Κεφάλαιο 17

Σύγκριση συχνοτήτων κατηγοριών: Το στατιστικό κριτήριο χ^2

17.1. ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ

Διαφορές ή συσχέτιση:	Διαφορές
Κλίμακα μέτρησης:	Κατηγορική
Σχεδιασμός:	Ανεξάρτητα δείγματα
Σημειώσεις:	Τα δεδομένα πρέπει να έχουν τη μορφή συχνοτήτων. Παρότι ενδιαφερόμαστε για τις διαφορές στην επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής, το τεστ ουσιαστικά εξετάζει τη σχέση μεταξύ των κατηγοριών στις στήλες και τις γραμμές ενός πίνακα.

17.2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το **στατιστικό κριτήριο χ^2** (χ-τετράγωνο – chi-square) είναι πιθανότατα η δοκιμασία που χρησιμοποιείται συχνότερα για τον έλεγχο των υποθέσεων των ερευνών που πραγματοποιούνται από τους κοινωνικούς επιστήμονες. Σε ένα βαθμό, το χ^2 είναι πολύ δημοφιλές λόγω της σχετικής ευκολίας με την οποία ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις για τη χρήση του. Πρόκειται για ένα μη παραμετρικό κριτήριο που δεν απαιτεί καμία υπόθεση για την ακριβή μορφή της κατανομής του πληθυσμού.

Στατιστικό κριτήριο χ^2
Στατιστικό τεστ που χρησιμοποιείται για την ανάλυση ποιοτικών δεδομένων

Το χ^2 είναι το κατάλληλο κριτήριο για την περίπτωση κατά την οποία τα δεδομένα της έρευνάς μας είναι ποιοτικά (η κλίμακα μέτρησης που χρησιμοποιήθηκε ήταν κατηγορική). Αυτό σημαίνει ότι δεν χρειάζεται να μετρήσουμε την επίδοση των συμμετεχόντων· αρκεί μόνο να τους εντάξουμε σε μία κατηγορία. Επειδή οι συμμετέχοντες δεν μπορούν να ενταχθούν σε περισσότερες από μία κατηγορίες, το χ^2 είναι κατάλληλο μόνο για προβλέψεις σχετικά με το πόσοι διαφορετικοί συμμετέχοντες θα βρεθούν στην κάθε κατηγορία.

Η δημοτικότητα του χ^2 σχετίζεται, επίσης, με τη χρησιμότητά του σε ένα ευρύτερο φάσμα ερευνητικών καταστάσεων, σε σύγκριση με τα άλλα στατιστικά κριτήρια στα οποία έχουμε μέχρι τώρα αναφερθεί. Έτσι, αν και το χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην απλή περίπτωση όπου συγκρίνονται οι συχνότητες δύο συνθηκών μιας ποιοτικής μεταβλητής, μπορεί, επίσης, να εφαρμοστεί και σε πιο περίπλοκες ερευνητικές συνθήκες με δύο ποιοτικές μεταβλητές.

Ένα σημείο που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν χρησιμοποιείται το χ^2, είναι το εξής: Σε όλους τους υπόλοιπους πειραματικούς σχεδιασμούς που έχουν αναφερθεί μέχρι τώρα ο ερευνητής αποφασίζει πόσους συμμετέχοντες θα έχει σε κάθε ομάδα, οπότε ο αριθμός των μετρήσεων κάθε ομάδας είναι προκαθορισμένος. Ωστόσο, το χ^2 ελέγχει μία εναλλακτική υπόθεση η οποία προβλέπει πόσοι συμμετέχοντες κάθε ομάδας θα βρεθούν σε συγκεκριμένες κατηγορίες. Επομένως, αυτό δεν μπορεί να αποφασιστεί εκ των προτέρων. Η συγκεκριμένη ιδιαιτερότητα επιβάλλει στον ερευνητή να χρησιμοποιήσει πολλούς συμμετέχοντες προκειμένου να εξασφαλίσει ότι ένας ικανός αριθμός από αυτούς θα βρεθεί στην κάθε κατηγορία. Έτσι, για να υπολογίσουμε τον ελάχιστο αριθμό συμμετεχόντων, μπορούμε να ακολουθήσουμε τον εξής απλό κανόνα: *Για κάθε κατηγορία θα πρέπει να έχουμε περίπου 20 συμμετέχοντες*. Όσο και αν ο εν λόγω αριθμός φαίνεται μεγάλος, στη συνέχεια του κεφαλαίου θα διαπιστώσουμε ότι αυτός είναι ο καλύτερος τρόπος για να εξασφαλίσουμε πως θα πληρούται μία από τις πιο σημαντικές προϋποθέσεις για την εφαρμογή του κριτηρίου αυτού.

Το χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ερμηνεύσει τη συχνότητα κατηγοριών που προέρχονται μόνο από μία ποιοτική μεταβλητή (**κριτήριο καλής προσαρμογής** ή **καταλληλότητας** - Chi-square as a 'goodness-of-fit' test) ή από δύο ποιοτικές μεταβλητές (**χ^2 για ανεξαρτησία** – Chi-square as a test of independence). Παρά το γεγονός ότι η ίδια στατιστική δοκιμασία χρησιμοποιείται και στις δύο περιπτώσεις, οι ερευνητικές υποθέσεις που διατυπώνονται και ελέγχονται καθώς και ο τρόπος με τον οποίο το χ^2 εφαρμόζεται είναι διαφορετικά. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο τα διαπραγματευόμαστε ξεχωριστά στη συνέχεια του κεφαλαίου.

χ^2 κριτήριο καλής προσαρμογής
Η χρήση του στατιστικού κριτηρίου χ^2 για την ερμηνεία συχνότητας κατηγοριών που προέρχονται από μία ποιοτική μεταβλητή

χ^2 για ανεξαρτησία
Η χρήση του στατιστικού κριτηρίου χ^2 για την ερμηνεία συχνότητας κατηγοριών που προέρχονται από δύο ποιοτικές μεταβλητές

17.3. ΤΟ χ^2 ΓΙΑ ΜΙΑ ΠΟΙΟΤΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ

Η στατιστική δοκιμασία χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή εξετάζει, στην ουσία, αν υπάρχει διαφορά μεταξύ των δεδομένων που έχουν συλλεχθεί κατά τη διάρκεια της έρευνας (**πραγματικές συχνότητες** – observed frequencies) και αυτών που θα περιμέναμε να εμφανιστούν αν ίσχυε η μηδενική υπόθεση (**αναμενόμενες συχνότητες** – expected frequencies).

Πραγματικές συχνότητες
Οι συχνότητες που παρατηρήθηκαν κατά τη διεξαγωγή της έρευνας

Αναμενόμενες συχνότητες
Οι τιμές των συχνοτήτων που θα εμφανίζονταν αν ίσχυε η μηδενική υπόθεση

Αυτό στην πράξη σημαίνει ότι, αν οι πραγματικές συχνότητες είναι τυχαίες, θα πρέπει να πλησιάζουν αρκετά τις αναμενόμενες συχνότητες. Το χ^2 αντανακλά το μέγεθος των διαφορών μεταξύ των πραγματικών και των αναμενόμενων συχνοτήτων. Όσο μεγαλύτερη είναι η εν λόγω διαφορά, τόσο πιθανότερο είναι να προκύψει στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα. Το χ^2 υπολογίζεται με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(\Pi - A)^2}{A},$$

όπου

Π = η πραγματική συχνότητα κάθε κατηγορίας, και

A = η αναμενόμενη συχνότητα κάθε κατηγορίας.

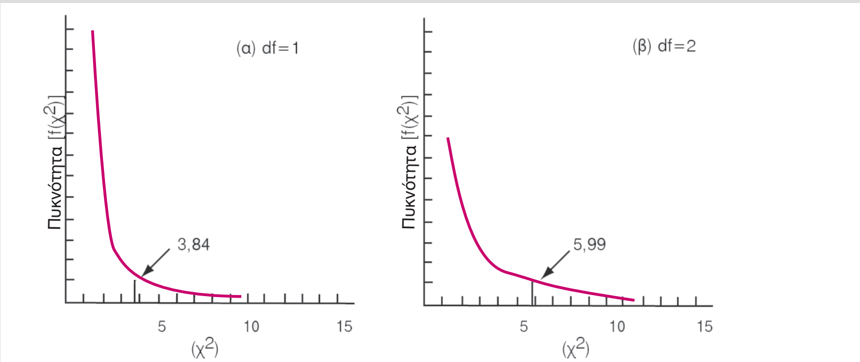
Η χ^2 κατανομή — Πλαίσιο 17.1

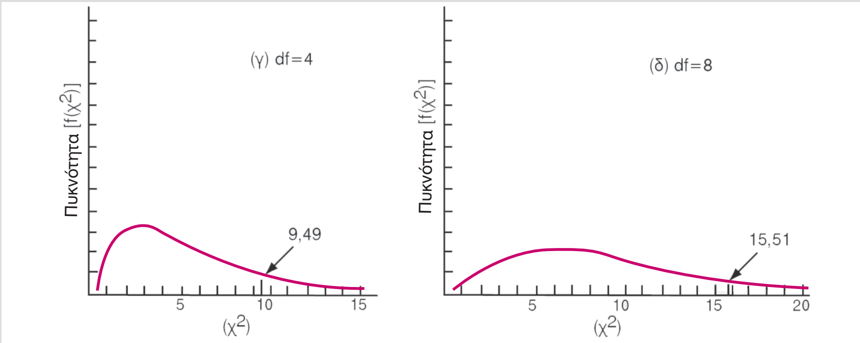
Η χ^2 κατανομή είναι η κατανομή που ορίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} \chi^{2[(k/2)-1]} e^{-(\chi^2)/2}$$

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, είναι μια περίπλοκη συνάρτηση, την οποία δεν πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε σε κανένα σημείο για τον υπολογισμό του στατιστικού κριτηρίου χ^2. Το μόνο στοιχείο που παρουσιάζει κάποιο ενδιαφέρον είναι ότι η μοναδική παράμετρος του τύπου αυτού είναι το k. Όλα τα σύμβολα έχουν σταθερές τιμές εκτός από το χ^2, την τεταγμένη του οποίου θέλουμε να υπολογίσουμε [$f(\chi^2)$]. Περνώντας από τα μαθηματικά στη στατιστική, βλέπουμε ότι η παράμετρος k δηλώνει τους βαθμούς ελευθερίας (df).

