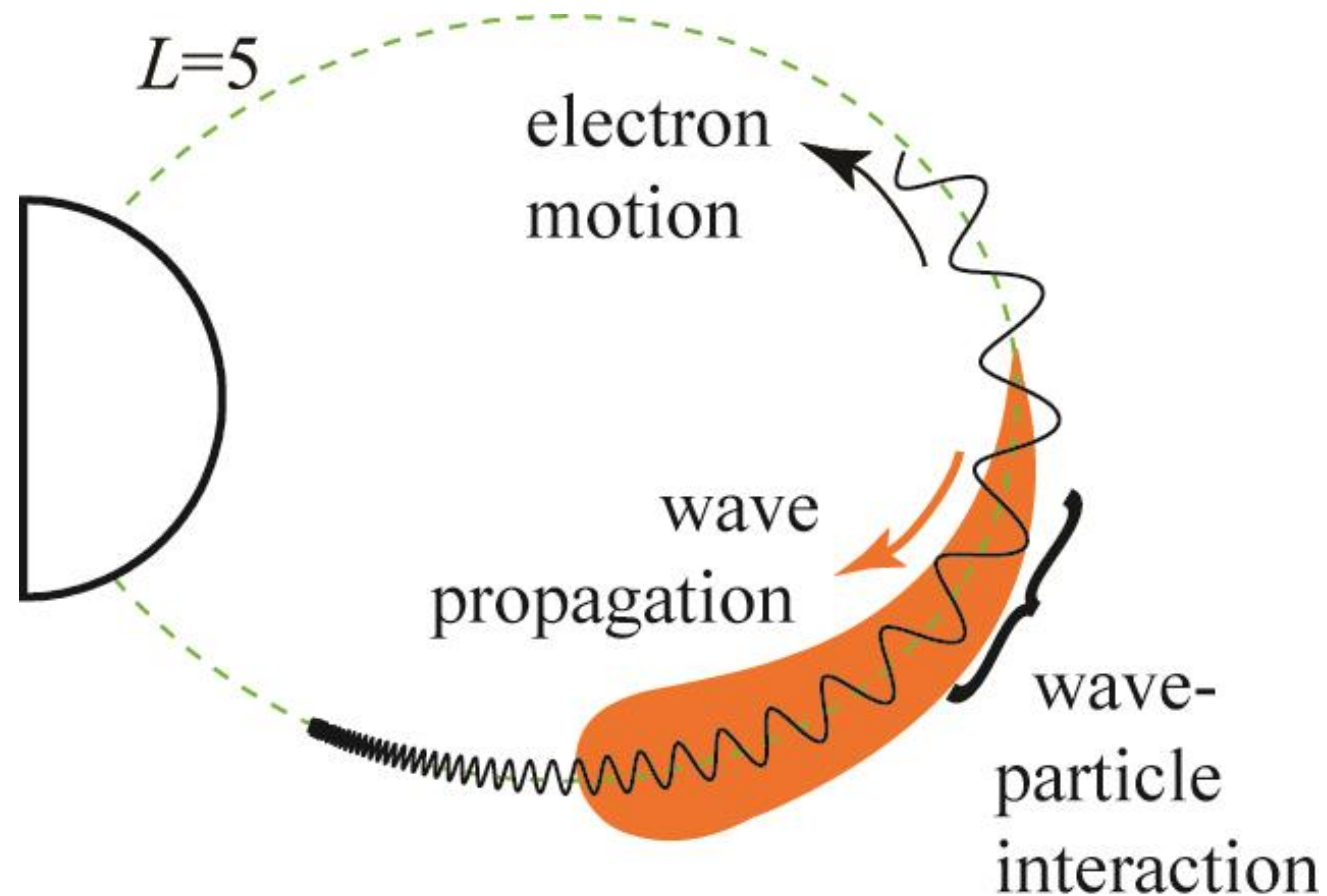


Space Physics Master's Course

Lecture 2







ΜΟΥΣΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ ΤΗΣ ΗΜΕΡΑΣ

Manfred Mann's Earth Band

Time is right

<https://youtu.be/k94hJPc-kaM?si=WQUx8fLzHWLcj-aP>



ΜΟΥΣΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ ΤΗΣ ΗΜΕΡΑΣ

Manfred Mann's Earth Band

Time is right

<https://youtu.be/k94hJPc-kaM?si=WQUx8fLzHWLcj-aP>

from “Nightingales and bombers”

As above so below

<https://youtu.be/b00nVxuc7DA?si=iaUgsBtzFtlk3gMh>



ΜΟΥΣΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ ΤΗΣ ΗΜΕΡΑΣ 2

Rainbow

The temple of the king

https://youtu.be/B7nKzCRL_oo?si=9Aqa4rtDclAmk_1g

from “Richie Blackmore’s Rainbow”



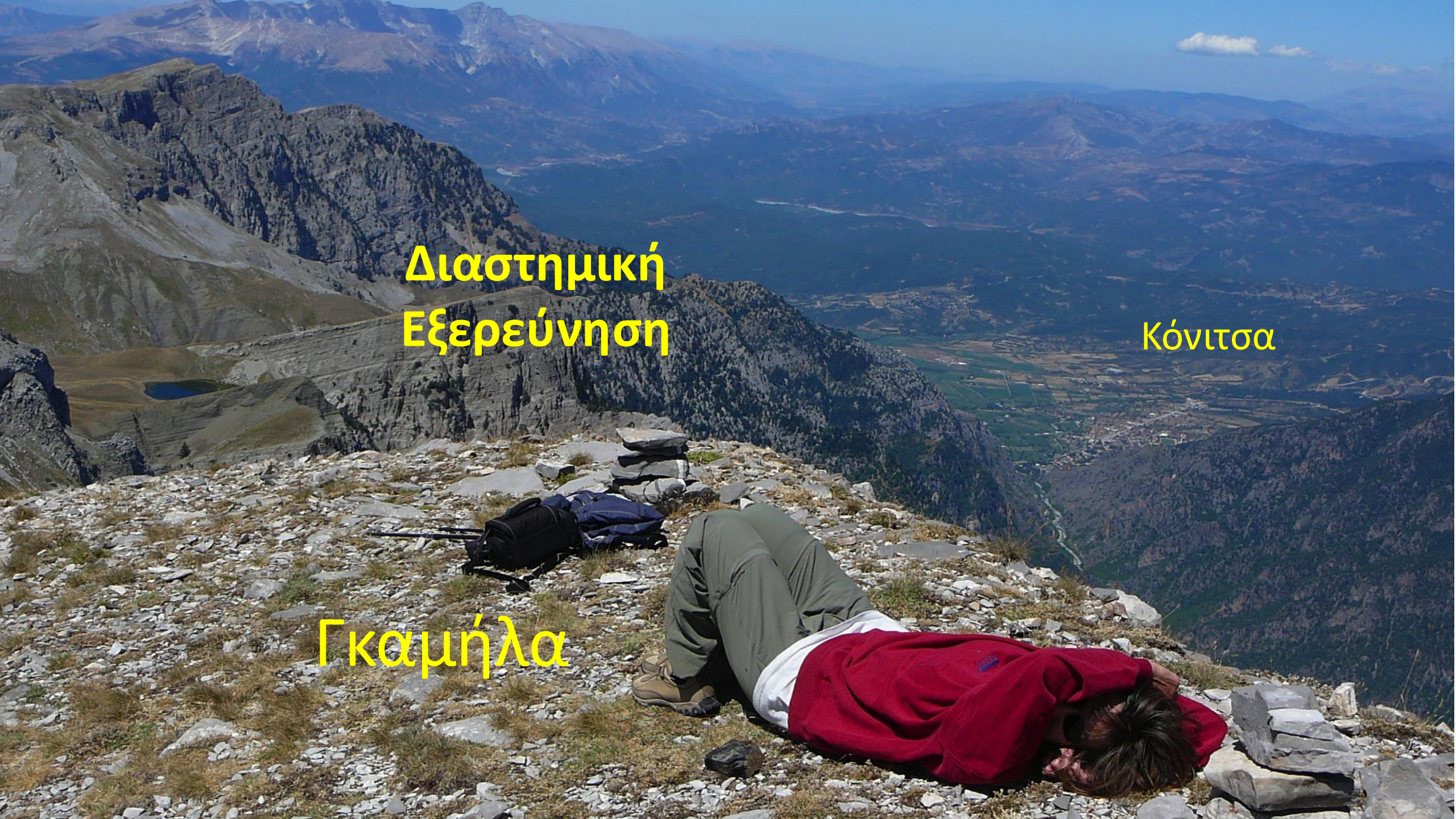
Σύμπαν

Γκαμήλα
(παρατήρηση με τηλεσκόπιο)



Κόνιτσα



A person wearing a red hoodie and olive green pants is lying face down on a rocky, sparsely vegetated mountain ridge. A black backpack and some gear are on the ground nearby. The background features a dramatic mountain landscape with steep, rocky slopes, a small lake, and a deep valley with a river and distant towns under a clear blue sky.

