

ΔΙΑΛΕΞΗ 3η

Στο μάθημα αυτό θα δούμε πως εφαρμόζονται οι ιδιότητες της άλγεβρας Boole, ώστε να απλοποιήσουμε λογικές εκφράσεις, επιλύοντας κάποιες ασκήσεις. Η απλοποίηση λογικών συναρτήσεων είναι πολύ σημαντική διαδικασία για την σχεδίαση λογικών κυκλωμάτων, όπως θα δούμε σε επόμενα μαθήματα.

Παρακάτω δίνονται λυμένες ασκήσεις για εξάσκηση.

Στη συνέχεια οι φοιτητές καλούνται να λύσουν άλλες ασκήσεις μόνοι, στο αρχείο ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες που έχουν μάθει.

Αποδείξτε τις παρακάτω επιφορές Boole, με χρήση των θεωρημάτων, ώστε να ανουλώσουν τον ελάχιστο αριθμό παραγόμενων.

$$\alpha) \quad x y + x y' = x \underbrace{(y + y')}_{\substack{\parallel \\ 1}} = x \cdot \underbrace{1}_{\substack{\uparrow \\ \text{ουδέτερο ως AND}}} = x$$

$$\beta) \quad (x+y)(x+y') = \underbrace{x \cdot x}_{\parallel x} + \underbrace{x y' + x y}_{\parallel 0} + \underbrace{y y'}_{\parallel 1} = x + x(y+y') + 0 = x + x \cdot \underbrace{1}_{\substack{\uparrow \\ \text{ουδέτερο ως OR} \\ \text{ως OR}}} = x + x = x$$

$$\gamma) \quad x' y z + x z = z(x' y + x) = z \underbrace{(x' + x)}_{\substack{\parallel 1 \\ \text{Αξίωμα 4β.} \\ \text{Επιμεριστική.}}} = z(x+y) = x z + y z$$

$$\delta) \quad x y z + x' y + x y z' = x y \underbrace{(z + z')}_{\parallel 1} + x' y = x \cdot y \cdot 1 + x' y = x y + x' y = \underbrace{y(x + x')}_{\parallel 1} = y$$

$$\epsilon) \quad (x+y) \cdot (x'+y')' \Rightarrow \text{με χρήση De Morgan (A)} \quad x + y = 1 + 1 = 1$$

$$(x' y') \cdot (x'' y'') = (x' y') \cdot (x \cdot y) = \underbrace{(x \cdot x')}_{\parallel 0} \cdot \underbrace{(y \cdot y')}_{\parallel 0} = 0$$

$$\sigma) \quad (a+b+c')(a'b'+c) = \underbrace{a \cdot a'b'}_{\parallel 0} + \underbrace{a c}_{\parallel 0} + \underbrace{a'b' \cdot b}_{\parallel 0} + bc + \underbrace{a'b'c' + c \cdot c'}_{\parallel 0} =$$

$$= 0 + ac + 0 + bc + a'b'c' + 0 = ac + bc + a'b'c' =$$

$$= c(a+b) + a'b'c'$$

ζ) Παράδειγμα 2.1, σελ 50, Μ.Μανω

$$\underbrace{x' y' z}_{\parallel 1} + \underbrace{x y z}_{\parallel 1} + \underbrace{x' y z}_{\parallel 1} + \underbrace{x y' z}_{\parallel 1} = x' z \underbrace{(y' + y)}_{\parallel 1} + x z \underbrace{(y + y')}_{\parallel 1} = x' z + x z$$

$$= z \underbrace{(x' + x)}_{\parallel 1} = z$$