



Όνοματεπώνυμο: _____, ΑΜ: _____

Έχω παραδώσει ομάδες ασκήσεων 1^η 2^η 3^η 4^η 5^η στον κ. Τσίγκανο

Θέμα 1^ο:

(α) Μελετήστε τις ιδιοταλαντώσεις πλάσματος ηλεκτρονίων-πρωτονίων αριθμητικής πυκνότητας n και βρείτε την συχνότητά τους ω_p .

Αν s είναι η μέση απόσταση μεταξύ των φορτίων δείξτε ότι ισχύει $\frac{e^2}{s} \approx \frac{1}{2} m_e \omega_p^2 s^2$. Τι σημαίνει αυτή η σχέση;

(β) Έστω ότι ισχύει $E = \hbar_p \omega$ με $E = k_B T$ και $\omega = \omega_p$.

(β₁) Βρείτε τη «σταθερά» \hbar_p για (I) το ηλιακό στέμμα με θερμοκρασία $T = 2 \times 10^6$ K και αριθμητική πυκνότητα $n = 10^5 \text{ cm}^{-3}$, (II) τον ηλιακό άνεμο με θερμοκρασία $T = 4 \times 10^4$ K και αριθμητική πυκνότητα $n = 9 \text{ cm}^{-3}$, και (III) τον τοπικό μεσοαστρικό χώρο με θερμοκρασία $T = 5000$ K και αριθμητική πυκνότητα $n = 0.1 \text{ cm}^{-3}$.

(β₂) Αν η «σταθερά» \hbar_p είναι ίδια για όλα τα διαστημικά πλάσματα ποια η σχέση $T-n$ και ποια η πολυτροπική σχέση μεταξύ πίεσης και πυκνότητας που συνεπάγεται;

Θέμα 2^ο:

Σε μια στήλη στάσιμου πλάσματος το μαγνητικό πεδίο είναι αξιμουθιακό $\vec{B} = B(\varpi)\hat{\phi}$, η πίεση $P = P(\varpi)$, ενώ το πλάσμα περιστρέφεται σαν στερεό σώμα με ταχύτητα $\vec{V} = \varpi\Omega\hat{\phi}$. Στην επιφάνεια της στήλης $\varpi = R$ γνωρίζουμε τις τιμές του πεδίου $B(\varpi = R) = B_R$ και της πίεσης $P(\varpi = R) = P_R$. Με δεδομένο ότι οι τρεις δυνάμεις που σχετίζονται

με την μαγνητική τάση, την μαγνητική πίεση και την θερμική πίεση είναι όλες ίσες μεταξύ τους, ζητούνται το μαγνητικό πεδίο, το ρεύμα \vec{J} , η πίεση και η πυκνότητα σαν συναρτήσεις της κυλινδρικής ακτίνας.

Θέμα 3^ο:

Έστω ο στάσιμος, σφαιρικά συμμετρικός, πολυτροπικός ($P = K\rho^\gamma$) ηλιακός άνεμος.

(α) Ποιες εξισώσεις εκφράζουν την διατήρηση μάζας και ορμής;

(β) Συνδυάζοντας τις εξισώσεις αυτές δείξτε ότι

$$\frac{r}{V} \frac{dV}{dr} = \frac{2V_s^2 - GM_\odot/r}{V^2 - V_s^2},$$

όπου $V_s = \sqrt{\gamma P/\rho}$ η ταχύτητα του ήχου.

(γ) Ποια η διαφορά στην εξάρτηση της ταχύτητας με την απόσταση στην πολυτροπική και την ισόθερμη περίπτωση;

(δ) Για ποια τιμή του πολυτροπικού δείκτη γ υπάρχει σταθερή λύση για την ταχύτητα;

Υπόδειξη: Βρείτε πως ελαττώνεται με την απόσταση η ταχύτητα του ήχου στην περίπτωση που η ταχύτητα είναι σταθερή.

Βρείτε στη βάση του ηλιακού ανέμου (όπου $T = 5 \times 10^6$ K, $n = 10^5 \text{ cm}^{-3}$) την πυκνότητα, την πίεση, την σταθερά K και την ταχύτητα του ήχου.

Ποια η ακτίνα αφετηρίας του πολυτροπικού ανέμου αν η ταχύτητα μένει σταθερή και ποια η τιμή της σταθερής αυτής ταχύτητας αν ο ρυθμός απώλειας μάζας είναι $\dot{M} = 2 \times 10^{-14} M_\odot \text{ yr}^{-1}$;

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \frac{1}{c} \vec{J} \times \vec{B}, \quad \vec{J} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{B},$$

$$\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial \varpi} \hat{\omega} + \frac{1}{\varpi} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{a} = \left(\frac{1}{\varpi} \frac{\partial a_z}{\partial \phi} - \frac{\partial a_\phi}{\partial z} \right) \hat{\omega} + \left(\frac{\partial a_\varpi}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial \varpi} \right) \hat{\phi} + \frac{1}{\varpi} \left[\frac{\partial(\varpi a_\phi)}{\partial \varpi} - \frac{\partial a_\varpi}{\partial \phi} \right] \hat{z},$$

$$(\vec{c} \cdot \vec{\nabla}) \vec{b} = \left(c_\varpi \frac{\partial b_\varpi}{\partial \varpi} + c_z \frac{\partial b_\varpi}{\partial z} + \frac{c_\phi}{\varpi} \frac{\partial b_\varpi}{\partial \phi} - \frac{c_\phi b_\phi}{\varpi} \right) \hat{\omega} + \left(c_\varpi \frac{\partial b_\phi}{\partial \varpi} + c_z \frac{\partial b_\phi}{\partial z} + \frac{c_\phi}{\varpi} \frac{\partial b_\phi}{\partial \phi} + \frac{c_\phi b_\varpi}{\varpi} \right) \hat{\phi} + \left(c_\varpi \frac{\partial b_z}{\partial \varpi} + c_z \frac{\partial b_z}{\partial z} + \frac{c_\phi}{\varpi} \frac{\partial b_z}{\partial \phi} \right) \hat{z}.$$

Τιμές φυσικών σταθερών στο σύστημα Γκάους (cgs): $c = 3 \times 10^{10}$, $G = 6.67 \times 10^{-8}$, $m_e = 9.1 \times 10^{-28}$, $e = 4.8 \times 10^{-10}$, $m_p = 1.67 \times 10^{-24}$, $k_B = 1.38 \times 10^{-16}$, $\text{yr} = 3.1 \times 10^7$, $AU = 1.5 \times 10^{13}$, $M_\odot = 2 \times 10^{33}$, $R_\odot = 6.96 \times 10^{10}$.