Διαστημική
Εξερεύνηση

Κόνιτσα

Γκαμήλα

RECOMMENDED READING

Διαστημική Φυσική, Κεφάλαιο 3

(<https://repository.kallipos.gr/handle/11419/11507>)

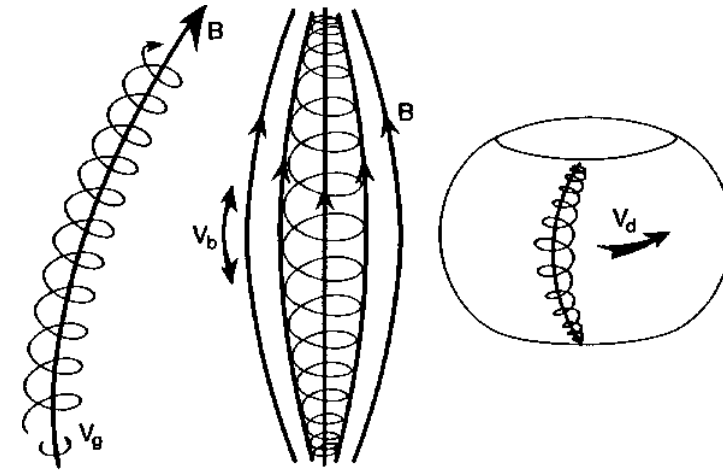
Physics of Earth's Radiation Belts, Κεφάλαιο 2

(<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-030-82167-8.pdf>)

Periodic motion

1 MeV electron, $\alpha = 45^\circ$, $L = 4.5$

- Energetic particles undergo three types of periodic motion:
 - They **gyrate** around the magnetic field
 - They **bounce** between the mirror points
 - They **drift** around the Earth



gyro
motion

bounce
motion

drift
motion

f

10 kHz

3 Hz

1 mHz

T

0.1 ms

0.36 s

15 min

$$\mu = \frac{p_{\perp}^2}{2mB}$$

$$J = \int_{\text{bounce}} p_{\parallel} ds$$

$$\Phi = \int_{\text{drift}} B dS$$

- Associated adiabatic invariant

Κινήσεις Ολίσθησης (Drift)

$\vec{B}$ upward
through the paper

Charge

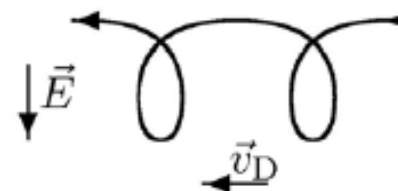
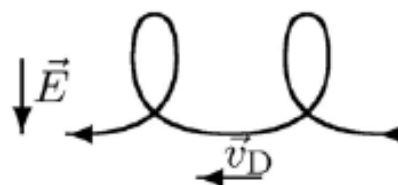
positive

negative

B homogenous



E homogenous

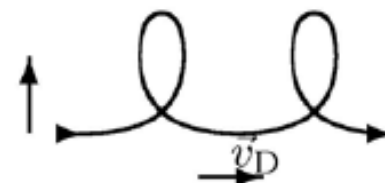
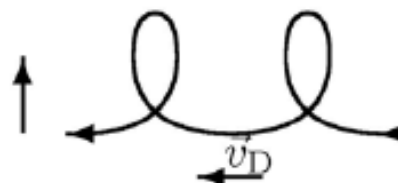


Gravitation

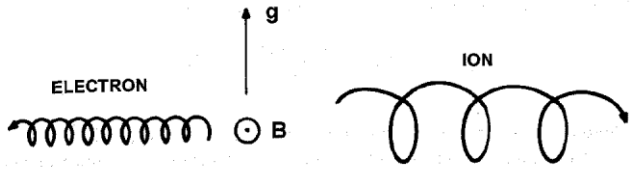
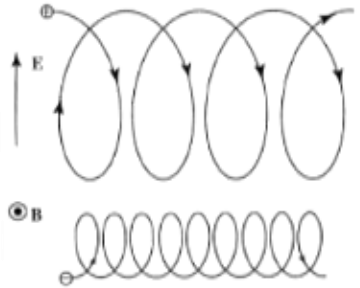
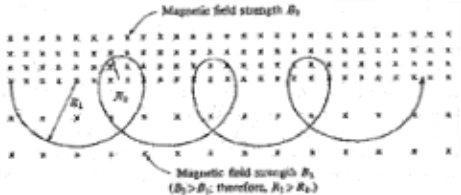
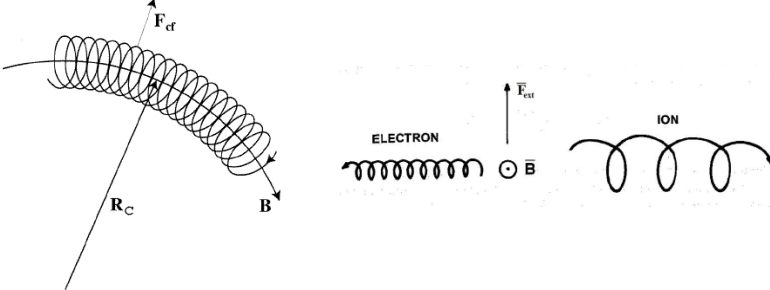


Inhomogeneous B

$\uparrow \text{grad } |\vec{B}|$



Specific Particle Drifts

Gravity:	$\bar{v}_g = \frac{m\bar{g} \times \bar{B}}{qB^2}$	
Electric Field:	$\bar{v}_E = \frac{\bar{E} \times \bar{B}}{B^2}$	
B-Gradient:	$\bar{v}_\nabla = \frac{mv_\perp^2 (\bar{B} \times \nabla B)}{2qB^3}$	
B-Curvature:	$\bar{v}_R = \frac{mv_\parallel^2 (\bar{R}_C \times \bar{B})}{qR_C^2 B^2}$	

Forces on charged particles (single particle theory)

– Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$

Forces on charged particles (single particle theory)

- Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$
- Magnetic force $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

Forces on charged particles (single particle theory)

- Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$
- Magnetic force $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$
- Lorentz force $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

Forces on charged particles (single particle theory)

- Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$
- Magnetic force $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$
- Lorentz force $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$
- Neutral forces $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$

Single Particle Motion

Consider the Lorentz force when $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ and $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ are specified.

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q [\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$$

SI Units

mass (m) - kg

length (l) - m

time (t) - s

electric field (E) - V/m

magnetic field (B) - T

velocity (v) - m/s

F_g stands for non-electromagnetic forces (e.g. gravity)

Single Particle Motion

Consider the Lorentz force when $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ and $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ are specified.

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q [\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$$

SI Units

mass (m) - kg

length (l) - m

time (t) - s

electric field (E) - V/m

magnetic field (B) - T

velocity (v) - m/s

F_g stands for non-electromagnetic forces (e.g. gravity) - **usually ignorable**.

Βασική κίνηση φορτισμένου σωματιδίου

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου q
σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο
κάτω από την επίδραση της δύναμης Lorentz:

Βασική κίνηση φορτισμένου σωματιδίου

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου q
σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο
κάτω από την επίδραση της δύναμης Lorentz:

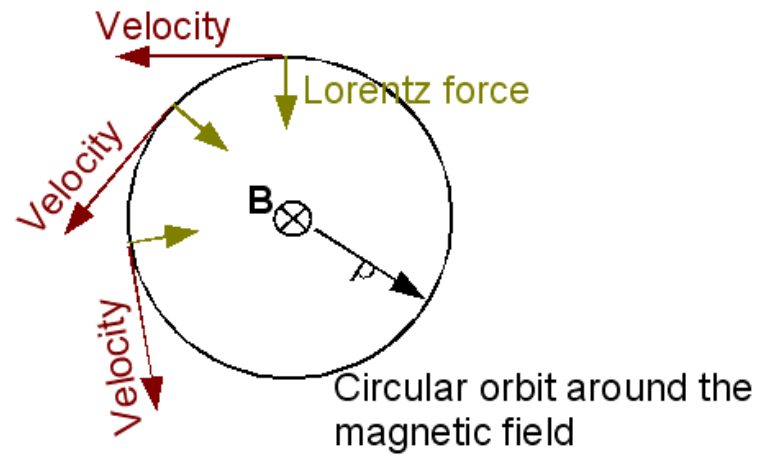
$$\overline{F} = m \frac{d\overline{v}}{dt} = q(\overline{E} + \overline{v} \times \overline{B}) + \overline{F}_{ext}$$

Βασική κίνηση φορτισμένου σωματιδίου

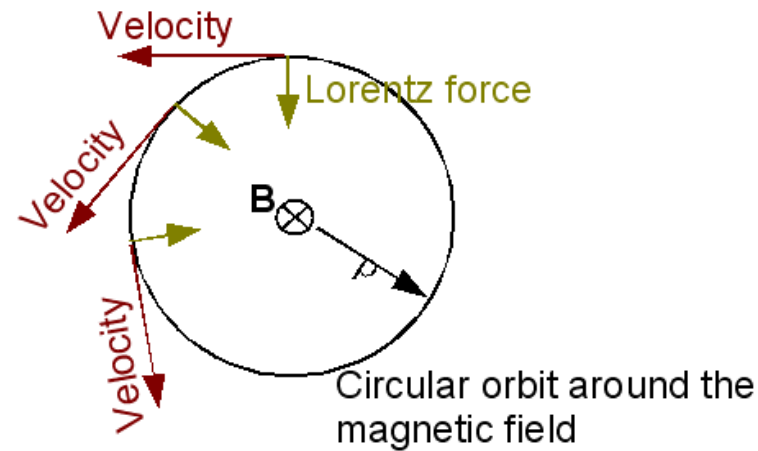
Απλούστερη περίπτωση:

$$E = 0$$

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

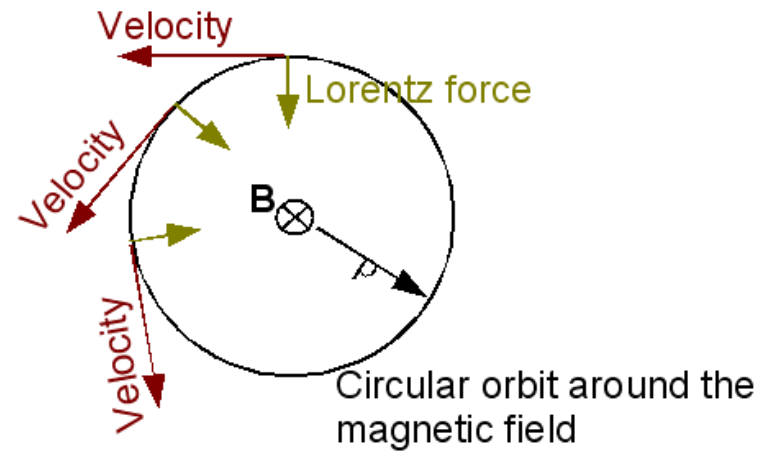


Σε στατικό, ομογενές μαγνητικό πεδίο B ,
με $E=0$ και χωρίς άλλη δύναμη,
το φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί
κυκλική κίνηση γύρω από τη δυναμική γραμμή του B

