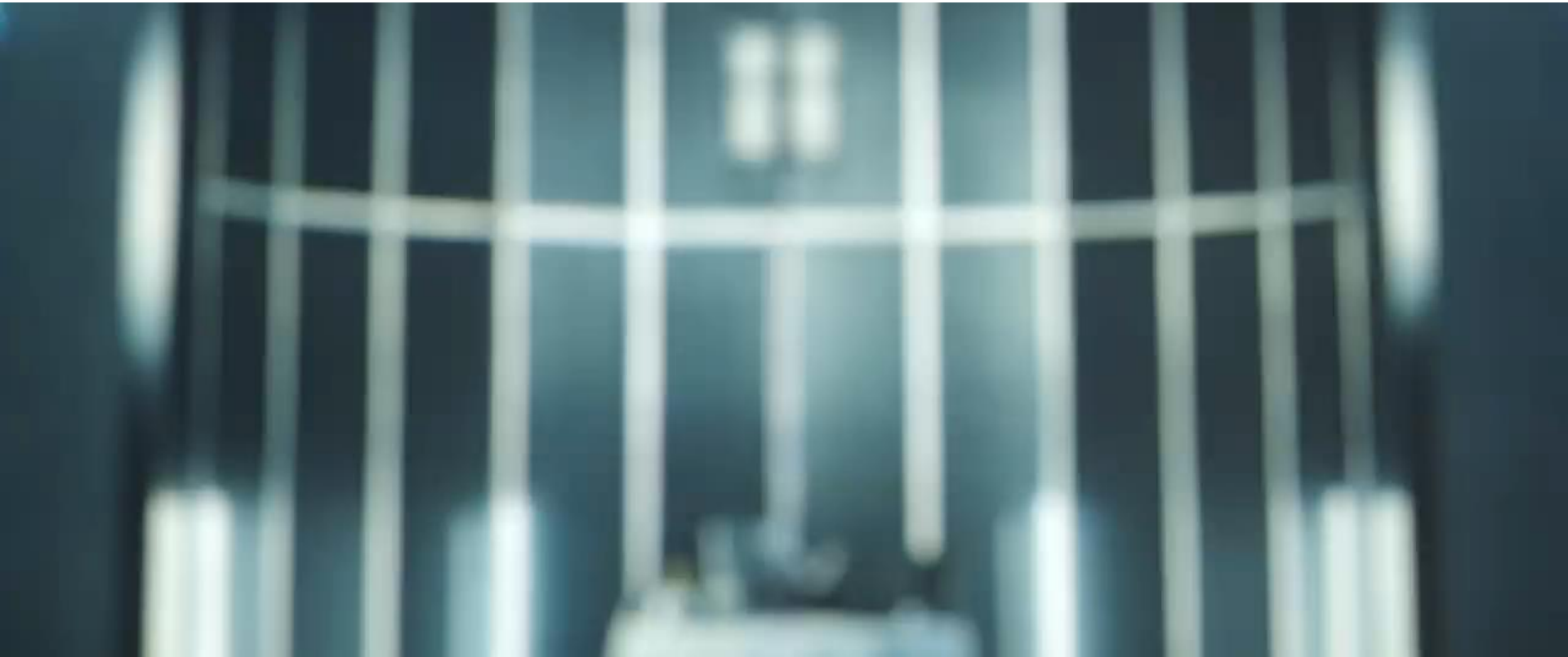
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —



RocketLab Neuron



<https://www.youtube.com/watch?v=7kwAPr5G6WA>



Αρχή Λειτουργίας Πυραύλου Ειδική Ώθηση

Η ώση F υπολογιζόμενη από την εφαρμογή της Αρχής Διατήρησης της Ορμής για τον πυραυλικό κινητήρα του Σχήματος 1, δίνεται από τη Σχέση 1 [2-4]:

$$F = qV_e + (P_e - P_a)A_e \quad (1)$$

όπου q είναι ο ρυθμός ροής μάζας των καυσαερίων στην έξοδο, P_a η πίεση της ατμόσφαιρας εξωτερικά του θαλάμου, P_e η πίεση των καυσαερίων, A_e το εμβαδόν διατομής στην έξοδο του ακροφύσιου και V_e η ταχύτητα εξόδου των καυσαερίων. Όπως είναι φανερό, η μέγιστη παραγόμενη ώση προκύπτει όταν η πίεση των καυσαερίων είναι ίση με την πίεση της ατμόσφαιρας εξωτερικά του θαλάμου ($P_e = P_a$).