Στο σχήμα 17.1 παρουσιάζονται τα διαγράμματα ορισμένων χ^2 κατανομών, καθεμία από τις οποίες αναπαριστά μία διαφορετική τιμή του k. Τα βέλη δηλώνουν τις κρίσιμες τιμές για α=0,05.





Σχήμα 17.1. χ^2 κατανομές για df = 1, 2, 4 & 8 (Howell, 2010).

Με βάση το παραπάνω σχήμα, είναι προφανές ότι η μορφή της κατανομής αλλάζει σημαντικά ανάλογα με τις αλλαγές στην τιμή του k και γίνεται πιο συμμετρική όσο αυξάνει η τιμή του k. Ένα άλλο ενδιαφέρον χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης κατανομής είναι ότι ο μέσος όρος και η διακύμανση κάθε χ^2 κατανομής αυξάνουν όσο αυξάνουν οι τιμές του k, με το οποίο και σχετίζονται άμεσα με το k. Συγκεκριμένα, σε όλες τις περιπτώσεις ο μέσος όρος είναι ίσος με το k και η διακύμανση ίση με 2k.

Μία προσεκτική μελέτη του παραπάνω τύπου θα καταστήσει σαφές γιατί είναι κατάλληλος για την εξέταση του θέματος που μας απασχολεί. Στον αριθμητή μετράται το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ των δύο συχνοτήτων (αυτής που παρατηρήθηκε και της αναμενόμενης). Επομένως, όσο μεγαλύτερες είναι αυτές οι αποστάσεις, τόσο υψηλότερη θα είναι και η τιμή του χ^2. Ο παρονομαστής παίζει χρήσιμο ρόλο κρατώντας αυτές τις αποστάσεις σε μια προοπτική. Για να γίνει αυτό κατανοητό, υποθέστε ότι έχουμε δύο περιπτώσεις όπου η διαφορά μεταξύ της πραγματικής και της αναμενόμενης συχνότητας είναι η ίδια. Για παράδειγμα:

$$\Pi = 36, A = 21, \Pi - A = 15 \quad \text{και} \quad \Pi = 336, A = 321, \Pi - A = 15$$

Παρότι η διαφορά είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις, στη δεύτερη ωστόσο περίπτωση αποδεικνύεται πολύ μικρή, δεδομένου του πλήθους των περιπτώσεων:

$$\frac{(\Pi - A)^2}{A} = \frac{(36-21)^2}{21} = 10,71 \qquad \frac{(\Pi - A)^2}{A} = \frac{(336-321)^2}{321} = 0,70$$

17.3.1. Ένα ερευνητικό παράδειγμα

Ένας ερευνητής μελετά τον τρόπο με τον οποίο οι φοιτητές οργανώνουν τη μελέτη τους. Επιλέγει τυχαία 120 φοιτητές διαφόρων σχολών και τους ζητά να συμπληρώσουν ένα ερωτηματολόγιο, το οποίο επιτρέπει να καθοριστεί ο τρόπος μελέτης τους. Συγκεκριμένα, η αξιολόγηση των απαντήσεων που δίνονται από τον φοιτητή επιτρέπει στον ερευνητή να κατηγοριοποιήσει τον τρόπο μελέτης του σε: α) μεθοδική (καθημερινή μελέτη), β) ακανόνιστη (περίοδοι εξαιρετικά έντονης μελέτης και περίοδοι χωρίς μελέτη), ή γ) συνδυαστική (συνδυασμός των δύο προηγουμένων). Στον πίνακα 17.1 που ακολουθεί παρουσιάζεται ο αριθμός των συμμετεχόντων σε κάθε κατηγορία.

Πραγματικές συχνότητες των τρόπων οργάνωσης μελέτης — Πίνακας 17.1

Τρόπος μελέτης			
Μεθοδική	*Ακανόνιστη*	*Συνδυαστική*	**Σύνολο**
51	27	42	**120**

Προσοχή! Δεν πρόκειται για μετρήσεις που πήραμε από τους συμμετέχοντες, αλλά για συχνότητες.

Το ερώτημα που απασχολεί τον ερευνητή είναι κατά πόσο έχει ανακαλύψει ένα ενδιαφέρον φαινόμενο όσον αφορά τον τρόπο με τον οποίο οι φοιτητές οργανώνουν τη μελέτη τους, ή αν πρόκειται απλώς για τυχαίες διαφορές μεταξύ των τριών κατηγοριών.

Το χ^2 είναι το κατάλληλο στατιστικό κριτήριο, καθώς τα δεδομένα της συγκεκριμένης έρευνας είναι ποιοτικά (η κλίμακα μέτρησης που χρησιμοποιήθηκε είναι κατηγορική), και δι' αυτού συγκρίνεται η **πραγματική συχνότητα** (Π) κάθε φατνίου του πίνακα με την **αναμενόμενη συχνότητα** (Α) του ίδιου φατνίου, προκειμένου να εκτιμηθεί αν αυτές οι διαφορές είναι τυχαίες ή συστηματικές. Με άλλα λόγια, το τεστ συγκρίνει τους πραγματικούς αριθμούς των φοιτητών που βρίσκονται σε κάθε κατηγορία, με τους αριθμούς των φοιτητών που θα αναμέναμε να βρίσκονται σε κάθε κατηγορία, αν στην πραγματικότητα δεν υπήρχε καμιά διαφορά στον τρόπο μελέτης των φοιτητών.

Στο πλαίσιο 17.2 παρουσιάζεται διεξοδικά η διαδικασία υπολογισμού του χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή. Πριν προχωρήσουμε όμως στον υπολογισμό του χ^2, ας διατυπώσουμε τις υποθέσεις μας:

Μηδενική υπόθεση: Οι συχνότητες των τριών τύπων μελέτης δεν είναι διαφορετικές μεταξύ τους (αμφίπλευρος έλεγχος).
Εναλλακτική υπόθεση: Οι συχνότητες των τριών τύπων μελέτης είναι διαφορετικές μεταξύ τους.

Πλαίσιο 17.2. Η διαδικασία υπολογισμού του χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή

Βήμα 1ο

Υπολογίζουμε τις αναμενόμενες συχνότητες βασιζόμενοι στη μηδενική υπόθεση ότι και τα τρία φατνία πρέπει να είναι ίσα. Έτσι, διαιρούμε το συνολικό πλήθος των πραγματικών συχνοτήτων (120) με τον αριθμό των κατηγοριών (3): [120÷3=40]

Σημείωση: Ενώ οι πραγματικές συχνότητες είναι **πάντοτε** ακέραιοι αριθμοί, οι αναμενόμενες συχνότητες μπορεί και να μην είναι ακέραιοι.

Βήμα 2ο

Αντικαθιστούμε στον τύπο του χ^2 που παρατέθηκε παραπάνω τις τιμές των πραγματικών συχνοτήτων του Πίνακα 17.1 και των αναμενόμενων συχνοτήτων που υπολογίσαμε στο προηγούμενο βήμα, και υπολογίζουμε την τιμή του χ^2: [Π: 51, 27, 42 Α: 40, 40, 40]

$$\chi^2 = \frac{(51-40)^2}{40} + \frac{(27-40)^2}{40} + \frac{(42-40)^2}{40} = 3{,}025 + 4{,}225 + 0{,}1 = 7{,}35$$

Βήμα 3ο

Υπολογίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας (df). Στην περίπτωση που το χ^2 υπολογίζεται από μία μεταβλητή με k κατηγορίες (στο παράδειγμά μας k=3), τότε ο αριθμός των df ισούται με k−1. [df = 3−1 = 2]

Βήμα 4ο

Βρίσκουμε στον πίνακα 7 του Παραρτήματος Α την κρίσιμη τιμή που αντιστοιχεί στους 2 βαθμούς ελευθερίας για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α=0,05 και για αμφίπλευρο έλεγχο. [Κρίσιμη τιμή = 5,99]

Βήμα 5ο

Από τη σύγκριση της τιμής του χ^2 που υπολογίστηκε με την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή (7,35>5,99), προκύπτει ότι πρέπει να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση.

Σημείωση: Απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση αν η τιμή του χ^2 που υπολογίστηκε είναι μεγαλύτερη από την τιμή της θεωρητικής κατανομής του χ^2 (κρίσιμη τιμή) για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α και για βαθμούς ελευθερίας k-1.

17.3.2. Ερμηνεία των αποτελεσμάτων

Βρήκαμε, λοιπόν, ότι η τιμή του χ^2 είναι 7,35. Προκειμένου να αποφασίσουμε αν η συγκεκριμένη τιμή είναι στατιστικώς σημαντική ή όχι, πρέπει να συμβουλευτούμε τον πίνακα 7 του παραρτήματος Α. Έτσι, για df=2, επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α=0,05 και αμφίπλευρο έλεγχο, η κρίσιμη τιμή είναι 5,99. Η τιμή του χ^2 πρέπει να είναι ίση ή μεγαλύτερη από το 5,99 ώστε η μηδενική υπόθεση να απορριφθεί.

