

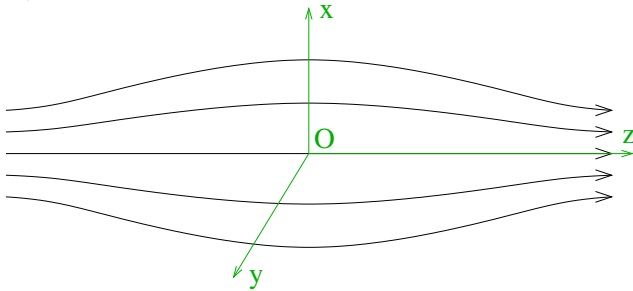


Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_, ΑΜ: \_\_\_\_\_

Έχω παραδώσει ομάδες ασκήσεων 1<sup>η</sup>  2<sup>η</sup>  3<sup>η</sup>  4<sup>η</sup>  5<sup>η</sup>  στον κ. Τσίγκανο

### Θέμα 1<sup>ο</sup>:

Σε ένα μαγνητικό καθρέπτη το μαγνητικό πεδίο έχει ελάχιστη τιμή  $B_0$  και μέγιστη  $B_{\max}$ . Όταν ένα φορτίο βρίσκεται στη θέση ελάχιστου πεδίου  $O$  η ταχύτητά του σχηματίζει γωνία  $\theta_0$  με το πεδίο.



(α) Δείξτε ότι το φορτίο ανακλάται σε θέση όπου το πεδίο είναι  $B = B_0 / \sin^2 \theta_0$ .

(β) Για ποιες γωνίες  $\theta_0$  το φορτίο ανακλάται και για ποιες διαφεύγει;

(γ) Έστω αφήνουμε πλήθος φορτισμένων σωματίων στο κέντρο  $O$  του καθρέπτη (θέση ελάχιστου πεδίου), με ταχύτητες ίδιου μέτρου  $v_0$  αλλά τυχαίας κατεύθυνσης, οπότε το πλήθος των σωματίων ανά στερεά γωνία  $d\Omega = 2\pi \sin \theta_0 d\theta_0$  είναι σταθερό. Πόσα σωματάρια θα διαφύγουν από τον μαγνητικό καθρέπτη αν  $B_{\max}/B_0 = 4/3$ ;

(δ) Σχολιάστε γιατί η αρχική συνάρτηση κατανομής των σωματίων του προηγούμενου ερωτήματος είναι  $f(\vec{r}, \vec{v}, t = 0) = \frac{N}{4\pi v_0^2} \delta(|\vec{v}| - v_0) \delta^3(\vec{r})$ , όπου  $N$  σταθερά. Ποια η αρχική πυκνότητα των σωματίων και τι εκφράζει η σταθερά  $N$ ;

### Θέμα 2<sup>ο</sup>:

(α) Η μαγνητική δύναμη ανά όγκο σε ένα πλάσμα γράφεται

$$\begin{aligned} \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c} &= \frac{(\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{4\pi} \\ &= -\vec{\nabla} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}}{4\pi} \\ &= -\vec{\nabla} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{B(\hat{b} \cdot \vec{\nabla})(B\hat{b})}{4\pi} \\ &= -\left[ \vec{\nabla} - \hat{b}(\hat{b} \cdot \vec{\nabla}) \right] \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{B^2}{4\pi} (\hat{b} \cdot \vec{\nabla}) \hat{b} \\ &= -\vec{\nabla}_\perp \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{B^2}{4\pi R} \hat{n}. \end{aligned}$$

Εξηγήστε τις παραπάνω πράξεις και το τι σημαίνουν όλα τα σύμβολα που χρησιμοποιήθηκαν. Πως ονομάζονται και τι σημαίνουν τα δύο μέρη της δύναμης που φαίνονται στην τελευταία έκφραση;

(β) Για το διπολικό μαγνητικό πεδίο της Γης σχεδιάστε τα δύο μέρη της δύναμης του προηγούμενου ερωτήματος σε κάποιο σημείο πάνω στον ισημερινό.