Αντίστοιχο χρήσιμο μέγεθος της ώσης είναι η *ειδική ώθηση* (specific impulse) I_{sp} ενός πυραυλικού συστήματος, η οποία ορίζεται από τη Σχέση 2 ως ο λόγος της ώσης δια τον ρυθμό ροής του εξερχόμενου βάρους των καυσαερίων [3]:

$$I_{sp} = \frac{F}{qg_o} \quad (2)$$

όπου F η ώση, q είναι ο ρυθμός ροής μάζας των καυσαερίων στην έξοδο, και g_o η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας (9.80665 m/s^2).

Ρυθμός ροής μάζας (κατανάλωση καυσίμου) q ή dm/dt ή \dot{m}



Αρχή Λειτουργίας Πυραύλου Ειδική Ώθηση

- **Η ειδική ώθηση έχει διαστάσεις χρόνου και εκφράζεται σε μονάδες s.**
- Εάν η ώση και ο ρυθμός ροής του εξερχόμενου βάρους των καυσαερίων παραμένουν σταθερές καθ' όλη την διάρκεια της καύσης του προωθητικού, **η ειδική ώθηση αντιστοιχεί στον χρόνο για τον οποίο ο πυραυλικός κινητήρας παρέχει ώση ίση με το βάρος του προωθητικού που καταναλώνει**
- Για δεδομένο κινητήρα, η ειδική ώθηση έχει διαφορετική τιμή στην επιφάνεια της θάλασσας στη Γη από ότι στο κενό στο Διάστημα, μιας και η πίεση της ατμόσφαιρας που χρησιμοποιείται στον ορισμό της ώσης λαμβάνει εντελώς διαφορετική τιμή στις δύο αυτές καταστάσεις
- Λόγω των απωλειών που εμφανίζονται σε κάθε πυραυλικός κινητήρα (μη αποτελεσματική καύση του προωθητικού, θερμικές απώλειες του ακροφύσιου, μηχανικές απώλειες των αντλητικών συστημάτων κλπ), οι πραγματικές τιμές της ειδικής ώθησης διαφέρουν από τις θεωρητικά υπολογιζόμενες σε ιδανικά ακροφύσια.



Χαρακτηριστική ταχύτητα εξόδου των καυσαερίων

- Τέλος ένα ακόμα χρήσιμο μέγεθος για την αποτίμηση της απόδοσης ενός πυραυλικού κινητήρα είναι η *χαρακτηριστική ταχύτητα εξόδου των καυσαερίων* (characteristic exhaust velocity), C^* (ή V_{exit}), η οποία είναι μέτρο της διαθέσιμης ενέργειας από την καύση του προωθητικού, η οποία δίνεται στη Σχέση 3:

$$C^* = \frac{P_c A_t}{q} \quad (3)$$

- όπου P_c είναι η πίεση στο εσωτερικό του θαλάμου καύσης και A_t το εμβαδόν διατομής στο σημείο στένωσης (λαιμός) του ακροφύσιου, q ρυθμός ροής του εξερχόμενου βάρους των καυσαερίων.
- Ένα συνηθισμένο εύρος μετρούμενων τιμών για την χαρακτηριστική ταχύτητα εξόδου των καυσαερίων C^* αναλόγως του χρησιμοποιούμενου προωθητικού μεταξύ 1333 m/s για την υδραζίνη ως μονοπρωθητικό και 2360 m/s για κρυογενικό μίγμα υδρογόνου/οξυγόνου.