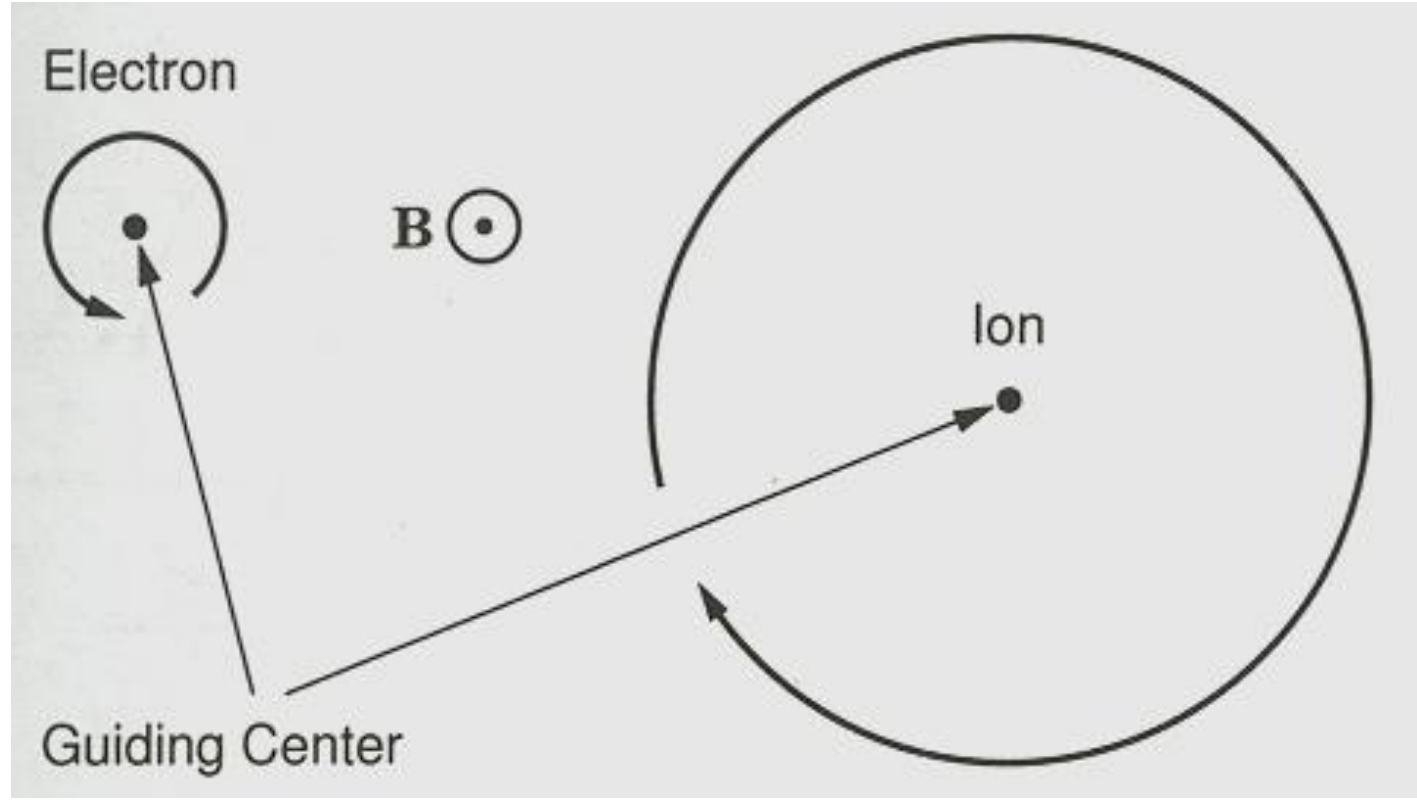


$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Σε στατικό, ομογενές μαγνητικό πεδίο B ,
με $E=0$ και χωρίς άλλη δύναμη,
το φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί
κυκλική κίνηση γύρω από τη δυναμική γραμμή του B



How Boring!



Uniform magnetic field, and $\mathbf{E} = \mathbf{0}$:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

It is customary (and very useful) to set $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}$ (natural comp.)

Note that $(\mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}) \times \mathbf{B} = \mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}$. Then

$$m \frac{d\mathbf{v}_{//}}{dt} = 0, \quad m \frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = q\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B} \text{ or}$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B} = \mathbf{v}_{\perp} \times \Omega \mathbf{b} \text{ with}$$

$$\Omega = \frac{qB}{m}, \quad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B}, \quad \Omega \text{ is the angular gyrofrequency (Lamor frequency)}$$

–If q is positive particle gyrates in left handed sense

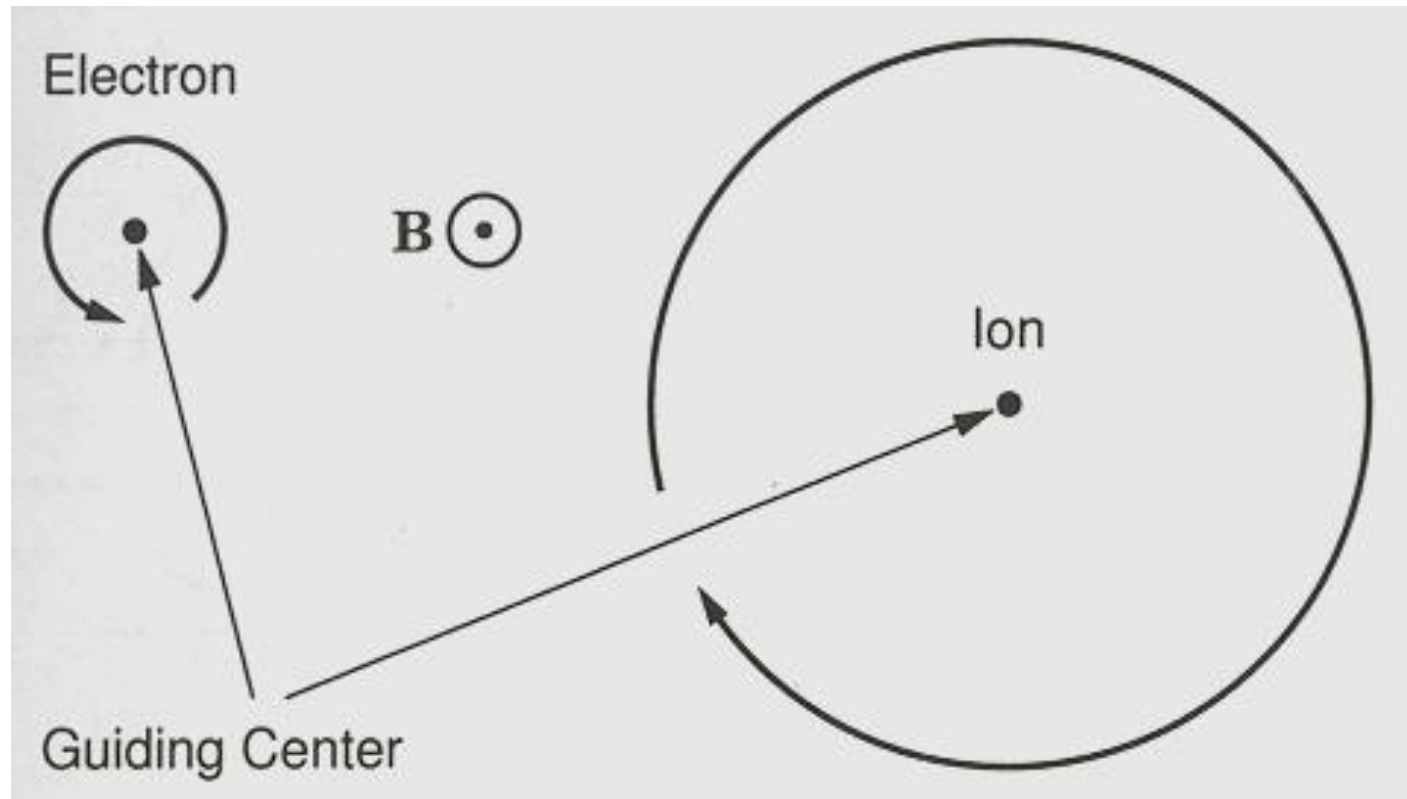
–If q is negative particle gyrates in a right handed sense