Στο παράδειγμά μας το αποτέλεσμα του υπολογισμού είναι μεγαλύτερο από αυτή την τιμή (7,35>5,99), επομένως μπορούμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση. Συμπερασματικά, τα ευρήματα του ερευνητή είναι επαρκή για να υποστηρίξουν (όχι να αποδείξουν) την υπόθεση ότι οι φοιτητές διαφόρων σχολών χρησιμοποιούν συστηματικά έναν τρόπο μελέτης περισσότερο από κάποιους άλλους.

Τέλος, σύμφωνα με τα πρότυπα της APA, το αποτέλεσμα αυτό διατυπώνεται ως εξής:

$$\boldsymbol{\chi^2(2)=7{,}35,\ p<0{,}05}$$

Βαθμοί ελευθερίας

Τιμή του χ^2

Στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα σε επίπεδο α=0,05

17.3.3. Υπολογισμός του χ^2 για μία μεταβλητή στο SPSS

Τα δεδομένα του προηγούμενου ερευνητικού παραδείγματος περιέχονται στο αρχείο chapter17_1[1].sav. Για τον υπολογισμό του χ^2 για μία μεταβλητή στο SPSS, ακολουθήστε τις παρακάτω εντολές: Από το αρχικό μενού που βρίσκεται στην κορυφή της οθόνης επιλέξτε [Analyze → Nonparametric Tests → Legacy Dialogs → Chi-square…]. Στο πλαίσιο διαλόγου που θα εμφανιστεί μετακινήστε τη μεταβλητή "Study" στο πλαίσιο [Test Variable List:] και πατήστε [OK]. Στην εικόνα 17.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όπως εμφανίζονται στο SPSS Viewer.

Ο πρώτος πίνακας παρουσιάζει τις πραγματικές (Observed N) και τις αναμενόμενες (Expected N) συχνότητες για καθεμία από τις τρεις κατηγορίες της μεταβλητής. Το αποτέλεσμα του υπολογισμού του χ^2 περιέχεται στον δεύτερο πίνακα, όπου θα βρούμε και την ακριβή πιθανότητα να έχουν προκύψει τα συγκεκριμένα δεδομένα αν η μηδενική υπόθεση είναι αληθής (Asymp. Sig.), οπότε το αποτέλεσμα που αναφέραμε στο τέλος της προηγούμενης ενότητας θα πρέπει τώρα να παρουσιαστεί ως εξής:

$$\boldsymbol{\chi^2(2)=7{,}35,\ p=0{,}025}$$

1. Στο SPSS, η μεταβλητή του τρόπου μελέτης καταχωρίστηκε ως «study».

Κάτω από τον δεύτερο πίνακα υπάρχει μία σημείωση, η οποία μας πληροφορεί ότι «0 φατνία έχουν αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη από 5». Πρόκειται για τον έλεγχο μιας από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του κριτηρίου χ^2. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με αυτό τον έλεγχο, βλ. στην ενότητα 17.5.

Τρόπος μελέτης

	Observed N	Expected N	Residual
Μεθοδική	51	40,0	11,0
Ακανόνιστη	27	40,0	-13,0
Συνδυαστική	42	40,0	2,0
Total	120		

Test Statistics

	Τρόπος μελέτης
Chi-square	7,350[a]
df	2
Asymp. Sig.	,025

a. 0 cells (,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 40,0.

Εικόνα 17.1. Αποτελέσματα του χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή

17.3.4. Το κριτήριο καλής προσαρμογής και η κανονική κατανομή

Το κριτήριο καλής προσαρμογής χρησιμοποιείται προκειμένου να αποφασίσουμε αν ένα μεγάλο δείγμα προσεγγίζει τη μορφή της κανονικής κατανομής ή όχι. Στην περίπτωση αυτή οι αναμενόμενες συχνότητες υπολογίζονται με βάση τον πίνακα 1 του Παραρτήματος Α, ο οποίος δείχνει το ποσοστό ενός κανονικά κατανεμημένου πληθυσμού που κυμαίνεται μεταξύ δύο τυπικών τιμών. Για παράδειγμα, σε μία κανονική κατανομή περιμένουμε ότι περίπου το 34% όλων των τιμών θα περιλαμβάνεται μεταξύ του μέσου όρου και μιας τυπικής απόκλισης ($z = \pm 1$), όπως επίσης ένα 13,6% θα περιλαμβάνεται μεταξύ μιας και δύο τυπικών αποκλίσεων από τον μέσο όρο (μεταξύ $z = \pm 1$ και $z = \pm 2$· βλ. Κεφάλαιο 6). Το κριτήριο καλής προσαρμογής συγκρίνει τα ποσοστά της κατανομής των τιμών του δείγματός μας (πραγματικές συχνότητες) με αυτά τα ιδανικά ποσοστά που παίζουν τον ρόλο των αναμενόμενων συχνοτήτων.

17.3.5. Μονόπλευρος ή αμφίπλευρος έλεγχος;

Έχει γίνει ήδη εκτενής αναφορά στη σημασία που έχει η απόφαση για τη διεξαγωγή μονόπλευρου ή αμφίπλευρου ελέγχου της υπόθεσής μας. Ωστόσο, στην περίπτωση του χ^2 αυτή η διαφοροποίηση δεν είναι συνήθως προφανής. Ορισμένοι συγγραφείς (π.χ., Dancey & Reidy, 1999. Robson, 1994) υποστηρίζουν ότι το χ^2 είναι πάντα μονόπλευρο, επειδή η δειγματοληπτική κατανομή του χ^2 είναι πάντοτε θετική (οι τιμές του χ^2 βασίζονται σε τετράγωνα διαφορών, επομένως είναι πάντοτε θετικές). Άλλοι πάλι ισχυρίζονται ότι το χ^2 είναι πάντοτε αμφίπλευρο, διότι δεν είναι δυνατόν να δηλώσουμε κατεύθυνση στην υπόθεσή μας.

Παρά το γεγονός ότι η συζήτηση αυτή είναι μάλλον ακαδημαϊκή, στόχος μας εδώ είναι να δείξουμε μία από τις πιο σημαντικές αδυναμίες του χ^2. Έτσι, στα δεδομένα του πίνακα 17.1, οι τρεις διαφορετικοί τρόποι μελέτης θα μπορούσαν να δημιουργήσουν έξι συνδυασμούς με τις τρεις συχνότητες που παρατηρήθηκαν (27, 42, 51), χωρίς να υπάρξει καμιά διαφοροποίηση στην τιμή του χ^2. Αυτό σημαίνει ότι, αν στη βάση μιας συγκεκριμένης θεωρίας θέλαμε να ελέγξουμε μία συγκεκριμένη μηδενική υπόθεση (ένα συγκεκριμένο συνδυασμό των τριών συχνοτήτων), θα είχαμε μία πιθανότητα στις έξι το αποτέλεσμα να είναι σύμφωνο με την πρόβλεψή μας. Ωστόσο, σε μία τέτοια περίπτωση και εφόσον το αποτέλεσμα (ο συνδυασμός των συχνοτήτων) δεν ήταν σύμφωνο με την πρόβλεψή μας, θα έπρεπε να δεχθούμε τη μηδενική υπόθεση (ακόμη και αν η τιμή του χ^2 ήταν πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή).

Από την άλλη πλευρά, υπάρχει μία περίπτωση κατά την οποία είναι απολύτως ασφαλές να πραγματοποιήσουμε μονόπλευρο έλεγχο της υπόθεσής μας. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ζητούμε από 50 φοιτητές να επιλέξουν μεταξύ δύο τρόπων μελέτης (π.χ., μεθοδικής και ακανόνιστης) και ότι παίρνουμε τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον πίνακα 17.2. Στην περίπτωση αυτή ο ερευνητής διατυπώνει την εναλλακτική υπόθεση ότι οι περισσότεροι φοιτητές θα επιλέξουν τον μεθοδικό τρόπο μελέτης (μονόπλευρος έλεγχος).

Επιλογές τρόπου μελέτης από τους 50 φοιτητές — Πίνακας 17.2.

Μεθοδική μελέτη	Ακανόνιστη μελέτη	Σύνολο
42	8	50

Αν οι φοιτητές απαντούσαν τυχαία, θα περιμέναμε ότι οι μισοί θα επέλεγαν τον έναν τρόπο μελέτης και οι άλλοι μισοί τον άλλο. Επομένως, οι αναμενόμενες συχνότητες και για τα δύο φατνία θα ήταν 25. Ο υπολογισμός του χ^2 γίνεται όπως ακριβώς και παραπάνω. Η τιμή του χ^2 στην περίπτωση αυτή θα είναι 23,12 και οι βαθμοί ελευθερίας df=1.

Ο πίνακας 7 στο Παράρτημα Α δείχνει ότι η συγκεκριμένη τιμή είναι μεγαλύτερη ακόμη και από την κρίσιμη τιμή σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α=0,005 (6,64) για μονόπλευρο έλεγχο. Πρόκειται, δηλαδή, για μία διαφορά η οποία είναι ελάχιστα πιθανόν να προέκυψε τυχαία[2].

17.4. ΤΟ χ^2 ΓΙΑ ΔΥΟ ΠΟΙΟΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Το στατιστικό κριτήριο χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί, κατά δεύτερον, ως στατιστικό κριτήριο για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας μεταξύ δύο ποιοτικών μεταβλητών. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί, δηλαδή, για να εξετάσουμε αν δύο μεταβλητές που διασταυρώνονται σε έναν πίνακα διπλής εισόδου είναι ανεξάρτητες ή εξαρτημένες και αν οι συχνότητες των διαφόρων κατηγοριών μπορούν να προκύψουν τυχαία ή είναι συστηματικές, αντίστοιχα.