Κρίσιμα Μεγέθη - Πύραυλοι

- Ώση (Thrust),

$$F = \dot{m}C \quad \text{ή} \quad F = \dot{m} V_{EKT}$$

- Ειδική Ώθηση

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{m}g} = \frac{C}{g}$$

- Ταχύτητα

$$\Delta V = C \ln \left(\frac{m_{initial}}{m_{final}} \right)$$



Εξίσωση TsiolkovskY/Rocket Equation

$m_{initial}, m_{αρχικη}, m_o$ = Αρχική μάζα πυραύλου πριν την πυροδότηση

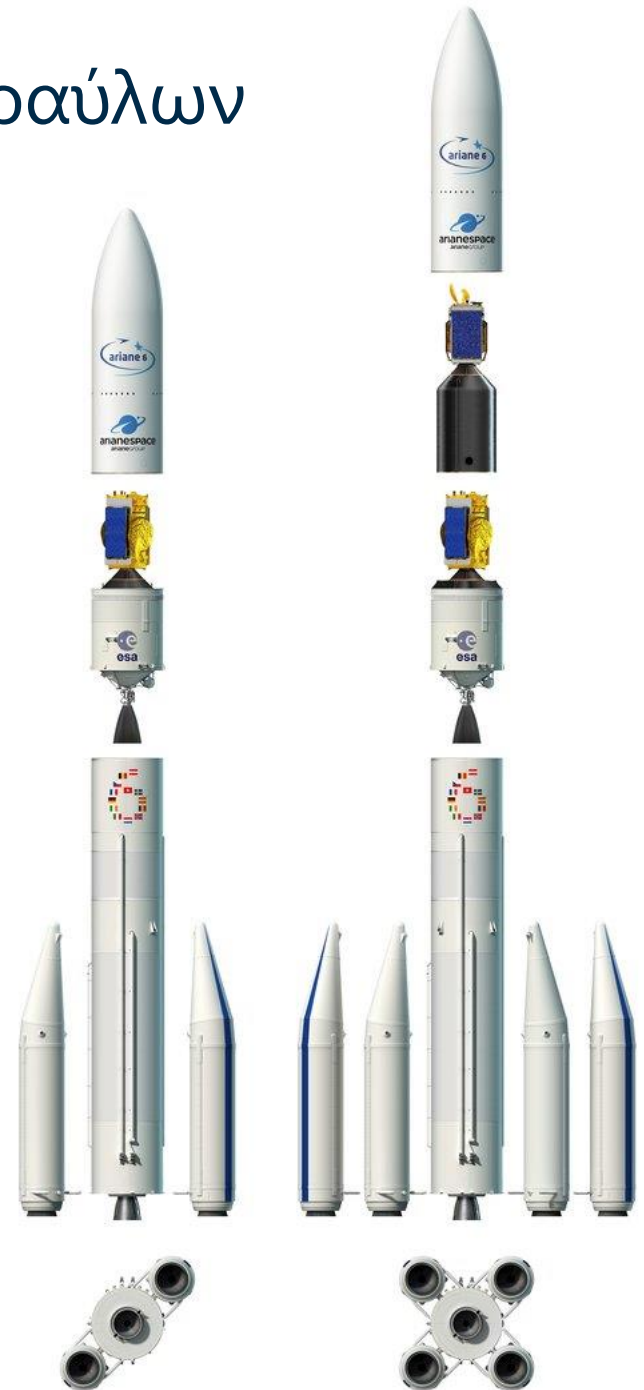
$m_{final} m_{τελικη}, m_{τ}$ = Τελική μάζα πυραύλου μετά την πυροδότηση



Στάδια Πυραύλων

- Μείωση βάρους/μάζας
- Αύξηση ταχύτητας
- Πως υπολογίζουμε την συνολική ταχύτητα του πυραύλου με πολλαπλά στάδια;

$$\Delta V = C \ln \left(\frac{m_{initial}}{m_{final}} \right)$$





Στάδια Πυραύλων

- Κάθε στάδιο έχει αρχική/τελική μάζα $\Delta V = I_{sp} g_0 \ln \left(\frac{m_{initial}}{m_{final}} \right)$
- Το I_{sp} για κάθε στάδιο μπορεί να διαφέρει
- Συνολικό ΔV : άθροισμα του ΔV του κάθε σταδίου

$$\Delta V_{total} = \Delta V_{stage 1} + \Delta V_{stage 2} + \dots + \Delta V_{stage n}$$

$$\Delta V_{total} = I_{sp \text{ stage 1}} g_0 \ln \left(\frac{m_{initial \text{ stage 1}}}{m_{final \text{ stage 1}}} \right)$$

$$+ I_{sp \text{ stage 2}} g_0 \ln \left(\frac{m_{initial \text{ stage 2}}}{m_{final \text{ stage 2}}} \right) + \dots$$

$$+ I_{sp \text{ stage n}} g_0 \ln \left(\frac{m_{initial \text{ stage n}}}{m_{final \text{ stage n}}} \right)$$



