



Θέμα 1^ο:

Ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} είναι κάθετο σε ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο \vec{B} . Δείξτε ότι ένα φορτίο q ολισθαίνει με ταχύτητα $\vec{V}_E = c \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}$ εντός αυτών των δύο πεδίων, ενώ γενικότερα για τυχόν σταθερό πεδίο δύναμης \vec{X} που είναι κάθετο σε ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο \vec{B} η ολίσθηση είναι $\vec{V}_X = \frac{c}{q} \frac{\vec{X} \times \vec{B}}{B^2}$.

Σχεδιάστε την τροχιά θετικού φορτίου στα πεδία \vec{B} , \vec{X} και περιγράψτε ποιοτικά γιατί ολισθαίνει στη διεύθυνση $\vec{X} \times \vec{B}$.

Αν έχουμε πολλά θετικά $q = e$ και αρνητικά $q = -e$ φορτία με ίσες αριθμητικές πυκνότητες n τι ρεύμα θα δημιουργηθεί; Δείξτε ότι η φορά του \vec{J} είναι τέτοια ώστε η δύναμη $\frac{1}{c} \vec{J} \times \vec{B}$ να είναι αντίρροπη της δύναμης \vec{X} .

Θέμα 2^ο:

(α) Γράψτε την βασική εξίσωση που περιγράφει την χρονική μεταβολή του μαγνητικού πεδίου $\partial \vec{B} / \partial t$ σε πλάσμα, συναρτήσει του $\vec{B}(\vec{r}, t)$ και της ταχύτητας του πλάσματος $\vec{V}(\vec{r}, t)$, θεωρώντας ότι η ηλεκτρική αγωγιμότητα του πλάσματος σ είναι δεδομένη και σταθερή.

(β) Εξηγήστε ποιος όρος και πότε στην εξίσωση του $\partial \vec{B} / \partial t$ είναι σημαντικός και πότε δεν είναι.

(γ) Ως γνωστόν, η Γη έχει μαγνητικό πεδίο και ένα ερώτημα είναι αν αυτό το πεδίο είναι πρωτόγονο (δηλ. υπήρχε κατά το σχηματισμό της), ή αναπαράγεται με το μηχανισμό του Δυναμό στον πυρήνα της ($L \approx 1000$ km) που αποτελείται κυρίως από πλάσμα υγροποιημένου σιδήρου με υψηλή αγωγιμότητα $\sigma \approx 10^{16} \text{ sec}^{-1}$. Υπολογίστε το χρόνο διάχυσης ενός μαγνητικού πεδίου στο πλάσμα του Γήινου πυρήνα. Από αυτό τον υπολογισμό τι συμπεραίνετε σχετικά με την προέλευση του μαγνητικού πεδίου της Γης;

Θέμα 3^ο:

Σε ένα μοντέλο Ηλιακών μαγνητικών βρόχων το μαγνητικό πεδίο έχει τις εξής συνιστώσες :

$$B_x = B_0 e^{-kz} \cos(kx), \quad B_z = -B_0 e^{-kz} \sin(kx),$$

με $|x| < \frac{\pi}{2k} \ll R_\odot$, $z > 0$, όπου R_\odot η ηλιακή ακτίνα.

(α) Το συγκεκριμένο μοντέλο του μαγνητικού πεδίου, διατηρεί την μαγνητική ροή;

(β) Βρείτε την εξίσωση μιας μαγνητικής γραμμής στο επίπεδο $x - z$. Σχεδιάστε τις μαγνητικές γραμμές.

(γ) Υπολογίστε την πυκνότητα \vec{J} του ηλεκτρικού ρεύματος που παράγει αυτό το μαγνητικό πεδίο.

(δ) Αν οι βρόχοι αυτοί είναι ισόθερμοι και η Ηλιακή βαρύτητα είναι $\vec{g} = -g\hat{z}$, υπολογίστε πως μεταβάλλεται με το ύψος z η πυκνότητα του πλάσματος που περιέχουν.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \frac{1}{c} \vec{J} \times \vec{B} + \rho \vec{g}, \quad \vec{J} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{B}, \quad \vec{J} = \sigma \left(\vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right), \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E},$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{\nabla}^2 \vec{B}.$$