17.4.1. Ένα ερευνητικό παράδειγμα

Ας υποθέσουμε ότι ένας ερευνητής θέλει να ελέγξει αν μία μέθοδος διδασκαλίας είναι αποτελεσματικότερη από τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Για τον σκοπό αυτό επιλέγει δύο τμήματα (ισοδύναμα ως προς τις νοητικές ικανότητες και τις σχολικές επιδόσεις των μαθητών) μιας τάξης ενός σχολείου και ζητάει από ένα δάσκαλο να διδάξει στο πρώτο τμήμα (το οποίο αποτελείται από 44 μαθητές) ένα γνωστικό αντικείμενο με τη νέα μέθοδο διδασκαλίας, και στο δεύτερο τμήμα (που αποτελείται από 42 μαθητές) το ίδιο γνωστικό αντικείμενο χρησιμοποιώντας την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας.

Μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας στα δύο τμήματα, ο ερευνητής υποβάλλει τους μαθητές και των δύο στην ίδια γραπτή δοκιμασία για τον έλεγχο της κατανόησης του γνωστικού αντικειμένου που διδάχθηκαν. Η γραπτή αυτή δοκιμασία δίνει στον ερευνητή τη δυνατότητα να κατηγοριοποιήσει την επίδοση των μαθητών σε: α) χαμηλή, β) μέτρια, ή γ) υψηλή. Στον **πίνακα διπλής εισόδου** ή **διασταύρωσης** (contingency table) που ακολουθεί (πίνακας 17.3) παρουσιάζονται οι αριθμοί (οι απόλυτες συχνότητες) των μαθητών κάθε τμήματος που ανήκουν σε καθεμία από τις τρεις αυτές κατηγορίες.

Πίνακας διπλής εισόδου
Πίνακας στον οποίο κάθε τιμή ταξινομείται ως προς δύο μεταβλητές ταυτόχρονα

2. Για μία πιο διεξοδική συζήτηση σχετικά με το συγκεκριμένο θέμα, βλ. Howell (2010) ή Delucchi (1983).

Η επίδοση των μαθητών των δύο τμημάτων — Πίνακας 17.3.

Μέθοδος διδασκαλίας	Επίδοση των μαθητών			Σύνολο
	Χαμηλή	*Μέτρια*	*Υψηλή*	
Νέα μέθοδος	6	15	23	**44**
Παραδοσιακή μέθοδος	10	8	24	**42**
Σύνολο	**16**	**23**	**47**	**86**

Προσοχή! Δεν πρόκειται για μετρήσεις που πήραμε από τους συμμετέχοντες, αλλά για συχνότητες.

Οι πραγματικές συχνότητες μας είναι ήδη γνωστές (είναι οι αριθμοί των μαθητών οι οποίοι συμπεριλαμβάνονται σε καθένα από τα τρία επίπεδα επίδοσης που αναφέρθηκαν παραπάνω). Οι αναμενόμενες συχνότητες όμως πρέπει να υπολογιστούν από τους συνολικούς αριθμούς των μαθητών κάθε τάξης και από τους συνολικούς αριθμούς κάθε επιπέδου επίδοσης (οι οποίοι παρουσιάζονται στην τελευταία στήλη και στην τελευταία γραμμή του πίνακα 17.3). Στο πλαίσιο 17.3 παρουσιάζεται τόσο η λογική όσο και η διαδικασία υπολογισμού των αναμενόμενων συχνοτήτων.

Υπολογισμός των αναμενόμενων συχνοτήτων — Πλαίσιο 17.3.

Είναι πολύ εύκολο για κάποιον να κάνει λάθος καθώς υπολογίζει τις αναμενόμενες συχνότητες. Στην ερώτηση «Τι είναι οι αναμενόμενες συχνότητες;» πολλοί απαντούν ότι είναι «αυτό που περιμένει ο ερευνητής», ή κάτι παρόμοιο. Στην πραγματικότητα όμως, οι αναμενόμενες συχνότητες είναι το αντίθετο από εκείνο που ο ερευνητής (συχνά) θέλει να συμβεί· είναι αυτό που θα περιμέναμε να συμβεί αν ίσχυε η μηδενική υπόθεση.

Πριν προχωρήσουμε στον υπολογισμό των αναμενόμενων συχνοτήτων για το παράδειγμά μας, ας μελετήσουμε για λίγο τη λογική τους χρησιμοποιώντας ένα παράδειγμα. Ας υποθέσουμε, λοιπόν, ότι 200 φοιτητές ρωτήθηκαν για τις θρησκευτικές πεποιθήσεις τους και στη συνέχεια για την άποψή τους σχετικά με τις εκτρώσεις. Η ερευνητική υπόθεση είναι ότι υπάρχει σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών (θρησκευτικής πίστης και στάσης έναντι των εκτρώσεων). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 17.4.α.

Πίνακας 17.4.α. Υπολογισμός των αναμενόμενων συχνοτήτων

Στάση έναντι των εκτρώσεων	Μη θρησκευόμενοι	Θρησκευόμενοι	Σύνολο
Αρνητική	20	100	**120**
Θετική	40	40	**80**
Σύνολο	**60**	**140**	**200**

Προσέξτε ότι από τους 200 φοιτητές που ρωτήθηκαν οι 120 έχουν αρνητική στάση (60%) έναντι των εκτρώσεων και οι 80 θετική (40%). Στατιστικά, εφόσον το 40% από τους συνολικά 200 ερωτηθέντες απάντησε ότι έχει θετική στάση απέναντι στις εκτρώσεις, θα περιμέναμε ότι το ίδιο ποσοστό των θρησκευομένων και των μη θρησκευομένων θα απαντούσε το ίδιο, **αν** δεν υπήρχε καμιά σχέση μεταξύ της στάσης έναντι των εκτρώσεων και των θρησκευτικών πεποιθήσεων του φοιτητή (με άλλα λόγια, αν οι δύο μεταβλητές ήταν ανεξάρτητες). Αντίστοιχα, θα περιμέναμε το υπόλοιπο 60% και των δύο ομάδων να δηλώσει αρνητική στάση έναντι των εκτρώσεων. Έτσι, λοιπόν, οι αναμενόμενες συχνότητες θα ήταν οι ακόλουθες:
Μη θρησκευόμενοι με θετική στάση έναντι των εκτρώσεων: 60×40%=**24 άτομα**
Θρησκευόμενοι με θετική στάση έναντι των εκτρώσεων: 140×40%=**56 άτομα**
Μη θρησκευόμενοι με αρνητική στάση έναντι των εκτρώσεων: 60×60%=**36 άτομα**
Θρησκευόμενοι με αρνητική στάση έναντι των εκτρώσεων: 140×60%=**84 άτομα**

Πίνακας 17.4.β. Αναμενόμενες συχνότητες

Στάση έναντι των εκτρώσεων	**Μη θρησκευόμενοι**	**Θρησκευόμενοι**	**Σύνολο**
Αρνητική	36	84	**120**
Θετική	24	56	**80**
Σύνολο	**60**	**140**	**200**

Αν συμφωνείτε με αυτό το σκεπτικό, τότε στην πραγματικότητα έχετε ήδη χρησιμοποιήσει τον τύπο για τον υπολογισμό των αναμενόμενων συχνοτήτων:

$$A = \frac{\Gamma \times \Sigma}{T},$$

όπου
Γ = το σύνολο των συχνοτήτων της αντίστοιχης γραμμής,
Σ = το σύνολο των συχνοτήτων της αντίστοιχης στήλης, και
T = το σύνολο των συχνοτήτων όλων των φατνίων.

Επιστρέφοντας τώρα στο παράδειγμά μας με τη σύγκριση των μεθόδων διδασκαλίας, η αναμενόμενη τιμή για το πρώτο φατνίο της πρώτης στήλης του Πίνακα 17.3 (νέα μέθοδος διδασκαλίας×χαμηλή επίδοση μαθητών, όπου η πραγματική συχνότητα είναι 6) είναι:

$$A_A = \frac{44 \times 16}{86} = 8{,}19$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι αναμενόμενες συχνότητες για τα υπόλοιπα φατνία του πίνακα 17.3:

$$A_B = \frac{44 \times 23}{86} = 11{,}77 \qquad A_\Gamma = \frac{44 \times 47}{86} = 24{,}05$$

$$A_\Delta = \frac{42 \times 16}{86} = 7{,}81 \qquad A_E = \frac{42 \times 23}{86} = 11{,}23$$

$$A_{\Sigma T} = \frac{42 \times 47}{86} = 22{,}95$$

Πρέπει να προσέξουμε και να ελέγξουμε αν το σύνολο των αναμενόμενων συχνοτήτων είναι ίσο με το σύνολο των πραγματικών συχνοτήτων. Έτσι:

8,19 + 11,77 + 24,05 + 7,81 + 11,23 + 22,95 = **86**

Προσοχή! Σε έναν πίνακα διπλής εισόδου δεν είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε όλες τις αναμενόμενες συχνότητες ακολουθώντας αυτή τη διαδικασία, καθώς μπορεί να μας φανούν χρήσιμες οι ιδιότητες των **βαθμών ελευθερίας**[3]. Για παράδειγμα, σε έναν πίνακα 2×2 έχουμε 1 βαθμό ελευθερίας γιατί, με δεδομένα τα σύνολα των γραμμών και των στηλών του πίνακα, όταν ένα φατνίο πάρει μία τιμή, οι τιμές όλων των υπόλοιπων φατνίων είναι καθορισμένες (δηλαδή, δεν μπορούν να κυμαίνονται ελεύθερα). Έτσι, σε έναν πίνακα 2×4 αρκεί να υπολογίσουμε μόνο 3 από τις 8 αναμενόμενες συχνότητες χρησιμοποιώντας αυτό τον τύπο, και στη συνέχεια να υπολογίσουμε τις υπόλοιπες με αφαίρεση των τριών αυτών συχνοτήτων από τα σύνολα των γραμμών και των στηλών του πίνακα.