(γ) Έστω πλάσμα ισορροπεί (στατικό πλάσμα) κάτω από την επίδραση της μαγνητικής δύναμης και της κλίσης της θερμικής πίεσης. Δείξτε ότι αν το πεδίο έχει σταθερή διεύθυνση  $\hat{z}$ , δηλ. είναι της μορφής  $\vec{B} = B(x, y)\hat{z}$  (ώστε  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ), τότε

(γ<sub>1</sub>) η πίεση δεν εξαρτάται από το  $z$  και

(γ<sub>2</sub>) ισχύει  $P + \frac{B^2}{8\pi} = \text{σταθερά}$ .

### Θέμα 3<sup>ο</sup>:

(α) Περιγράψτε με απλά λόγια γιατί διαστέλλεται η ηλιακή ατμόσφαιρα στο μεσοπλανητικό χώρο σαν *Ηλιακός Άνεμος*, χρησιμοποιώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Σε ένα ισόθερμο ηλιακό άνεμο, υπάρχει κάποιο άνω όριο στη θερμοκρασία του, και αν ναι πώς υπολογίζεται; Πώς μεταβάλλεται σε πολύ μεγάλες ακτινικές αποστάσεις η θερμοκρασία και η ταχύτητα του ηλιακού ανέμου σε ένα ισόθερμο και πώς σε ένα πολυτροπικό μοντέλο; Πόση μάζα χάνει ο ήλιος με τον Ηλιακό άνεμο και σε πόσα χρόνια θα στερέψει από τη μάζα του λόγω του ηλιακού ανέμου;

(β) Να υπολογισθεί η απόσταση από τον Ήλιο σε αστρονομικές μονάδες (AU) όπου μια μαγνητική γραμμή του μέσου ηλιακού μαγνητικού πεδίου έχει τυλιχθεί μία φορά γύρω από τον Ήλιο. Κάνετε τον υπολογισμό αυτό στα τρία Ηλιογραφικά πλάτη,  $\theta = 10^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  όπου η ταχύτητα του ηλιακού ανέμου είναι  $V = 800, 600, 400$  km/sec, αντίστοιχα.

(γ) Πόσες φορές έχει τυλιχθεί γύρω από τον Ήλιο μια μαγνητική γραμμή του μέσου ηλιακού μαγνητικού πεδίου στα όρια του Ηλιακού συστήματος σε απόσταση 100 AU στα τρία Ηλιογραφικά πλάτη,  $\theta = 10^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  όπου η ταχύτητα του ηλιακού ανέμου είναι  $V = 800, 600, 400$  km/sec, αντίστοιχα;

(δ) Να υπολογισθεί η γωνία  $\phi$  που σχηματίζουν το ακτινικό και το αζιμουθιακό ηλιακό μαγνητικό πεδίο σαν συνάρτηση της ηλιακής απόστασης σε αστρονομικές μονάδες  $R$  και του ηλιογραφικού πλάτους  $\theta$ . Να υπολογισθεί σε ποια ηλιακή απόσταση  $R$  η γωνία  $\phi$  είναι ίση με  $45^\circ$  στον ισημερινό  $\theta = 90^\circ$  και κοντά στους πόλους σε ηλιογραφικό πλάτος  $\theta = 10^\circ$ . Αν το ακτινικό ηλιακό μαγνητικό πεδίο είναι ίσο με 1 Gauss στην ηλιακή φωτόσφαιρα, ποιά είναι η τιμή του αζιμουθιακού μαγνητικού πεδίου σε απόσταση  $R$ ;

Δίδονται:  $1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km}$ ,  $\sin 10^\circ = 0.17$ ,  $\sin 45^\circ = 0.707$ ,  $\omega_\odot = 2.7 \times 10^{-6} \text{ rad/sec}$ ,  $M_\odot \approx 2 \times 10^{33} \text{ gr}$ .