Στάδια Πυραύλων

- Τι χρησιμοποιούμε για αρχική και τελική μάζα των σταδίων ενός πυραύλου:
- Αρχική μάζα: συνολική μάζα (βάρος) πριν την εκτόξευση
- Τελική μάζα; Η αρχική μάζα κάθε σταδίου (συμπεριλαμβανομένου των επόμενων σταδίων) μείον την μάζα των καυσίμων που έχουν καταναλωθεί στο συγκεκριμένο στάδιο (π.χ. στάδιο 1):

$$m_{\text{final stage 1}} = m_{\text{initial vehicle}} - m_{\text{propellant stage 1}}$$

- Στάδιο 2, 3:

$$m_{\text{initial stage 2}} = m_{\text{final stage 1}} - m_{\text{structure stage 1}}$$

$$m_{\text{final stage 2}} = m_{\text{initial stage 2}} - m_{\text{propellant stage 2}}$$



Πλεονεκτήματα/Μειονεκτήματα

- Πλεονεκτήματα:
 - Αύξηση φορτίου σε τροχιά για το ίδιο μέγεθος πυραύλου
 - Αύξηση ταχύτητας με το ίδιο μέγεθος πυραύλου
 - Μείωση της απόδοσης (I_{sp}) για την μεταφορά φορτίων σε τροχιά
- Μειονεκτήματα
 - Αύξηση πολυπλοκότητας (μηχανών, μηχανισμών)
 - Μείωση της αξιοπιστίας του συστήματος (μεγαλύτερος αριθμός μηχανών κλπ)
 - Αύξηση κόστους
- Πόσα στάδια πρέπει να έχει ένας πύραυλος;;;



Παράδειγμα - Άσκηση

- Ένας πύραυλος 2 σταδίων έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά: 1^ο στάδιο – μάζα καυσίμων 120,000kg, μάζα δομής 9,000kg, 2^ο στάδιο - μάζα καυσίμων 30,000kg, μάζα δομής 3,000kg και μάζα φορτίου 3,000 kg. Η ειδική ώθηση 1^{ου} και 2^{ου} σταδίου είναι 260s και 320s αντίστοιχα. Βρείτε την ταχύτητα του πυραύλου ΔV.



Παράδειγμα – Άσκηση - Δεδομένα

$$M_{o_1} = 120,000 + 9,000 + 30,000 + 3,000 + 3,000 = 165,000 \text{ kg}$$

$$M_{f_1} = 9,000 + 30,000 + 3,000 + 3,000 = 45,000 \text{ kg}$$

$$I_{sp_1} = 260 \text{ s}$$

$$M_{o_2} = 30,000 + 3,000 + 3,000 = 36,000 \text{ kg}$$

$$M_{f_2} = 3,000 + 3,000 = 6,000 \text{ kg}$$

$$I_{sp_2} = 320 \text{ s}$$



Παράδειγμα – Άσκηση – Υπολογισμός Χαρακτηριστικής Ταχύτητας C

$$C_1 = I_{sp1}g$$

$$C_1 = 260 \times 9.80665 = 2,550 \text{ m/s}$$

$$C_2 = I_{sp2}g$$

$$C_2 = 320 \times 9.80665 = 3,138 \text{ m/s}$$



Παράδειγμα – Άσκηση – Υπολογισμός Ταχύτητας Πυραύλου ΔV

$$\Delta V_1 = C_1 \times \text{LN}[M_{o1} / M_{f1}]$$

$$\Delta V_1 = 2,550 \times \text{LN}[165,000 / 45,000]$$

$$\Delta V_1 = 3,313 \text{ m/s}$$

$$\Delta V_2 = C_2 \times \text{LN}[M_{o2} / M_{f2}]$$

$$\Delta V_2 = 3,138 \times \text{LN}[36,000 / 6,000]$$

$$\Delta V_2 = 5,623 \text{ m/s}$$

$$\Delta V_{\text{Total}} = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\Delta V_{\text{Total}} = 3,313 + 5,623$$

$$\Delta V_{\text{Total}} = 8,936 \text{ m/s}$$



Άσκηση 2

Ένας πύραυλος ενός σταδίου είναι σε τροχιά με ταχύτητα 7.91 km/s . Υπολογίστε την μάζα των καυσίμων που χρειάζεται για να εκτοξεύσει έναν μικροδορυφόρο των 50 kg αν ο κινητήρας του εκτοξεύει καυσαέρια με ταχύτητα 3000 km/s