$$F_L = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} = q v_{\text{perp}} B$$

$$F_{\text{centr}} = m v_{\text{perp}}^2 / r$$

$$q v_{\text{perp}} B = m v_{\text{perp}}^2 / r$$

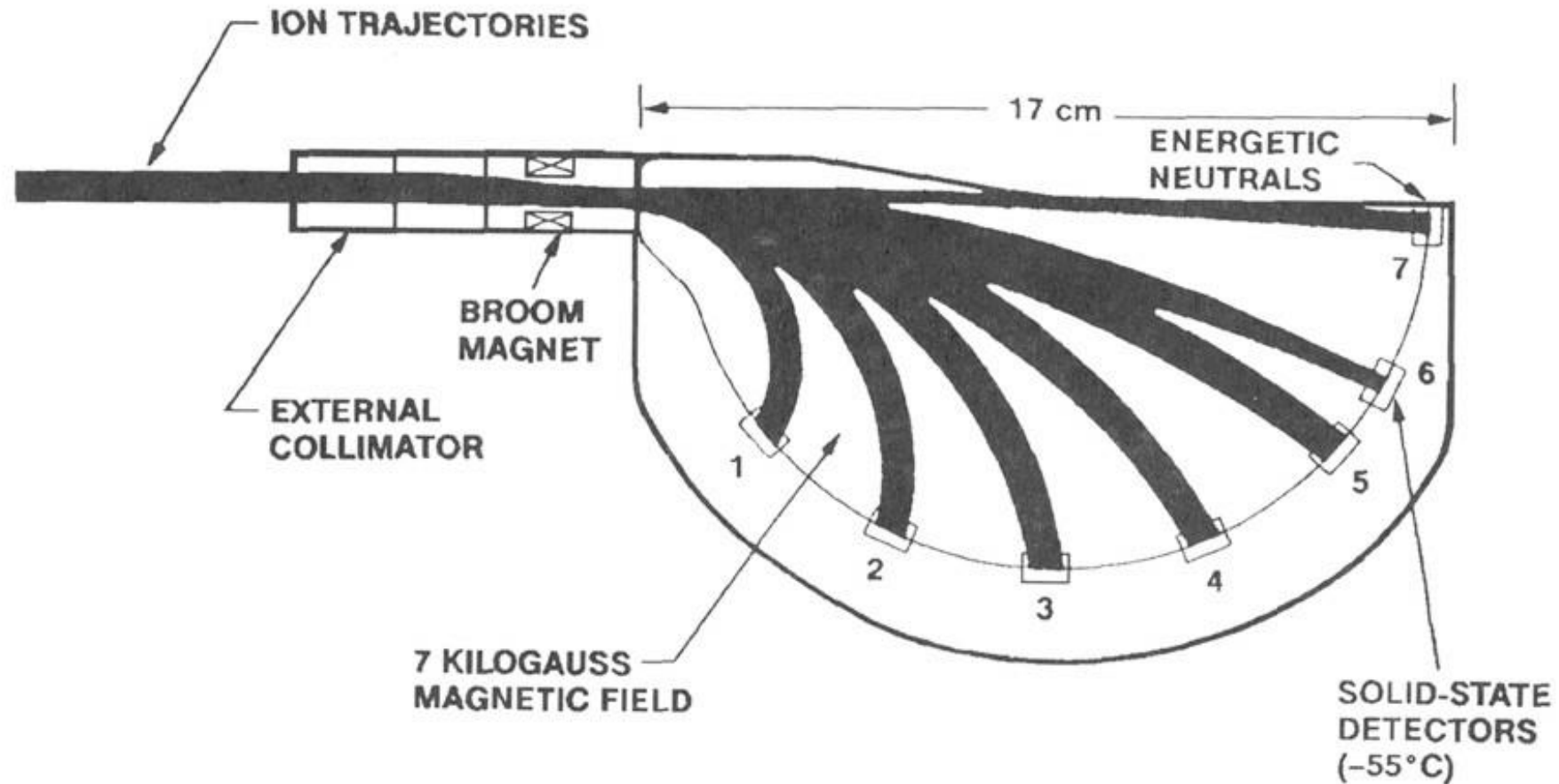
$$\Rightarrow r = m v_{\text{perp}}^2 / q v_{\text{perp}} B = m v_{\text{perp}} / qB ,$$



