Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Φυσικής
Εξετάσεις στη Φυσική Πλάσματος, 9 Ιουλίου 2015
Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες, Καλή επιτυχία

Ονοματεπώνυμο: ______________________________________________, ΑΜ: ________________

Έχω παραδώσει ομάδες ασκήσεων 1η ☐ 2η ☐ 3η ☐ 4η ☐ στον κ. Τσίγκανο ☐

Θέμα 1ο:

(α) Αναφέρατε δύο απαραίτητες προϋποθέσεις ώστε ένα σύστημα φορτισμένων σωματιδίων να μπορεί να χαρακτηριστεί κλασικό, ιδεατό πλάσμα.

(β) Ποια η συχνότητα ταλαντώσεων πλάσματος; (Δείξτε πως προκύπτει.)

(γ) Αέριο μονατομικού υδρογόνου θερμαίνεται σε $T = 0.5$ eV, οπότε και ιονίζεται κατά 50%. Ποια η πυκνότητα πρωτονίων και ηλεκτρονίων; Βρείτε το μήκος Debye του πλάσματος που δημιουργείται.

Δίνεται ο νόμος Saha για το ατομικό υδρογόνο $\dfrac{n_i^2}{n_n} \approx 3\times 10^{21} T^{3/2} e^{-13.6/T}$, όπου $T$ η θερμοκρασία σε eV και οι αριθμητικές πυκνότητες σε cm$^{-3}$. Δίνεται επίσης ότι 1 eV $= 1.6\times 10^{-12}$ erg και $e = 4.8\times 10^{-10}$ esu.

Θέμα 2ο:

(α) Γράψτε την βασική εξίσωση που περιγράφει την χρονική μεταβολή του μαγνητικού πεδίου $\partial\vec{B}/\partial t$ σε πλάσμα, συναρτήσει του $\vec{B}(\vec{r},t)$ και της ταχύτητας του πλάσματος $\vec{V}(\vec{r},t)$, θεωρώντας ότι η ηλεκτρική αγωγιμότητα του πλάσματος $\sigma$ είναι δεδομένη και σταθερή. Ποια η σχέση του συντελεστή διάχυσης $\eta$ με την αγωγιμότητα $\sigma$;

(β) Εξηγήστε ποιος όρος και πότε στην εξίσωση του $\partial\vec{B}/\partial t$ είναι σημαντικός και πότε δεν είναι.

(γ) Στο χώρο $x > 0$ υπάρχει μαγνητισμένο πλάσμα συντελεστή διάχυσης $\eta$ του οποίου το μαγνητικό πεδίο είναι $\vec{B} = B_0\left(1 - e^{-x/L}\right)\hat{y}$, όπου $B_0$ και $L$ σταθερές. Ποια πρέπει να είναι η σταθερή ταχύτητα του πλάσματος $\vec{V} = V\hat{x}$ ώστε το μαγνητικό πεδίο να μένει στάσιμο (δηλ. να μην διαχέεται);

Θέμα 3ο:

Θεωρήστε τον ισόθερμο, στάσιμο και σφαιρικά συμμετρικό ηλιακό άνεμο.

(α) Δείξτε ότι συνδυασμός της εξίσωσης διατήρησης ορμής και μάζας δίδει την εξίσωση Mach:
$\dfrac{1}{V}\dfrac{dV}{dR} = \dfrac{\dfrac{2}{R} - \dfrac{\lambda}{R^2}}{\dfrac{V^2}{V_s^2} - 1}$ ή $\dfrac{1}{M^2}\dfrac{dM^2}{dR} = \dfrac{2}{R^2}\dfrac{2R-\lambda}{M^2-1}$, όπου $V_s = \sqrt{\dfrac{2k_{\rm B}T_o}{m_p}}$, $R = \dfrac{r}{r_o}$ είναι η αδιάστατη ακτίνα, $\lambda = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{V_{\rm esc}}{V_s}\right)^2 = \dfrac{GM_\odot m_p}{2r_o k_{\rm B} T_o}$ και $M = \dfrac{V}{V_s}$.

(β) Ολοκληρώνοντας την εξίσωση Mach δείξτε ότι το ολοκλήρωμα Bernoulli μπορεί να γραφεί $Me^{-M^2/2} = B\dfrac{e^{-\lambda/R}}{R^2}$, όπου $B$ είναι μια σταθερά. Προσδιορίστε την σταθερά $B$ ώστε η λύση να περνά από το ηχητικό σημείο.

(γ) Υπολογίστε την προσεγγιστική τιμή του ολοκληρώματος $\mu = R^2\rho M$, όπου $\rho$ είναι η αδιάστατη πυκνότητα κανονικοποιημένη στην ακτίνα $r_o$, θεωρώντας ότι στη βάση του ανέμου $M(R=1) \ll 1$ και εν συνεχεία υπολογίστε τον ρυθμό απώλειας μάζας $\dot{M} = 4\pi r^2\bar{\rho}V = 4\pi r_o^2\rho_o V_s\mu$.

(δ) Έστω ότι λόγω της πίεσης της ακτινοβολίας στο πλάσμα ασκείται μια επιπρόσθετη δύναμη ανά μάζα $\kappa\dfrac{dV'}{dt}$, με $\kappa < 1$ σταθερά, οπότε η εξίσωση διατήρησης της ορμής είναι $V'\dfrac{dV'}{dr} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{dP}{dr} - \dfrac{GM_\odot}{r^2} + \kappa V'\dfrac{dV'}{dr}$. Γράψτε τη νέα εξίσωση Mach και συσχετίστε την ταχύτητα $V'$ με την προηγούμενη ταχύτητα $V$ όταν $\kappa = 0$. Στο κρίσιμο σημείο πόση είναι η ταχύτητα της ροής;

(ε) Υπολογίστε τον νέο ρυθμό απώλειας μάζας $\dot{M}$ όταν $\kappa \neq 0$ και συγκρίνετέ τον με αυτόν όταν $\kappa = 0$.