



Όνοματεπώνυμο: _____, AM: _____

Έχω παραδώσει εργασίες: ΝΑΙ ΟΧΙ

(1) Φορτίο q κινείται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο \vec{B} . Δείξτε ότι αν του ασκείται επιπλέον σταθερή δύναμη \vec{F} κάθετη στο πεδίο \vec{B} αποκτά ολίσθηση $\vec{v}_F = \frac{c\vec{F} \times \vec{B}}{qB^2}$.

★ (2) Δείξτε ότι η ολίσθηση $\vec{v}_{\vec{F}B}$ λόγω χωρικής μεταβολής του μαγνητικού πεδίου κάθετα στον εαυτό του (δηλ. με $\vec{\nabla}B \perp \vec{B}$) μπορεί να γραφεί σαν $\vec{v}_{\vec{F}B} = \frac{c\vec{F}_{\vec{F}B} \times \vec{B}}{qB^2}$ με δύναμη $\vec{F}_{\vec{F}B} = -\mu\vec{\nabla}B$.

(3) Σχολιάστε ποιοτικά γιατί η ολίσθηση $\vec{v}_{\vec{F}B}$ περιμένουμε να έχει την φορά που δίνει η παραπάνω σχέση.

(4) Αν έχουμε πλάσμα ηλεκτρονίων-πρωτονίων σχολιάστε αν η ολίσθηση $\vec{v}_{\vec{F}B}$ δημιουργεί ρεύμα και αν η φορά του είναι αναμενόμενη.

Έστω η στάσιμη, σφαιρικά συμμετρική προσρόφηση ύλης στην κεντρική περιοχή ενός γαλαξία, υπό την επίδραση βαρύτητας $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r}$ λόγω της κεντρικής μελανής του οπής. Θεωρήστε τη ροή ισόθερμη με ταχύτητα ήχου c_s και την ταχύτητα μη-σχετικιστική και ακτινική $\vec{V} = V(r)\hat{r}$ (όμοια με τον ισόθερμο άνεμο Parker με την μόνη διαφορά ότι η ταχύτητα έχει φορά προς το κέντρο).

(5) Γράψτε την εξίσωση που εκφράζει την διατήρηση μάζας και δίνει τον ρυθμό προσρόφησης ύλης \dot{M} .

(6) Γράψτε την εξίσωση ορμής και το ισοδύναμο ολοκλήρωμα Bernoulli.

(7) Θεωρώντας ότι η ροή ξεκινά από $r = \infty$ με πυκνότητα ρ_∞ και αμελητέα ταχύτητα υπολογίστε την τιμή του ολοκληρώματος Bernoulli.

(8) Συνδυάζοντας το ολοκλήρωμα Bernoulli και την διατήρηση μάζας δείξτε ότι η ταχύτητα καθορίζεται από την εξίσωση $\frac{V^2}{2} + c_s^2 \ln \frac{\dot{M}}{4\pi r^2 \rho_\infty |V|} - \frac{GM}{r} = 0$.

★ (9) Δείξτε ότι υπάρχει ηχητικό κρίσιμο σημείο όπου $V = -c_s$, στη θέση $r_s = \frac{GM}{2c_s^2}$.

(10) Δείξτε ότι η απαίτηση να περνά η λύση από το κρίσιμο σημείο καθορίζει τον ρυθμό προσρόφησης, ο οποίος προκύπτει $\dot{M} = \pi e^{3/2} \rho_\infty G^2 M^2 / c_s^3$.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ (δεν χρειάζονται όλα)

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c\rho} - \frac{\vec{\nabla}P}{\rho} + \vec{g}, \quad \vec{J} = \frac{c\vec{\nabla} \times \vec{B}}{4\pi}, \quad \frac{\vec{J}}{\sigma} = \vec{E} + \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c}, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E},$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{\nabla}^2 \vec{B}.$$

Τιμές φυσικών σταθερών στο σύστημα μονάδων cgs: $c = 3 \times 10^{10}$, $G = 6.67 \times 10^{-8}$, $m_e = 9.1 \times 10^{-28}$, $e = 4.8 \times 10^{-10}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-12}$, $m_p = 1.67 \times 10^{-24}$, $k_B = 1.38 \times 10^{-16}$, $yr = 3.1 \times 10^7$, $1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{13}$, $M_\odot = 2 \times 10^{33}$, $R_\odot = 6.96 \times 10^{10}$.