$$r_c = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

$$\omega_c = \frac{qB}{m}$$

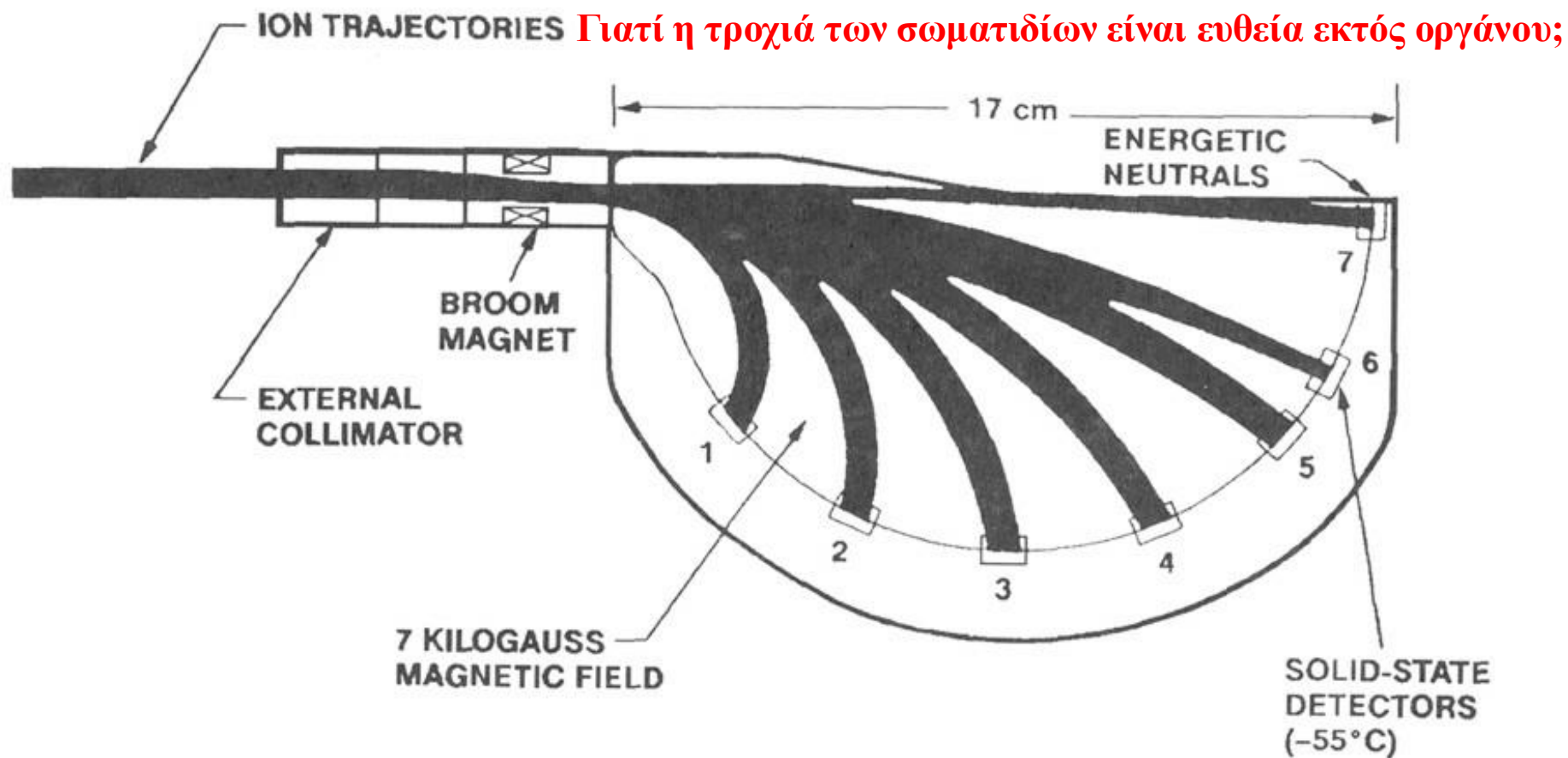
Εφαρμογή: Μαγνητικός φασματογράφος



CRRES Magnetic Spectrograph

$$r_c = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

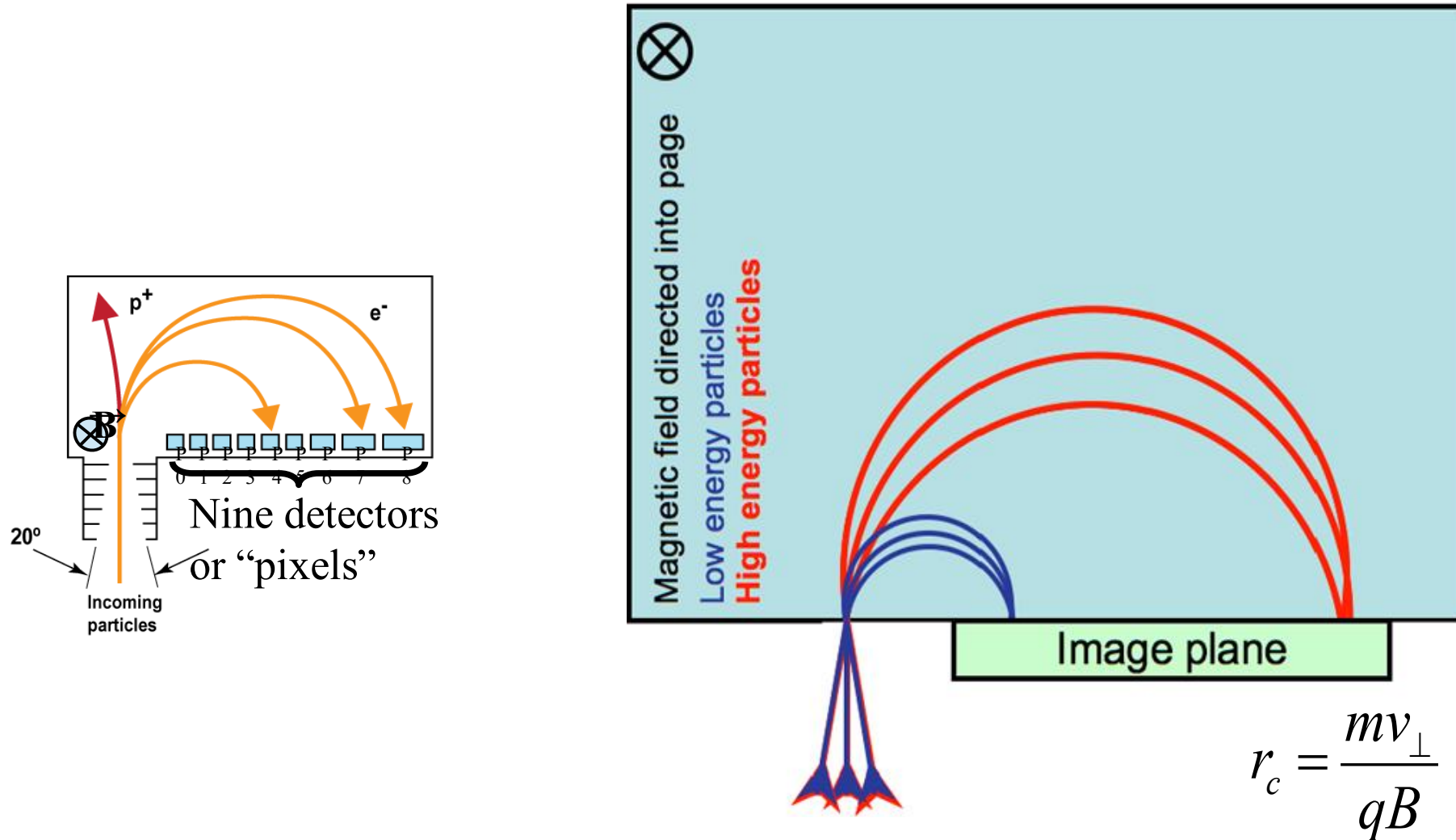
Εφαρμογή: Μαγνητικός φασματογράφος



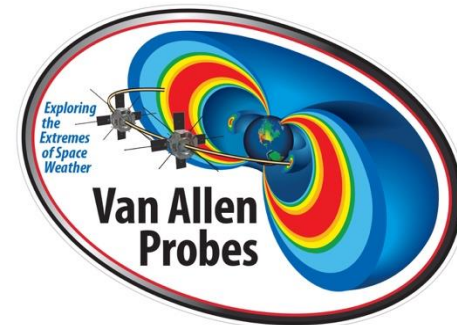
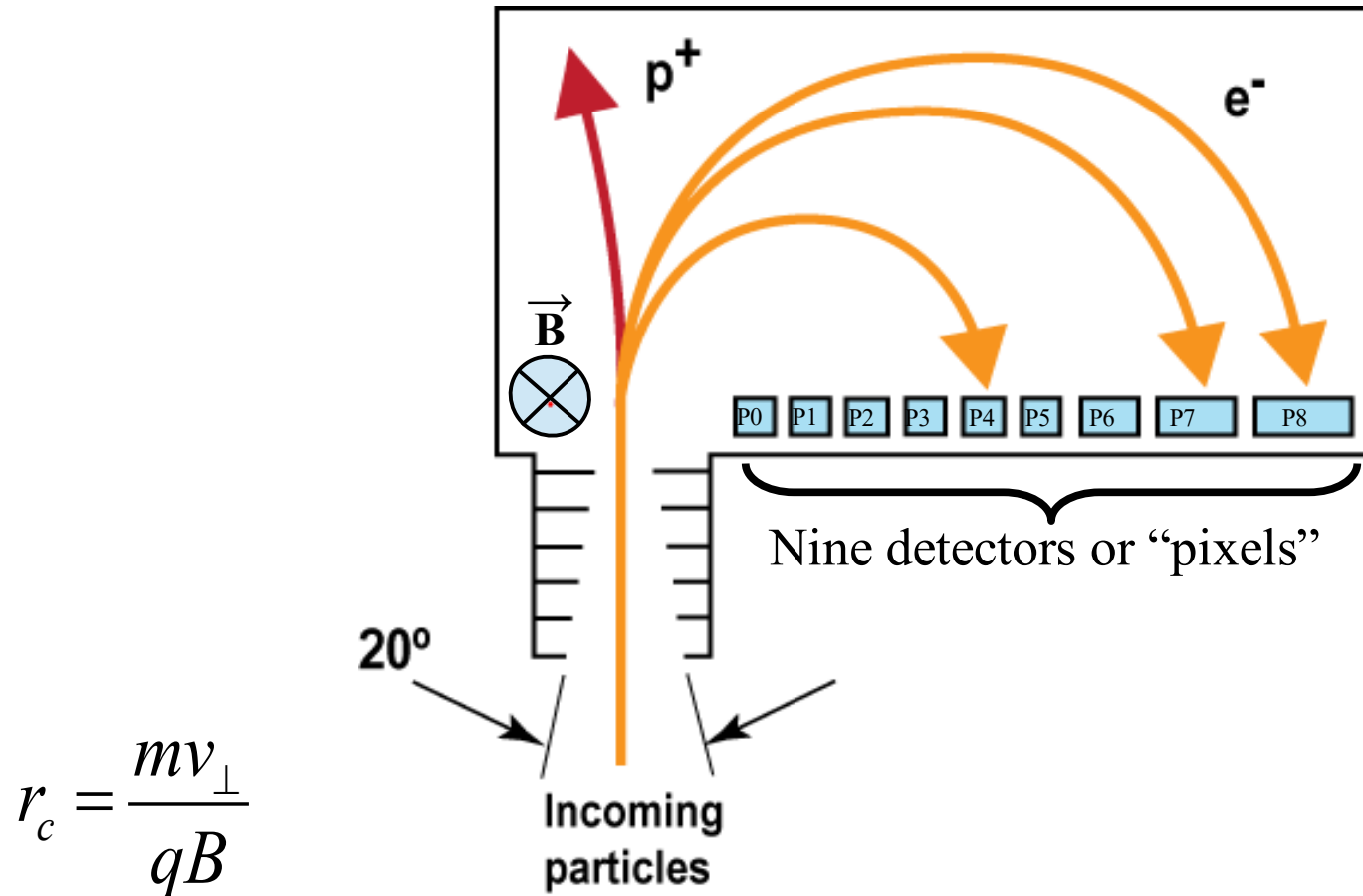
CRRES Magnetic Spectrograph