Αν οι πραγματικές συχνότητες είναι τυχαίες, θα πρέπει να πλησιάζουν αρκετά τις αναμενόμενες συχνότητες. Το χ^2 αντανακλά το μέγεθος των διαφορών μεταξύ των πραγματικών και των αναμενόμενων συχνοτήτων. Όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η διαφορά, τόσο πιθανότερο είναι να προκύψει στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα. Το χ^2 για δύο ποιοτικές μεταβλητές υπολογίζεται με βάση τον ίδιο τύπο με εκείνον που χρησιμοποιήθηκε στην περίπτωση της μιας ποιοτικής μεταβλητής:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(\Pi - A)^2}{A}$$

Στο πλαίσιο 17.4 παρουσιάζεται διεξοδικά η διαδικασία υπολογισμού του χ^2 για δύο ποιοτικές μεταβλητές. Πριν προχωρήσουμε, όμως, στον υπολογισμό του χ^2, ας διατυπώσουμε τις υποθέσεις μας:

3. Ο αριθμός των φατνίων που είναι ελεύθερα να μεταβάλλονται όταν είναι γνωστά τα σύνολα των γραμμών και των στηλών του πίνακα διπλής εισόδου.

Μηδενική υπόθεση: Οι δύο μεταβλητές (επίδοση και μέθοδος διδασκαλίας) είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Με άλλα λόγια, το πλήθος των μαθητών με χαμηλή, μέτρια και υψηλή επίδοση θα είναι ίσο και για τις δύο μεθόδους διδασκαλίας.
Εναλλακτική υπόθεση: Οι δύο μεταβλητές είναι εξαρτημένες (σχετίζονται μεταξύ τους). Δηλαδή, το πλήθος των μαθητών με χαμηλή, μέτρια και υψηλή επίδοση θα είναι διαφορετικό και για τις δύο μεθόδους διδασκαλίας.

Πλαίσιο 17.4. Η διαδικασία υπολογισμού του χ^2 για δύο μεταβλητές

Βήμα 1ο

Υπολογίζουμε τις αναμενόμενες συχνότητες των φατνίων του πίνακα 17.3

(βλ. πλαίσιο 17.3)

Βήμα 2ο

Αντικαθιστούμε στον τύπο του χ^2 που παρατέθηκε παραπάνω τις τιμές των πραγματικών συχνοτήτων του Πίνακα 17.3 (με μαύρα γράμματα στον διπλανό πίνακα) και των αναμενόμενων συχνοτήτων που υπολογίσαμε στο προηγούμενο βήμα, και υπολογίζουμε την τιμή του δείκτη χ^2:

6 8,19	**15** 11,77	**23** 24,05
10 7,81	**8** 11,23	**24** 22,95

$$\chi^2 = \frac{(6-8,19)^2}{8,19} + \frac{(15-11,77)^2}{11,77} + \frac{(23-24,05)^2}{24,05} +$$

$$\frac{(10-7,81)^2}{7,81} + \frac{(8-11,23)^2}{11,23} + \frac{(24-22,95)^2}{22,95} = 3,11$$

Βήμα 3ο

Υπολογίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας (df). Σε έναν πίνακα διπλής εισόδου με Σ στήλες και Γ γραμμές, οι βαθμοί ελευθερίας είναι: df = (Σ−1)(Γ−1).

df=*(Σ-1)(Γ-1)*=(3-1)(2-1)=2

Βήμα 4ο

Βρίσκουμε στον πίνακα 7 του Παραρτήματος Α την κρίσιμη τιμή που αντιστοιχεί στους 2 βαθμούς ελευθερίας για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α=0,05 και για αμφίπλευρο έλεγχο.

[Κρίσιμη τιμή = 5,99]

Βήμα 5ο

Από τη σύγκριση της τιμής του χ^2 που υπολογίστηκε με την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή (3,11<5,99), προκύπτει ότι πρέπει να δεχθούμε τη μηδενική υπόθεση.

Σημείωση: Απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση αν η τιμή του χ^2 που υπολογίστηκε είναι μεγαλύτερη από την τιμή της θεωρητικής κατανομής του χ^2 (κρίσιμη τιμή) για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α και για βαθμούς ελευθερίας (Σ-1)(Γ-1).

17.4.2. Ερμηνεία των αποτελεσμάτων

Βρήκαμε, λοιπόν, ότι η τιμή του χ^2 είναι 3,11. Προκειμένου να αποφασίσουμε αν θα απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση ή όχι, πρέπει να συμβουλευτούμε τον πίνακα 7 του Παραρτήματος Α. Έτσι, για df=2, επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α=0,05 και αμφίπλευρο έλεγχο, η κρίσιμη τιμή είναι 5,99. Η τιμή του χ^2 θα πρέπει να είναι ίση ή μεγαλύτερη από το 5,99 ώστε η μηδενική υπόθεση να απορριφθεί.

Το αποτέλεσμα του υπολογισμού στο παράδειγμά μας είναι μικρότερο από αυτή την τιμή (3,11<5,99), επομένως δεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση. Συμπερασματικά, τα ευρήματα του ερευνητή δεν είναι επαρκή για να πείσουν ότι υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ των μεταβλητών της διδακτικής μεθόδου και της επίδοσης των μαθητών (οι μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους).

Τέλος, σύμφωνα με τα πρότυπα της APA, το αποτέλεσμα αυτό διατυπώνεται ως εξής:

$$\boldsymbol{\chi^2(2)=3{,}11,\ ns}$$

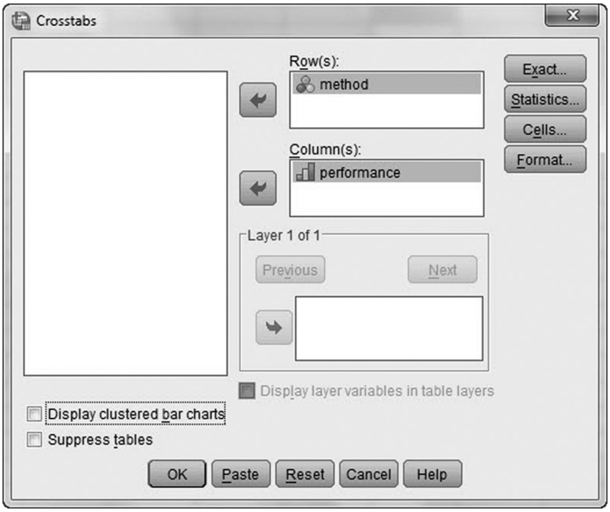
Βαθμοί ελευθερίας

Τιμή του χ^2

Στατιστικώς μη σημαντικό αποτέλεσμα

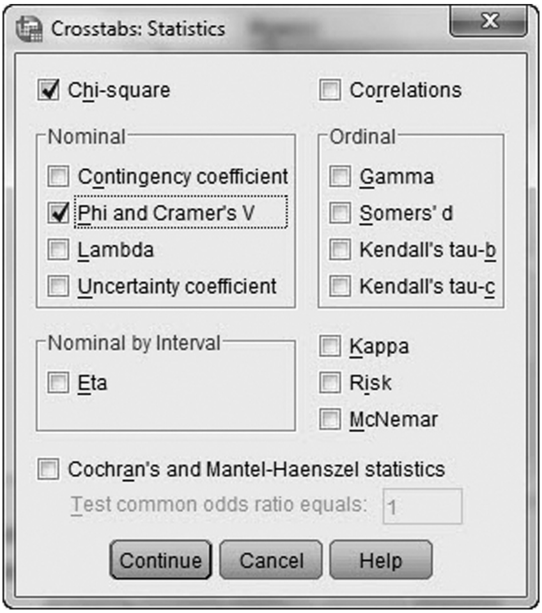
17.4.3. Υπολογισμός του χ^2 για δύο μεταβλητές στο SPSS

Τα δεδομένα του προηγούμενου ερευνητικού παραδείγματος περιέχονται στο αρχείο chapter17_2.sav. Για τον υπολογισμό του χ^2 για δύο μεταβλητές στο SPSS, ακολουθήστε τις παρακάτω εντολές: Από το αρχικό μενού που βρίσκεται στην κορυφή της οθόνης επιλέξτε [Analyze → Descriptive Statistics → Crosstabs…]. Στο πλαίσιο διαλόγου που θα εμφανιστεί, μετακινήστε τις μεταβλητές που θα συμμετάσχουν στην ανάλυση στα πλαίσια [Row(s):] και [Column(s):]. Συνήθως, προτιμούμε να βάλουμε στο πλαίσιο [Row(s):] τη μεταβλητή με τις περισσότερες κατηγορίες, ώστε ο πίνακας διπλής εισόδου που θα προκύψει να εκτείνεται καθ' ύψος και όχι κατά πλάτος. Αντίθετα, εμείς θα μετακινήσουμε τη μεταβλητή "method" στο πλαίσιο [Row(s):] και τη μεταβλητή "performance" στο πλαίσιο [Column(s):] (βλ. εικόνα 17.2), ώστε ο πίνακας που θα προκύψει να είναι παρόμοιος με τον πίνακα 17.3 που έχουμε χρησιμοποιήσει προηγουμένως.