Λύση

$$v = u \ln \frac{m_0}{m} \quad u = 3000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad m_0 = m + m_p$$

$$v = u \ln \frac{m + m_p}{m}, \Rightarrow \frac{v}{u} = \ln \left(1 + \frac{m_p}{m} \right), \Rightarrow 1 + \frac{m_p}{m} = e^{\frac{v}{u}},$$

$$\Rightarrow m_p = m \left(e^{\frac{v}{u}} - 1 \right) = 50 \left(e^{\frac{7910}{3000}} - 1 \right) \approx 50 (13.97 - 1) \approx 700 \text{ [kg]}$$



Άσκηση 3

Υπολογίστε την επιτάχυνση ενός πυραύλου την στιγμή που ο πύραυλος μπαίνει σε τροχιά ($V=7.91$ km/s), αν ο κινητήρας του εκτοξεύει καυσάερια με ταχύτητα 3000 m/s, η μάζα του δορυφόρου είναι 5000 kg και ο ρυθμός κατανάλωσης καυσίμων είναι $\mu=100$ kg/s



Λύση

• Έχουμε

$$\left. \begin{aligned} v &= u \ln \frac{m_0}{m} \\ m(t) &= m_0 - \mu t. \end{aligned} \right\} v(t) = u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}$$

- Παίρνουμε την παράγωγο της ταχύτητας για να βρούμε την επιτάχυνση

$$\frac{dv}{dt} = a(t) = u \frac{1}{\frac{m_0}{m_0 - \mu t}} \cdot \frac{(-m_0)(-\mu)}{(m_0 - \mu t)^2} = \frac{u \cancel{(m_0 - \mu t)} \cancel{m_0} \mu}{\cancel{m_0} (m_0 - \mu t)^2} = \frac{u\mu}{m_0 - \mu t}$$

- Η επιτάχυνση είναι:

$$a = \frac{u\mu}{m_0 - \mu t} = \frac{u\mu}{m} = \frac{3000 \cdot 100}{5000} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 6g.$$

- **Ποια μεγέθη αυξάνουν την επιτάχυνση του πυραύλου;** u , t και μ . Απόδειξη:

- i. Βρίσκω την μερική παράγωγο ως προς το t

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{u\mu}{(m_0 - \mu t)^2} \cdot (-\mu) = \frac{u\mu^2}{(m_0 - \mu t)^2} > 0.$$

- ii. Βρίσκω την μερική παράγωγο ως προς το μ

$$\frac{\partial a}{\partial \mu} = \frac{u(m_0 - \mu t) - u\mu(-t)}{(m_0 - \mu t)^2} = \frac{um_0 - \cancel{u\mu t} + \cancel{u\mu t}}{(m_0 - \mu t)^2} = \frac{um_0}{(m_0 - \mu t)^2} > 0.$$



Ομαδική Εργασία

- Ομαδική εργασία, ομάδες των 4-6, **μετρά για το 20% του βαθμού σας**
- Ερωτήματα:
 - A. Να εξηγήσετε με την βοήθεια της βιβλιογραφίας (με σχήματα) τον τρόπο λειτουργίας ενός πυραυλοκινητήρα με χημικά καύσιμα. Τι καύσιμα χρησιμοποιούν οι πύραυλοι και γιατί; [2 Σελίδες]
 - B. Να παρουσιάσετε με πίνακες, επεξηγήσεις και σχεδιαγράμματα και να κάνετε σύγκριση των διαστημικών πυραύλων Falcon 9, Ariane 6 και Starship [2 Σελίδες]
 - C. Η αγορά του διαστήματος προσεγγίζει τα €350 ΔΙΣ ετησίως, με το ήμισυ περίπου αυτού να αποτελούν δημόσιες επενδύσεις. Να εξηγήσετε γιατί ξοδεύονται μεγάλα ποσά για το Διάστημα και αν αυτό δικαιολογείται από τα οφέλη που προκύπτουν. Να διατυπώσετε, με επιχειρήματα (με πηγές) γιατί πρέπει να συνεχίσουμε να επενδύουμε στο διάστημα [1 Σελίδα]
 - D. Τι είναι το 'New Space'? [1 Σελίδα]

Να υποβάλλεται την εργασία σας **μέσω μηνύματος στο eclass** στις **8/1/24** σε μορφή Word. **Παρουσίαση εργασιών στις 10/1/23** (10')