



Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_, ΑΜ: \_\_\_\_\_

Έχω παραδώσει στον κ. Βλαχάκη τις ομάδες ασκήσεων 1<sup>η</sup>  2<sup>η</sup>  3<sup>η</sup>  4<sup>η</sup>  5<sup>η</sup>   
και στον κ. Τσίγκανο τις ομάδες ασκήσεων των Κεφ. 4  και 6 .

### Θέμα 1<sup>ο</sup>:

Θεωρήστε ότι η ατμόσφαιρα της Γης που αποτελείται κυρίως από άζωτο ευρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία. Η ισότροπη κατανομή ταχυτήτων Maxwell-Boltzmann του αερίου αζώτου  $f_o(\vec{r}, \vec{v})$  μας δίνει τον αριθμό των ατόμων με ταχύτητα μεταξύ  $\vec{v}$ ,  $\vec{v} + d\vec{v}$  ανά μονάδα όγκου  $d^3\vec{r}$ ,

$$f_o(\vec{r}, \vec{v}) = n(\vec{r}) \left[ \frac{m}{2\pi k_B T} \right]^{3/2} \exp \left[ -\frac{v^2}{v_\theta^2} \right],$$

όπου  $T$  η θερμοκρασία του αερίου και  $v_\theta = \sqrt{2k_B T/m}$  η θερμοκίνητη ταχύτητα.

(α) Υπολογίστε την ενεργό ταχύτητα ( $V_{rms}$ ) των μορίων του αζώτου της ατμόσφαιρας συναρτήσει της θερμοκρασίας.

(β) Υπολογίστε σε ποια θερμοκρασία η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αζώτου της ατμόσφαιρας της Γης, ισούται με την ταχύτητα διαφυγής από το βαρυτικό πεδίο της Γης,  $V_\delta$ .

Η μάζα του μορίου του αζώτου είναι 23.24 amu. Δίνονται επίσης η ακτίνα της Γης  $R = 6370$  km, η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 9.8$  m s<sup>-2</sup>, η μάζα του πρωτονίου  $1.67 \times 10^{-24}$  g και η σταθερά του Boltzmann  $k_B = 1.38 \times 10^{-16}$  erg/K.

Δίνονται τα ολοκληρώματα  $\int_0^\infty \xi^{2n} e^{-\xi^2} d\xi = \frac{(2n-1)!!}{2^{n+1}} \sqrt{\pi}$  και  $\int_0^\infty \xi^{2n+1} e^{-\xi^2} d\xi = \frac{n!}{2}$  για  $n \in \mathbb{N}$ .

### Θέμα 2<sup>ο</sup>:

Η αξονική συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου μιας μαγνητικής φιάλης είναι σε κυλινδρικές συντεταγμένες

$$B_z = B_0 (1 + |z|^n / z_0^n),$$

όπου  $B_0$ ,  $z_0$  και  $n$  θετικές σταθερές.

(α) Υπολογίστε την ακτινική συνιστώσα  $B_\varpi$  και σχεδιάστε το μαγνητικό πεδίο στο χώρο.

$$\Deltaίνεται \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{\varpi} \frac{\partial(\varpi B_\varpi)}{\partial \varpi} + \frac{\partial B_z}{\partial z}.$$

★ (β) Ποια η εξίσωση των δυναμικών γραμμών;

(γ) Έστω ότι τοποθετείτε ένα ηλεκτρόνιο στο μέσο αυτής της φιάλης, στο  $\varpi = z = 0$ , με αρχική ταχύτητα  $v_0$  και γωνία κλίσης  $\alpha_0$  ως προς τον άξονα  $z$ , οπότε  $v_{||} = v_0 \cos \alpha_0$ . Υπολογίστε σε ποια θέση  $|z| = z_{max}$  θα ανακλαστεί το ηλεκτρόνιο.

(Θεωρήστε ότι  $|B_\varpi| \ll B_z$  και ότι η ακτίνα Larmor της κίνησης του ηλεκτρονίου είναι πολύ μικρότερη του  $z_0$ .)

(δ) Δείξτε ότι η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας του ηλεκτρονίου είναι

$$|v_z| = \sqrt{\frac{2\mu B_0}{m}} \sqrt{\frac{z_{max}^n - |z|^n}{z_0^n}},$$

όπου  $\mu$  η μαγνητική ροπή.

### Θέμα 3<sup>ο</sup>:

(α) Έστω μαγνητικός σωλήνας στο εσωτερικό του Ήλιου. Υποθέτοντας ίδια θερμοκρασία εντός και εκτός του σωλήνα αιτιολογήστε γιατί ανέρχεται στην ηλιακή ατμόσφαιρα.

(β) Έστω πλάσμα με μαγνητικό πεδίο  $\vec{B} = -\vec{\nabla}\Phi$ , όπου  $\Phi = e^{-y} \cos x$  (σε κατάλληλες μονάδες). Ποια η μαγνητική δύναμη και ποια τα μέρη της που αντιστοιχούν στην μαγνητική πίεση και την μαγνητική τάση;