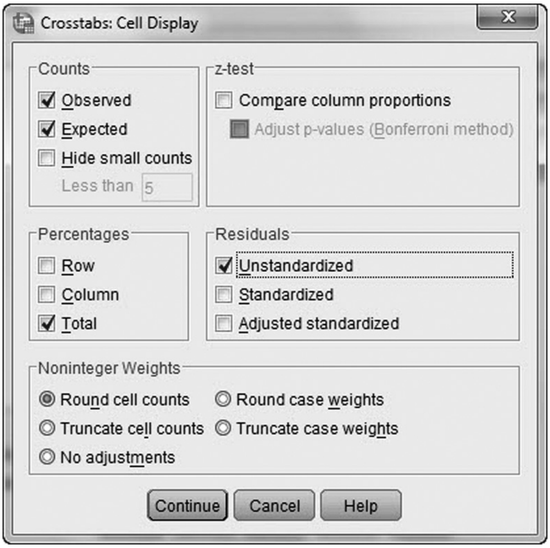
Εικόνα 17.2. Πλαίσιο διαλόγου Crosstabs

Στο δεξιό τμήμα του πλαισίου διαλόγου βρίσκονται τέσσερα κουμπιά, από τα οποία το σημαντικότερο είναι το [Statistics...]. Πρέπει να το πατήσουμε (βλ. εικόνα 17.3) και να επιλέξουμε το [Chi-square], αλλιώς το στατιστικό κριτήριο δεν θα υπολογιστεί. Από τα περιεχόμενα του πλαισίου αυτού προκύπτει ότι μπορούμε να υπολογίσουμε και άλλα κρι-



Εικόνα 17.3. Πλαίσιο διαλόγου Crosstabs: Statistics

τήρια εκτός από το χ^2 (π.χ., το φ και το Cramer's V)[4]. Αφού επιλέξουμε το [Phi and Cramer's V], πατάμε το [Continue] για να επιστρέψουμε στην αρχική οθόνη. Από εκεί πατάμε το κουμπί [Cells...] και εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου της εικόνας 17.4.



Εικόνα 17.4. Πλαίσιο διαλόγου Crosstabs: Cells Display

Όπως βλέπουμε, οι πραγματικές συχνότητες [Observed] είναι προεπιλεγμένες. Μπορούμε να ζητήσουμε τις αναμενόμενες συχνότητες [Expected] ή/και τις σχετικές συχνότητες [Percentages] ή/και τα σφάλματα [Residuals]. Αν επιλέξουμε το [Row] και το [Column] από το πεδίο [Percentages], στον πίνακα διπλής εισόδου που θα κατασκευάσει το SPSS θα εμφανίζονται οι σχετικές συχνότητες επί των γραμμών και επί των στηλών. Τα [Residuals] (σφάλματα) είναι οι διαφορές μεταξύ πραγματικής και αναμενόμενης συχνότητας για καθένα από τα φατνία του πίνακα.

Αφού ολοκληρώσουμε τις επιλογές μας, πατάμε πάλι [Continue] για να επιστρέψουμε στην αρχική οθόνη. Στην αρχική οθόνη πατάμε [OK] για να εκτελεστεί η ανάλυση. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στις εικόνες 17.5 και 17.6. Όπως βλέπουμε, ο πρώτος πίνακας παρουσιάζει τις απόλυτες συχνότητες (count), τις αναμενόμενες συχνότητες (Expected Count), τις σχετικές συχνότητες (% of Total) και τα σφάλματα (Residuals), τα οποία όπως θα παρατηρήσετε είναι σε κάθε φατνίο η απόκλιση μεταξύ πραγματικής και αναμενόμενης συχνότητας.

4. Τόσο το φ (Phi) όσο και το Cramer's V είναι συντελεστές εκτίμησης της έντασης (του μεγέθους) της σχέσης μεταξύ των δύο ποιοτικών μεταβλητών. Ο συντελεστής Cramer's V μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ 0 και 1, ενώ ο συντελεστής φ μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη από 1. Στην περίπτωση της ανεξαρτησίας μεταξύ των δύο μεταβλητών, η τιμή των συντελεστών είναι κοντά στο 0.

method * performance Crosstabulation

			performance			Total
			Low	Medium	High	
method	New	Count	6	15	23	44
		Expected Count	8,2	11,8	24,0	44,0
		% of Total	7,0%	17,4%	26,7%	51,2%
		Residual	-2,2	3,2	-1,0	
	Traditional	Count	10	8	24	42
		Expected Count	7,8	11,2	23,0	42,0
		% of Total	11,6%	9,3%	27,9%	48,8%
		Residual	2,2	-3,2	1,0	
Total		Count	16	23	47	86
		Expected Count	16,0	23,0	47,0	86,0
		% of Total	18,6%	26,7%	54,7%	100,0%

Εικόνα 17.5. Ο πίνακας διπλής εισόδου για τις δύο μεταβλητές

Στους δύο επόμενους πίνακες (βλ. εικόνα 17.6) περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Στον πρώτο πίνακα κοιτάζουμε πάλι στην πρώτη σειρά: Pearson Chi-Square. Το αποτέλεσμα συμπίπτει με τους υπολογισμούς που κάναμε στην προηγούμενη ενότητα, ωστόσο το SPSS έχει υπολογίσει με ακρίβεια την τιμή p (Asymp. Sig.), οπότε θα πρέπει να γραφτεί ως εξής:

$$\chi^2(2)=3{,}107,\ p=0{,}212$$

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	3,107[a]	2	,212
Likelihood Ratio	3,150	2	,207
Linear-by-Linear Association	,099	1	,753
N of Valid Cases	86		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 7,81.

Symmetric Measures

		Value	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Phi	,190	,212
	Cramer's V	,190	,212
N of Valid Cases		86	

Εικόνα 17.6. Αποτελέσματα του χ^2 για δύο μεταβλητές

Κάτω από τον πρώτο πίνακα υπάρχει μία σημείωση, η οποία μας πληροφορεί ότι «0 φατνία έχουν αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη από 5». Πρόκειται για τον έλεγχο μιας από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του κριτηρίου χ^2. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με αυτό τον έλεγχο, βλ. στην ενότητα 17.5.

Ο δεύτερος πίνακας περιλαμβάνει τις τιμές των συντελεστών φ και Cramer's V (ο σωστός τρόπος να αναφερθούμε σε αυτόν είναι Cramer's φ_c). Ο πρώτος εφαρμόζεται σε πίνακες διπλής εισόδου 2×2 (επομένως εδώ δεν έχει νόημα) και ο δεύτερος θα πρέπει να αναφερθεί ως εξής: φ_c=0,19. Αν λάβουμε υπόψη ότι μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ 0 και 1, τότε έχουμε μία μικρή σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Προσοχή! Η αναφορά στους δύο αυτούς συντελεστές έχει νόημα όταν το αποτέλεσμα του χ^2 είναι στατιστικώς σημαντικό (κάτι που δεν συνέβη στο παράδειγμά μας).

17.4.4. Η περίπτωση των δύο μεταβλητών με δύο κατηγορίες (2×2)

Όταν ο πίνακας διπλής εισόδου που σχηματίζεται με τα δεδομένα της έρευνάς μας έχει δύο στήλες και δύο γραμμές, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό του χ^2 τον ακόλουθο τύπο, ο οποίος δεν απαιτεί τον υπολογισμό των αναμενόμενων τιμών του κάθε φατνίου:

$$\chi^2 = \frac{N(A\Delta - B\Gamma)^2}{(A+B)(\Gamma+\Delta)(A+\Gamma)(B+\Delta)},$$

όπου

A, B, Γ & *Δ* = οι πραγματικές συχνότητες σε καθένα από τα 4 φατνία του πίνακα, και

N = ο συνολικός αριθμός των συμμετεχόντων.

17.4.5. Η κατάτμηση του χ^2

Δεν υπάρχει καμία δυσκολία στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων του χ^2 όταν ο πίνακας διπλής εισόδου αποτελείται από δύο στήλες και δύο γραμμές. Το χ^2 σε αυτή την περίπτωση δείχνει αν οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ή όχι. Ωστόσο, αν ο πίνακας διπλής εισόδου είναι μεγαλύτερος (π.χ., 2×3, όπως στο ερευνητικό παράδειγμα που παρουσιάστηκε στην ενότητα 17.4.1, όπου είχαμε δύο ομάδες και τρεις κατηγορίες επίδοσης), τότε είναι σχετικά αβέβαιο τι σημαίνει μία στατιστικώς σημαντική τιμή του χ^2: σημαίνει ότι και οι τρεις κατηγορίες είναι διαφορετικές μεταξύ τους, ή μήπως ότι μόνο οι κατηγορίες 1 και 2 είναι διαφορετικές (ή μόνο οι κατηγορίες 1 και 3, ή μόνο οι κατηγορίες 2 και 3);

Μία απόλυτα σωστή στατιστική διαδικασία είναι η κατάτμηση του αρχικού χ^2 σε έναν αριθμό επιμέρους τεστ (2×2), προκειμένου να εκτιμηθεί με ακρίβεια το πού εντοπίζονται οι στατιστικώς σημαντικές διαφορές.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για τα δεδομένα του πίνακα 17.3 (και εφόσον το αποτέλεσμα της στατιστικής ανάλυσης υποδεικνύει την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης) πρέπει να πραγματοποιηθούν τρία επιμέρους χ^2: το πρώτο μεταξύ χαμηλής και μέτριας επίδοσης, το δεύτερο μεταξύ χαμηλής και υψηλής επίδοσης, και το τρίτο μεταξύ μέτριας και υψηλής επίδοσης των μαθητών. Και τα τρία αυτά επιμέρους χ^2 τεστ έχουν ένα βαθμό ελευθερίας (εφόσον πρόκειται για πίνακες 2×2), και η πραγματοποίησή τους μας δίνει τη δυνατότητα να αποφασίσουμε με ακρίβεια πού εντοπίζονται οι διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων διδασκαλίας και των τριών διαφορετικών επιπέδων επίδοσης των μαθητών.