$$r_c = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

MagEIS: Magnetic Electron Ion Spectrometer of Van Allen Probes



MagEIS: Magnetic Electron Ion Spectrometer of Van Allen Probes



Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου
σε μαγνητικό πεδίο

$$v_{||} = \text{const}$$

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο

$$v_{||} = \text{const}$$

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{||} + \vec{v}_{\perp}$$

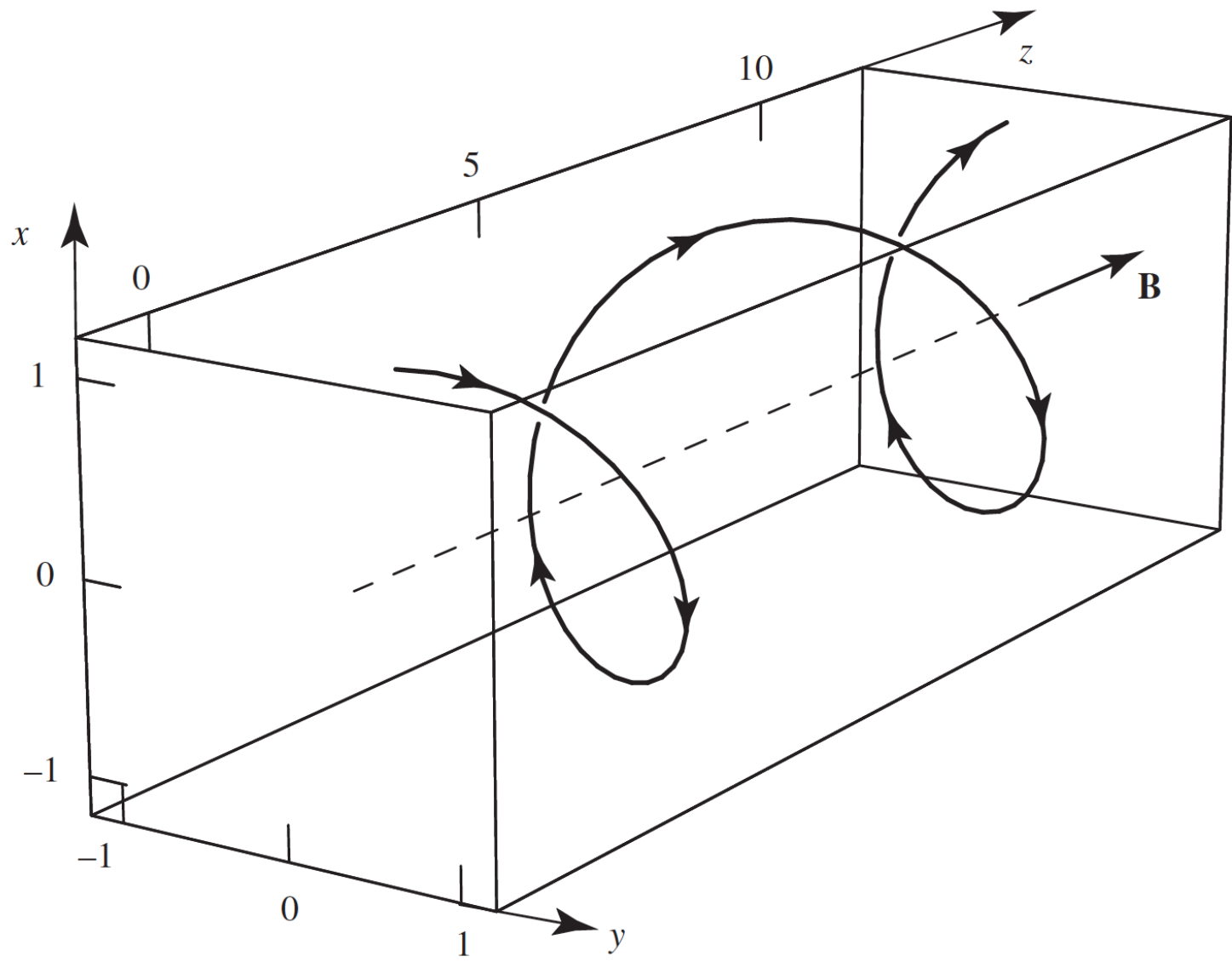
$$\vec{F}_{||} = 0$$

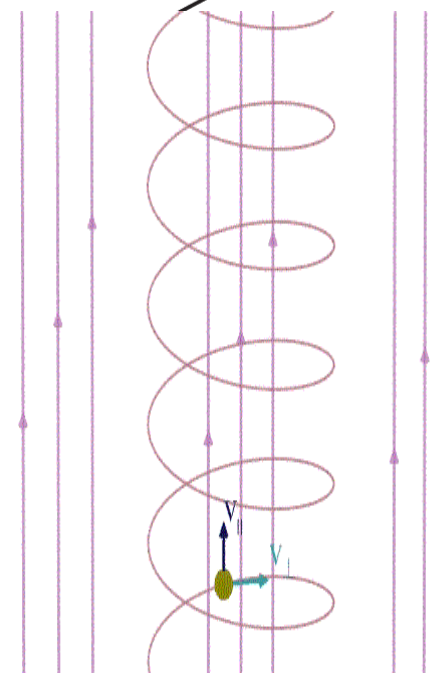
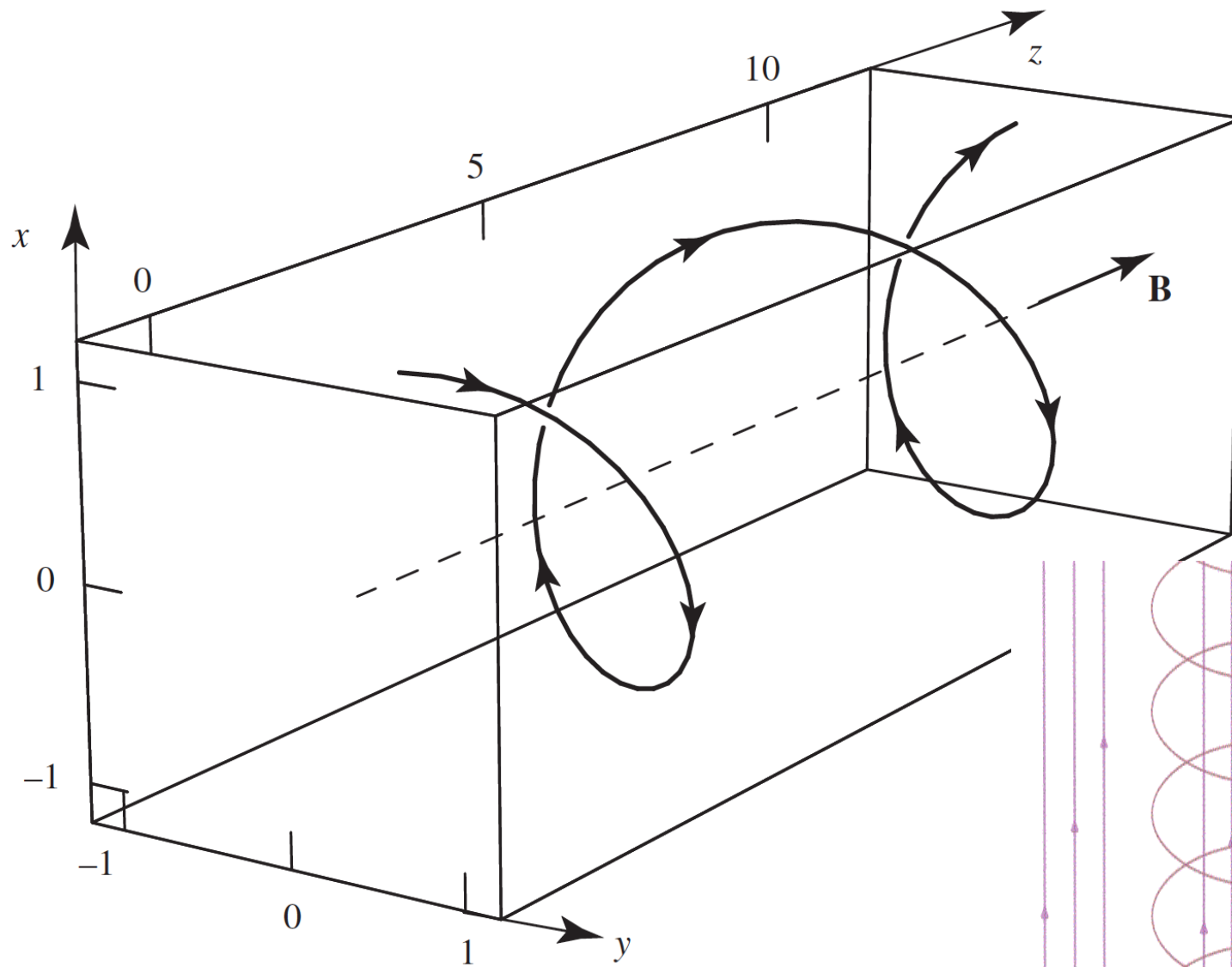
$$\frac{dv_{||}}{dt} = 0 \Rightarrow v_{||} = \text{const}$$

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο

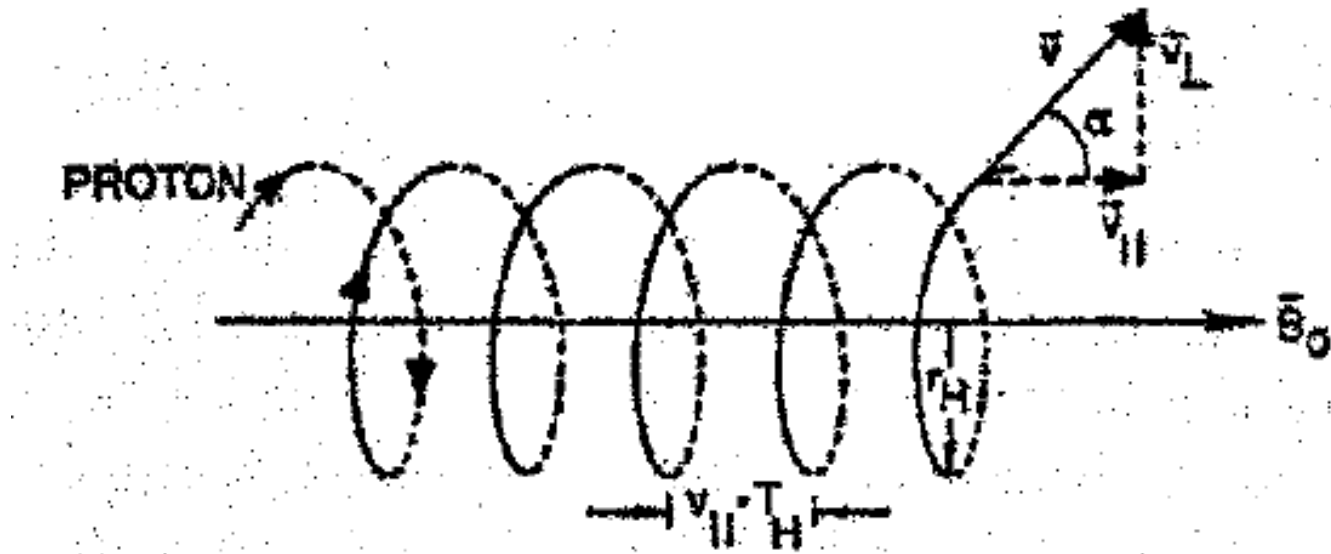
$$v_{||} = \text{const}$$

Για $v_{||} \neq 0$, τί κίνηση θα έχουμε;

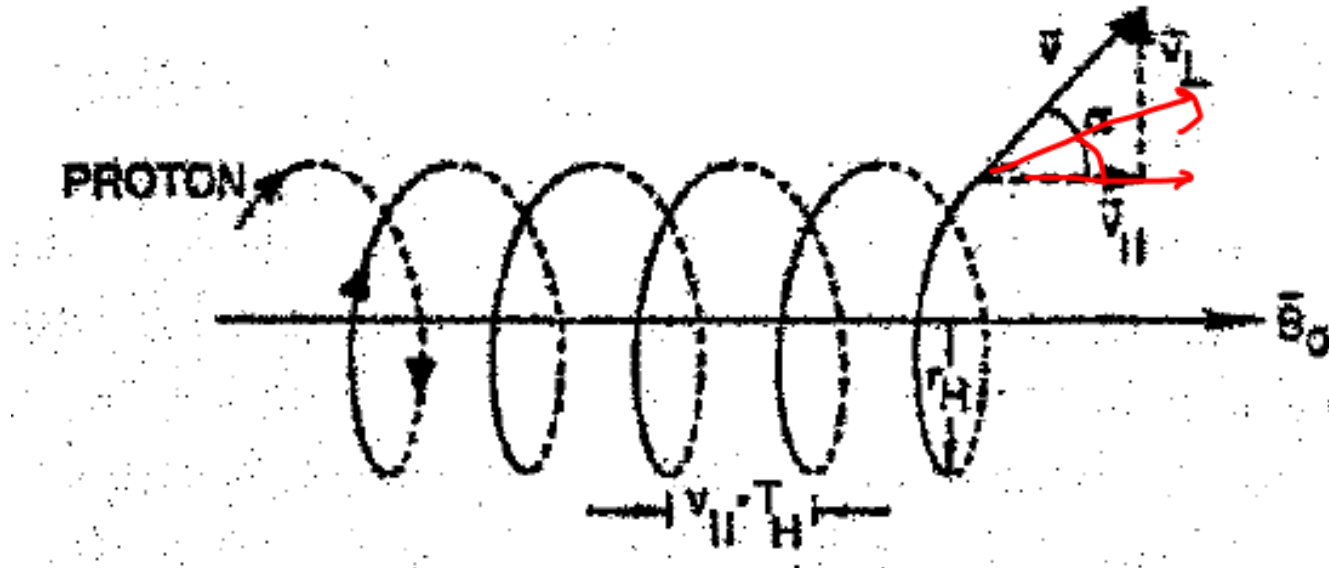




Η κίνηση με $v_{||} \neq 0$ έχει
το σχήμα έλικας κατά μήκος της δυναμικής
γραμμής του μαγνητικού πεδίου



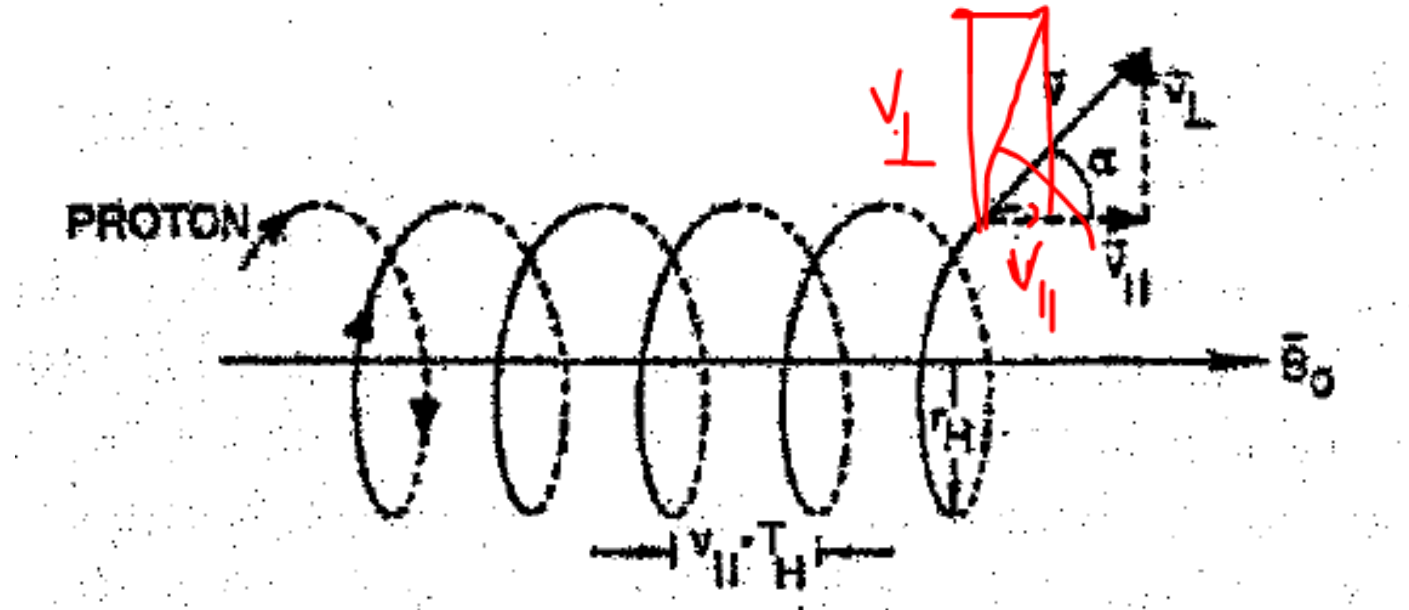
Είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος της ταχύτητας του σωματιδίου και του μαγνητικού πεδίου



$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \right)$$

Για σωματίδια της ίδιας ταχύτητας, μικρότερη α σημαίνει ...

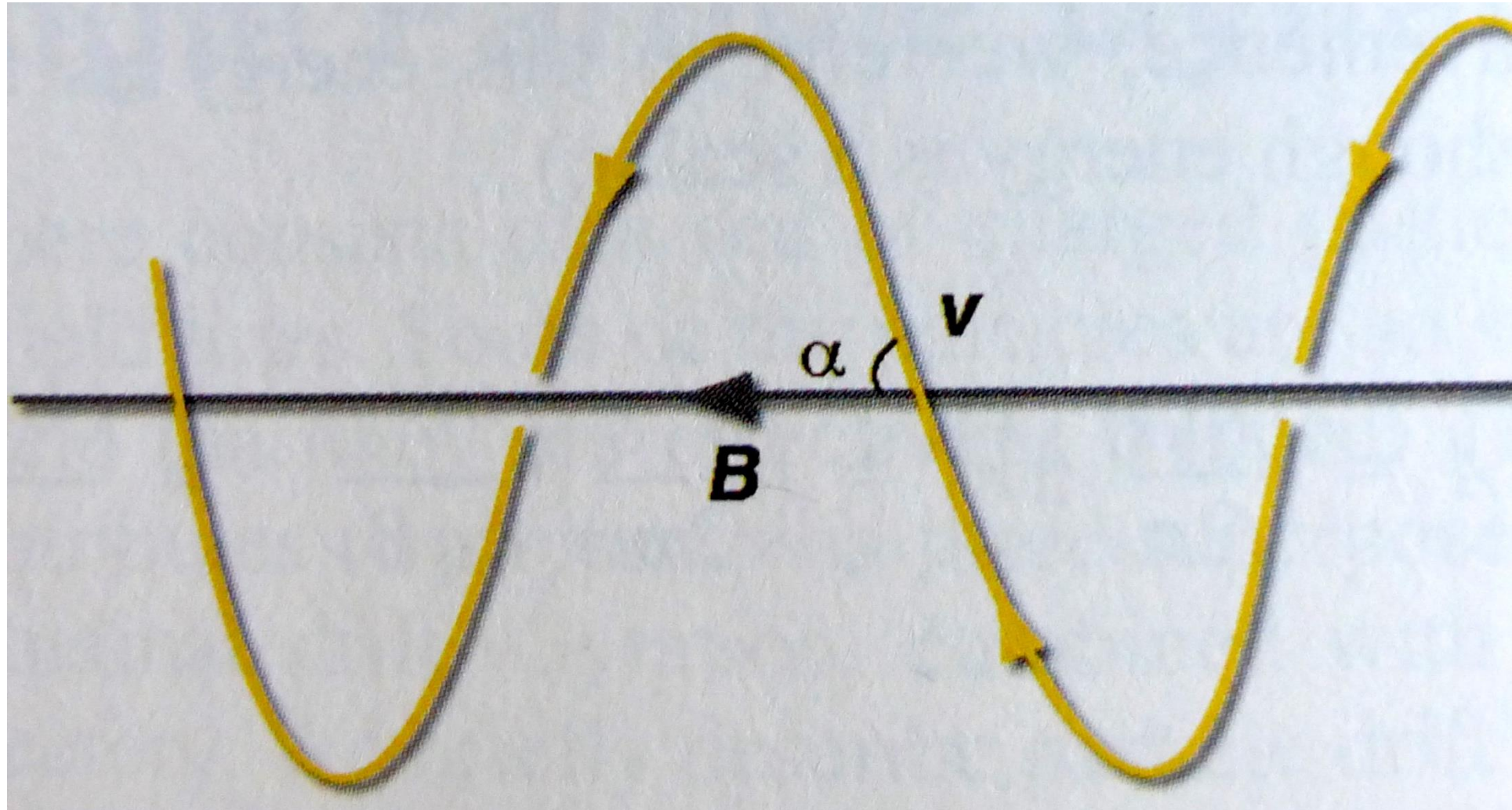
Είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος της ταχύτητας
του σωματιδίου και του μαγνητικού πεδίου