Η μόνη δυσκολία έγκειται στο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που χρησιμοποιούμε. Επειδή εκτελούμε τρία επιμέρους χ^2 τεστ, το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που θα επιλέξουμε πρέπει να «διορθωθεί» λαμβάνοντας υπόψη το πλήθος των τεστ που θα πραγματοποιήσουμε (βλ. ενότητα 14.2.2 για τη λογική αυτής της διαδικασίας). Με άλλα λόγια, αν υποθέσουμε ότι επιλέγουμε το επίπεδο σημαντικότητας α=0,05, πρέπει να το διαιρέσουμε με το τρία (0,05÷3=0,017), και στη συνέχεια να εξετάσουμε αν καθένα από τα τρία τεστ είναι στατιστικώς σημαντικό σε αυτό το επίπεδο (α=0,017), προκειμένου να αναφέρουμε ότι είναι σημαντικό σε επίπεδο α=0,05. Στον πίνακα 17.5 παρουσιάζονται οι προσαρμοσμένες κρίσιμες τιμές του χ^2 τις οποίες πρέπει να υπερβαίνει η τιμή του χ^2 που θα υπολογιστεί (αμφίπλευρος έλεγχος). Επομένως, αν έχουμε να εκτελέσουμε τρεις συγκρίσεις, η ελάχιστη τιμή του χ^2 που είναι στατιστικώς σημαντική είναι 5,73.

Πίνακας 17.5. Κρίσιμες τιμές του χ^2 σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α=0,05 για 1-10 συγκρίσεις

Βαθμοί ελευθερίας	Αριθμός συγκρίσεων									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3,84	5,02	5,73	6,24	6,64	6,96	7,24	7,48	7,69	7,88

Σημείωση: Οι βαθμοί ελευθερίας γι' αυτές τις συγκρίσεις είναι πάντοτε 1, καθώς βασίζονται σε πίνακες συχνοτήτων 2×2.

17.5. ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ χ^2

Παρά το γεγονός ότι το χ^2 είναι ένα μη παραμετρικό στατιστικό κριτήριο, υπάρχουν αρκετές προϋποθέσεις που πρέπει να ικανοποιούνται προκειμένου να μπορέσουμε να το χρησιμοποιήσουμε. Δυστυχώς, πολλοί ερευνητές αγνοούν ή αδιαφορούν για τις προϋποθέσεις και τους περιορισμούς αυτούς, καθιστώντας το χ^2 μία στατιστική δοκιμασία με ένα από τα υψηλότερα ποσοστά λανθασμένης χρήσης. Το χειρότερο μάλιστα είναι ότι ακόμη και τα διάφορα εγχειρίδια στατιστικής διαφωνούν ως προς αυτές τις προϋποθέσεις.

Οι τρεις πρώτοι περιορισμοί είναι ξεκάθαροι, αν και πολύ συχνά διαπιστώνει κανείς ότι παραβιάζονται. Κατ' αρχάς, οι συμμετέχοντες πρέπει να εμφανίζονται μία μόνο φορά (σε ένα μόνο φατνίο) στον πίνακα διπλής εισόδου. Δηλαδή, δεν επιτρέπεται να περιλαμβάνονται δύο παρατηρήσεις από το ίδιο άτομο στον πίνακα, ούτε όμως και να παραλείπονται δεδομένα από κάποιο συμμετέχοντα. Σε μία μόνο περίπτωση μπορεί να παραβιαστεί αυτός ο περιορισμός: όταν όλα τα δεδομένα που έχουν συγκεντρωθεί αφορούν στο ίδιο άτομο.

Ο δεύτερος κανόνας ορίζει με σαφήνεια ότι στα φατνία του πίνακα πρέπει να εμφανίζονται πραγματικές συχνότητες και όχι ποσοστά ή αναλογίες. Ωστόσο, το ερώτημα που προκύπτει είναι το εξής: Πώς είναι δυνατόν να βλέπουμε τόσο συχνά τη χρήση του χ^2 με ποσοστά; Η απάντηση μπορεί να είναι είτε ότι ο ερευνητής το εφαρμόζει λανθασμένα πάνω στα ποσοστά (σε μία τέτοια περίπτωση δεν παίρνει έγκυρη τιμή του χ^2 και το τεστ στο σύνολό του δεν έχει καμία αξία), είτε πρώτα μετέτρεψε τα ποσοστά σε συχνότητες (εφόσον γνώριζε τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων) και στη συνέχεια εφήρμοσε το χ^2 πάνω στις συχνότητες.

Τρίτον, το σύνολο των αναμενόμενων συχνοτήτων πρέπει να είναι ίσο με το σύνολο των πραγματικών συχνοτήτων. Με άλλα λόγια, πρέπει να προσέχουμε ιδιαίτερα κατά τον υπολογισμό των αναμενόμενων συχνοτήτων, γιατί ένα σφάλμα σε αυτό το στάδιο έχει σημαντικές επιπτώσεις στον υπολογισμό της τιμής του χ^2.

Τέλος, υπάρχει ένας τέταρτος περιορισμός ο οποίος έχει προκαλέσει πάρα πολλές διαφωνίες μεταξύ των επιστημόνων. Πρόκειται για την περίπτωση εκείνη κατά την οποία σε ορισμένα φατνία του πίνακα διπλής εισόδου οι αναμενόμενες συχνότητες είναι χαμηλές. Το χ^2 βασίζεται εν μέρει στην υπόθεση ότι, αν ένα πείραμα επαναλαμβανόταν άπειρες φορές με τον ίδιο αριθμό συμμετεχόντων, οι πραγματικές συχνότητες σε κάθε φατνίο του πίνακα θα σχημάτιζαν κανονική κατανομή γύρω από την αναμενόμενη συχνότητα.

Όταν όμως η αναμενόμενη συχνότητα είναι πολύ χαμηλή (π.χ., 1), δεν είναι δυνατόν οι πραγματικές συχνότητες να σχηματίσουν κανονική κατανομή γύρω από αυτήν. Το πρόβλημα έγκειται στο γεγονός ότι, ενώ όλοι συμφωνούν πως ένας μεγάλος αριθμός χαμηλών αναμενομένων συχνοτήτων αυξάνει σημαντικά τον κίνδυνο για ένα σφάλμα Τύπου Ι, όταν πρέπει να δοθεί απάντηση στο ερώτημα ποια μπορεί να θεωρηθεί χαμηλή αναμενόμενη συχνότητα αλλά και ποιος είναι ένας μεγάλος αριθμός από τέτοιες συχνότητες, διατυπώνονται πολλές διαφορετικές απόψεις. Οι απαντήσεις που δίνονται στα ερωτήματα αυτά από τα διάφορα εγχειρίδια στατιστικής είναι τόσες όσα σχεδόν και τα εγχειρίδια, ενώ αποτελούν ακόμη αντικείμενο συζήτησης στα επιστημονικά περιοδικά του χώρου. Οι απόψεις διίστανται σε πολύ μεγάλο βαθμό, και στο παρόν βιβλίο καταβλήθηκε προσπάθεια να συμβιβαστούν και να συνοψιστούν στο σύνολό τους στις ακόλουθες τρεις συμβουλές:

1. Οι αναμενόμενες συχνότητες εξαρτώνται απόλυτα από το πλήθος των συμμετεχόντων στην έρευνα που έχει πραγματοποιηθεί. Επομένως, ο απλούστερος και συγχρόνως ασφαλέστερος τρόπος για να αποφευχθεί το πρόβλημα είναι να καταβληθεί προσπάθεια ώστε να συγκεντρωθούν δεδομένα από αρκετούς συμμετέχοντες (τουλάχιστον 20 για κάθε φατνίο του πίνακα διπλής εισόδου).

2. Όταν ο πίνακας διπλής εισόδου είναι μικρός (9 ή λιγότερα φατνία), όλες οι αναμενόμενες συχνότητες θα πρέπει να είναι ίσες ή μεγαλύτερες του 5 (Howell, 2010).
3. Αν έχουμε περισσότερους από 20 συμμετέχοντες, το χ^2 δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί, εφόσον τρία ή περισσότερα φατνία έχουν αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη από 5 (Coolican, 1994).

17.6. Η ΚΛΗΡΟΝΟΜΙΑ ΤΟΥ YATES: ΝΑ ΔΙΟΡΘΩΣΟΥΜΕ ή ΟΧΙ;

Πολλά στατιστικά εγχειρίδια περιλαμβάνουν τη **διόρθωση Yates** (Yates' correction, από το όνομα του επιστήμονα ο οποίος και την πρότεινε το 1934), η οποία γίνεται κατά τη διαδικασία υπολογισμού του χ^2 *όταν υπάρχει μόνο ένας βαθμός ελευθερίας* (δηλαδή στην περίπτωση 2×2, αλλά και 1×2). Ο λόγος για τον οποίο προέκυψε αυτή η διόρθωση σχετίζεται με την άποψη ότι το χ^2 δεν είναι πολύ ασφαλές στην περίπτωση του ενός βαθμού ελευθερίας, όπου και είναι αυξημένες οι πιθανότητες σφάλματος Τύπου Ι.

Διόρθωση Yates
Τροποποίηση στον υπολογισμό του χ^2 όταν οι βαθμοί ελευθερίας είναι 1.

Στην περίπτωση αυτή το χ^2 υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(|\Pi - \mathrm{A}| - 0{,}5)^2}{\mathrm{A}},$$

όπου

$|\Pi - \mathrm{A}|$ = η απόλυτη τιμή (η τιμή χωρίς πρόσημο) της διαφοράς της πραγματικής συχνότητας Π από την αναμενόμενη συχνότητα Α για καθεμία από τις κατηγορίες της μεταβλητής.