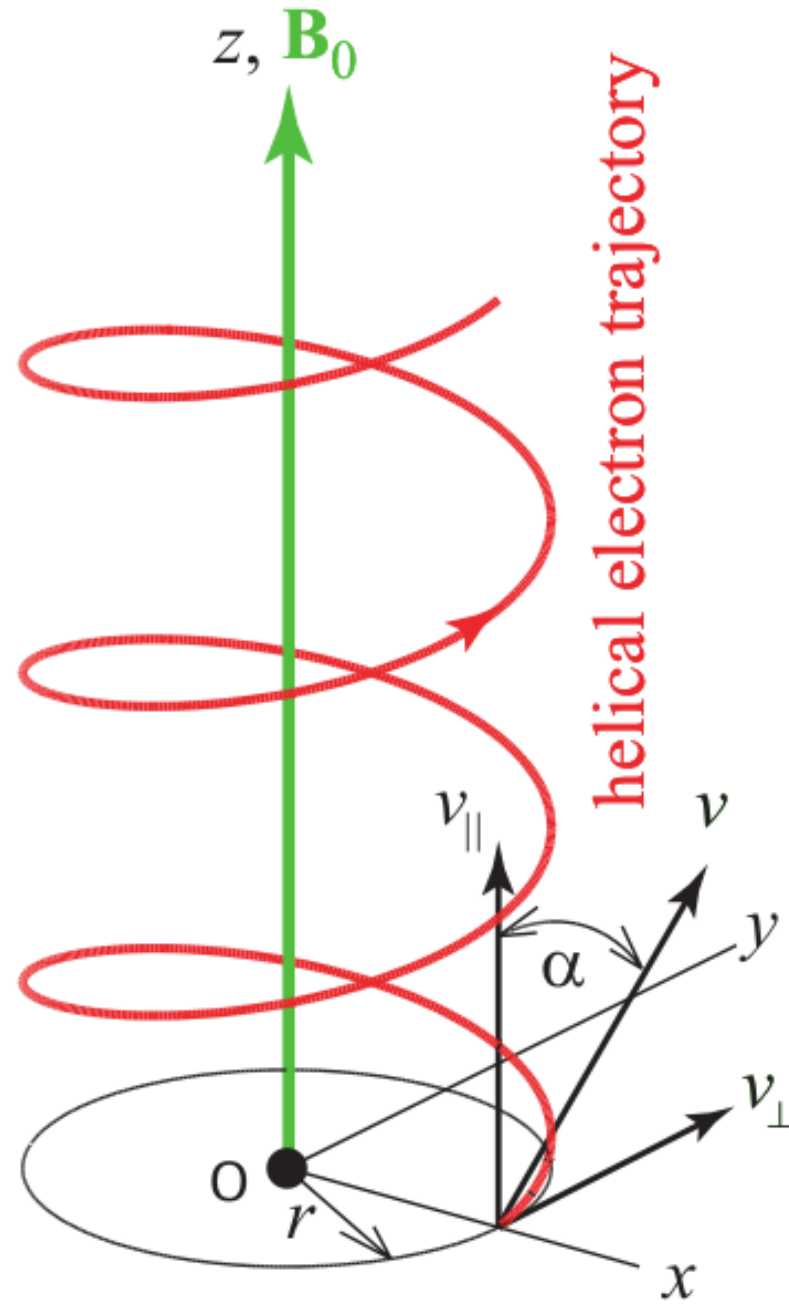
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \right)$$

... ενώ μεγαλύτερη α σημαίνει ...

Γωνία κλίσης α



Γωνία κλίσης α



Περιοδικές κινήσεις

Αδιαβατικές αναλλοίωτες (κατά
προσέγγιση σταθερές της κίνησης)

Η σταθερότητα των αδιαβατικών αναλλοίωτων
είναι απόρροια της σταθερότητας
του **ολοκληρώματος δράσης** J - action integral,
γνωστού και ως **Poincare Invariant**

$$J_i = \oint p_i dq_i$$

$$J_i = \oint p_i dq_i$$

Το J υπολογίζεται σε μια κλειστή περιοχή στον χώρο φάσεων των συζυγών μεταβλητών p και q , η οποία περικλείεται από την περιοδική κίνηση στη μεταβλητή q . Διατηρεί σταθερή τιμή όταν το γενικευμένο δυναμικό U που επηρεάζει (ή καθορίζει) την περιοδική κίνηση, μεταβάλλεται **αργά συγκριτικά με την περίοδο** της κίνησης στην οποία αναφερόμαστε.

**Η γενικευμένη συντεταγμένη q
στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων
σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα
είναι
η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης**

Η γενικευμένη συντεταγμένη q
στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων
σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα
είναι
η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης

Στην κυκλοτρονική κίνηση είναι η μετατόπιση του
σωματιδίου κατά μήκος του κύκλου της γυροκίνησης



Η γενικευμένη συντεταγμένη q
στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων
σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα
είναι
η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης

Στην κίνηση αναπήδησης είναι η μετατόπιση του
σωματιδίου κατά μήκος της μαγνητικής γραμμής



**Η γενικευμένη συντεταγμένη q
στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων
σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα
είναι
η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης**

**Στην ολίσθηση γύρω από τη Γη είναι η μετατόπιση της
νοητής γραμμής αναπήδησης του σωματιδίου καθώς
περιφέρεται γύρω από τη Γη**

Αδιαβατικές αναλλοίωτες

An adiabatic invariant J
is a property of a physical system
that **stays constant ($dJ/dt=0$)**
when **changes** of/in the system occur **slowly**

Αδιαβατικές αναλλοίωτες

An adiabatic invariant J
is a property of a physical system
that **stays constant ($dJ/dt=0$)**
when **changes** of/in the system occur **slowly**

Also known as **Poincare Invariants**

Αδιαβατικές αναλλοίωτες

An adiabatic invariant J
is a property of a physical system
that **stays constant ($dJ/dt=0$)**
when **changes** of/in the system occur **slowly**

Σε περίπτωση **περιοδικής κίνησης** οι α.α.
διατηρούνται όταν η χρονική κλίμακα των
αλλαγών που επηρεάζουν την κίνηση είναι
μεγαλύτερη από την περίοδο κίνησης

Περιοδικές κινήσεις

Αδιαβατικές αναλλοίωτες (κατά
προσέγγιση σταθερές της κίνησης)

**Χαρακτηριστικοί χρόνοι
(περίοδοι/συχνότητες)**

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων

Γυροκίνηση →

1^η αδιαβατική αναλλοίωτη →

Κίνηση ανάκλασης (bounce motion) →

2^η αδιαβατική αναλλοίωτη →

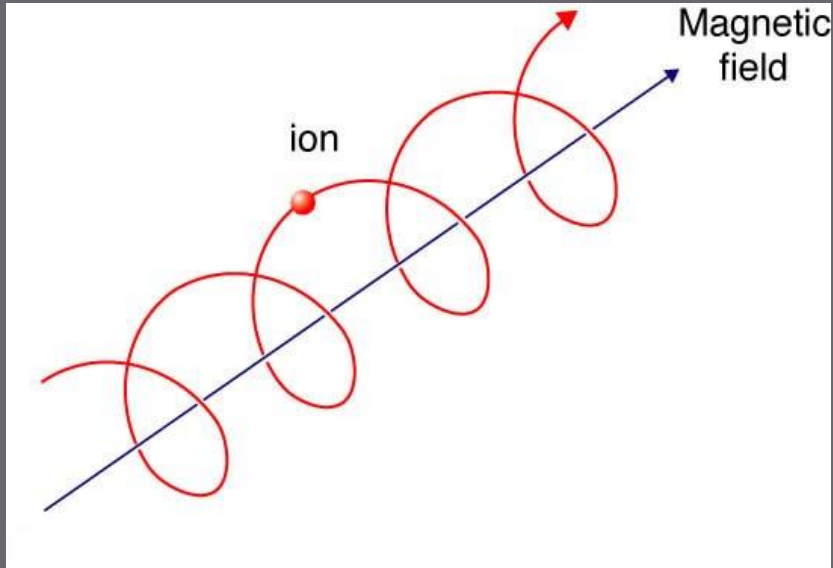
Ολίσθηση →

3^η αδιαβατική αναλλοίωτη

Πρώτη αδιαβατική αναλλοίωτη

$$\mathbf{J} = \int \mathbf{p}_{\perp} d\mathbf{l} = \text{const.}$$

1^η αδιαβατική αναλλοίωτη



$$\omega_c = qB/m.$$

Gyro-frequency or cyclotron frequency

$$\rho_L = v/\omega_c.$$

Gyro-radius or Larmor radius

Poincaré Invariants:

$$\mathcal{I} = \oint_{C(t)} \mathbf{p} \cdot d\mathbf{q},$$

There is an adiabatic invariant associated with every periodic motion of a charged particle in an electromagnetic field i.e. gyration around the magnetic field

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}$$

conservation of magnetic moment
(1st invariant)