Επομένως, η διαφορά μεταξύ πραγματικής και αναμενόμενης συχνότητας για κάθε φατνίο μειώνεται κατά 0,5 πριν υψωθεί στο τετράγωνο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μία μικρότερη τιμή του χ^2 και μικρότερες πιθανότητες για ένα σφάλμα Τύπου Ι. Για παράδειγμα, αν εφαρμόσουμε τη διόρθωση Yates στα δεδομένα του πίνακα 17.3, η τιμή του χ^2 που θα προκύψει είναι 21,78 (ενώ η τιμή του χ^2 πριν τη διόρθωση ήταν 23,12).

Σήμερα, ωστόσο, πολλοί στατιστικολόγοι (Bradley, Bradley, McGrath & Cutcomb, 1979. Camilli & Hopkins, 1978, 1979. Overall, 1980) θεωρούν τη διόρθωση Yates πολύ «συντηρητική» (η διόρθωση που κάνει στο χ^2 είναι πολύ μεγάλη) και υποστηρίζουν ότι μπορεί να οδηγήσει αντίστοιχα σε ένα σφάλμα Τύπου ΙΙ (για μία πιο διεξοδική συζήτηση αυτού του θέματος, βλ. Howell, 2010).

Το SPSS υπολογίζει αυτόματα μία επιπλέον σειρά αποτελεσμάτων στην περίπτωση πινάκων 2×2, η οποία παρουσιάζει τα αποτελέσματα της διόρθωσης αυτής (Continuity Correction).

17.7. Η ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ χ^2 ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

Το στατιστικό κριτήριο χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη σύγκριση ποσοστών, με την προϋπόθεση, ωστόσο, ότι γνωρίζουμε το μέγεθος του δείγματος. Αυτό συμβαίνει γιατί *πρέπει να μετατρέψουμε τα ποσοστά σε συχνότητες*. Είναι ανάγκη να τονιστεί ότι η εφαρμογή του χ^2 κατευθείαν στα ποσοστά δεν είναι σωστή διαδικασία (παρά το γεγονός ότι ορισμένοι ερευνητές κάνουν συχνά αυτό το λάθος).

Ας υποθέσουμε, λοιπόν, ότι 124 αγόρια και 153 κορίτσια πήραν μέρος σε ένα πείραμα, κατά το οποίο τους ζητήθηκε να λύσουν ένα πρόβλημα. Στον πίνακα 17.6.α. που ακολουθεί παρουσιάζονται τα ποσοστά επιτυχίας των αγοριών και των κοριτσιών.

Ποσοστιαία δεδομένα του πειράματος — Πίνακας 17.6.α.

	Αγόρια	Κορίτσια
Σωστή λύση	21%	28%
Λανθασμένη λύση	79%	72%
Σύνολο	**100%**	**100%**

Η **μηδενική υπόθεση** την οποία ο πειραματιστής καλείται να ελέγξει είναι: οι πιθανότητες να δοθεί μία σωστή ή μία λανθασμένη λύση είναι ίδιες τόσο για τα αγόρια όσο και για τα κορίτσια. Αντίστοιχα, η **εναλλακτική υπόθεση** έχει ως εξής: οι πιθανότητες να δοθεί μία σωστή ή μία λανθασμένη λύση δεν είναι ίδιες για τα αγόρια και τα κορίτσια.

Οι τιμές του πίνακα 17.6.β. υπολογίστηκαν με βάση τα ήδη γνωστά σύνολα των αγοριών και των κοριτσιών που πήραν μέρος στο πείραμα (124 και 153, αντίστοιχα) και τα ποσοστά που παρουσιάζονται στον πίνακα 17.6.α. Για παράδειγμα, η πραγματική συχνότητα του πρώτου φατνίου (αγόρια που έδωσαν σωστή λύση) υπολογίζεται ως εξής:

$$\Pi = \frac{\text{ποσοστό} \times \text{συνολικός αριθμός αγοριών}}{100} = \frac{21 \times 124}{100} = 26$$

Τα δεδομένα του πειράματος ύστερα από τη μετατροπή τους σε συχνότητες — Πίνακας 17.6.β.

	Αγόρια	Κορίτσια	Σύνολο
Σωστή λύση	26 (30,9)	43 (38,1)	**69**
Λανθασμένη λύση	98 (93,1)	110 (114,9)	**208**
Σύνολο	**124**	**153**	**277**

Σημείωση: Οι τιμές στις παρενθέσεις είναι οι αναμενόμενες συχνότητες.

Η τιμή του χ^2 υπολογίζεται ως εξής:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(\Pi - A)^2}{A} =$$

$$= \frac{(26-30{,}9)^2}{30{,}9} + \frac{(43-38{,}1)^2}{38{,}1} + \frac{(98-93{,}1)^2}{93{,}1} + \frac{(110-114{,}9)^2}{114{,}9} = 1{,}87$$

Δεδομένου ότι η κρίσιμη τιμή του πίνακα 7 (παράρτημα Α) για df=1 και για αμφίπλευρο έλεγχο σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας α=0,05 είναι 3,84, πρέπει να δεχτούμε τη μηδενική υπόθεση και να συμπεράνουμε ότι οι δύο μεταβλητές (φύλο και λύση) είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Τέλος, σύμφωνα με τα πρότυπα της APA, το αποτέλεσμα αυτό διατυπώνεται ως εξής:

$$\boldsymbol{\chi^2(1)=1{,}87,\ \mathrm{ns}}$$

Βαθμοί ελευθερίας

Τιμή του χ^2

Στατιστικώς μη σημαντικό αποτέλεσμα

Ανακεφαλαίωση

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάσαμε το στατιστικό κριτήριο χ^2, το οποίο χρησιμοποιείται για την ανάλυση ποιοτικών δεδομένων.

Αρχικά εξετάσαμε το χ^2 ως κριτήριο καλής προσαρμογής, δηλαδή τη χρήση του για τη σύγκριση συχνοτήτων που προέρχονται από μία μεταβλητή μόνο. Στη συνέχεια, παρουσιάσαμε τη χρήση του χ^2 για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας δύο μεταβλητών, η οποία αποτελεί και την περίπτωση όπου το χ^2 χρησιμοποιείται συχνότερα.

Το κεφάλαιο ολοκληρώθηκε με την παρουσίαση των προϋποθέσεων που πρέπει να πληρούνται (αναφορικά με τη φύση των δεδομένων, το πλήθος του δείγματος και των αναμενόμενων συχνοτήτων), ώστε ο υπολογισμός του χ^2 να είναι έγκυρος.

Ασκήσεις κατανόησης

1 Μία ερευνήτρια θέλει να μελετήσει τη σχέση ανάμεσα στο σωματικό βάρος και στη χώρα προέλευσης. Για να μετρήσει το βάρος των συμμετεχόντων χρησιμοποιεί το βάρος σε κιλά. Μπορεί η ερευνήτρια να χρησιμοποιήσει το κριτήριο χ^2 για να ελέγξει την υπόθεσή της;

2 Το μέγεθος της οικογένειας (3μελής, 4μελής, 5μελής, 6μελής) επηρεάζει την ικανότητα ανάγνωσης (υψηλή, μέτρια, χαμηλή). Είναι αυτή μία ορθή εναλλακτική υπόθεση για να εξεταστεί με τη χρήση του κριτηρίου χ^2;

3 Ποια η διαφορά ανάμεσα στις πραγματικές και στις αναμενόμενες συχνότητες; Γιατί είναι σημαντικές για τον υπολογισμό του κριτηρίου χ^2;

4 Σύμφωνα με τη θεωρία, αν οι πραγματικές συχνότητες μιας μεταβλητής είναι τυχαίες, ποια θα πρέπει να είναι η σχέση τους με τις αναμενόμενες συχνότητες;

5 Αν θέλουμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο η κατανομή που έχει το δείγμα μας πλησιάζει την κατανομή που θα αναμέναμε να είχε σύμφωνα με τη θεωρία μας, ποιο τύπο κριτηρίου χ^2 θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε;

6 Πότε χρησιμοποιούμε το κριτήριο χ^2 ως κριτήριο ανεξαρτησίας;

7 Ένας ερευνητής θέλει να μελετήσει τη σχέση ανάμεσα στην επαγγελματική καθοδήγηση (υπάρχει – δεν υπάρχει) και στη σιγουριά που νιώθει το άτομο για την επαγγελματική του επιλογή (έχει – δεν έχει). Η ανάλυση έδειξε στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα. Τι συμπεραίνετε για τη σχέση μεταξύ των δύο αυτών μεταβλητών;

8 Μία ερευνήτρια θέλησε να μελετήσει τη σχέση μεταξύ νέων πτυχιούχων και ανεργίας. Για τον σκοπό αυτό ζήτησε τα δεδομένα από την Ελληνική Στατιστική Αρχή. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα στοιχεία που της έδωσαν. Μπορεί να χρησιμοποιήσει το κριτήριο χ^2;

Άνεργοι	Εργαζόμενοι
38%	62%

9 Ποιο πρόβλημα υπάρχει όταν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο χ^2 για τη σύγκριση ενός πίνακα διπλής εισόδου 2×2; Πώς θα αντιμετωπίζαμε ένα τέτοιο πρόβλημα;

10 Ποιο είναι πιο ισχυρό στατιστικό κριτήριο για τη μελέτη της επίδρασης μιας ανεξάρτητης μεταβλητής στην εξαρτημένη: το κριτήριο χ^2 ή το κριτήριο t;