Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Φυσικής
Εξετάσεις στη Φυσική Πλάσματος, 8 Οκτωβρίου 2012
Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες, Καλή επιτυχία

Ονοματεπώνυμο: ____, AM: _ _ _ _ _ _ _

Εκκρεμεί παράδοση εργασίας: NAI ☐ OXI ☐

Έχω παραδώσει ομάδες ασκήσεων 1η ☐ 2η ☐ 3η ☐ 4η ☐ στον κ. Τσίγκανο ☐

Θέμα 1ο:

(α) Μέσα σε πλάσμα ηλεκτρονίων–πρωτονίων πυκνότητας n_0 και θερμοκρασίας T φέρνουμε μια επίπεδη αγώγιμη πλάκα απείρων διαστάσεων, φορτισμένη με επιφανειακή πυκνότητα σ. Ποια η κατανομή του δυναμικού γύρω από την πλάκα; Σχολιάστε το αποτέλεσμα.
(β) Αν φέρουμε μέσα στο πλάσμα δύο παράλληλες αγώγιμες πλάκες σε απόσταση d, ποια η χωρητικότητα του πυκνωτή που σχηματίζουν;
Υπόδειξη: Φορτίστε τις πλάκες νοητά με $\pm\sigma$.

Θέμα 2ο:

Μια στήλη με στατικό πλάσμα και αζιμουθιακό μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = \frac{2\pi J\varpi}{c}\hat{\phi}$, ισορροπεί αν η πίεση $P(\varpi)$ του πλάσματος (το οποίο θεωρούμε ισοτροπικό) ικανοποιεί την

$$\frac{dP}{d\varpi} = -\frac{B}{4\pi\varpi}\frac{d(\varpi B)}{d\varpi}\,.$$

Το μαγνητικό πεδίο συνυπάρχει με σταθερό ρεύμα $\vec{J} = J\hat{z}$ παράλληλο στον άξονα της στήλης (όπως προκύπτει από το νόμο Ampère $\vec{J} = \frac{c}{4\pi}\vec{\nabla}\times\vec{B}$), το οποίο οφείλεται στις κινήσεις των φορτίων του πλάσματος. (Τα φορτία κινούνται παρότι η μέση ταχύτητά τους είναι μηδέν.)
(α) Δείξτε ότι οι ταχύτητες των φορτίων παράλληλα και κάθετα στο πεδίο ικανοποιούν τις

$$\sum_\sigma m_\sigma n_\sigma < v_{\parallel\sigma}^2 >= P\,, \quad \sum_\sigma m_\sigma n_\sigma < v_{\perp\sigma}^2 >= 2P\,.$$

(β) Δείξτε ότι η ολίσθηση λόγω καμπυλότητας των δυναμικών γραμμών του πεδίου είναι

$$\vec{v}_{c,\sigma} = \frac{c m_\sigma v_{\parallel\sigma}^2}{q_\sigma \varpi B}\hat{z}$$

και το αντίστοιχο ρεύμα

$$\vec{J}_c = \frac{cP}{\varpi B}\hat{z}\,.$$

(γ) Δείξτε ότι η ολίσθηση λόγω ανομοιογένειας του πεδίου

$$\vec{v}_{\vec{\nabla}B,\sigma} = -\frac{c m_\sigma v_{\perp\sigma}^2 \vec{\nabla}B\times\vec{B}}{2q_\sigma B^3}$$

δημιουργεί αντίθετο ρεύμα

$$\vec{J}_{\vec{\nabla}B} = -\frac{cP}{\varpi B}\hat{z}\,.$$

(δ) (bonus) Αφού $\vec{J}_c + \vec{J}_{\vec{\nabla}B} = \vec{0}$ το $\vec{J}$ δεν οφείλεται στις ολισθήσεις των οδηγών κέντρων! Οφείλεται στη μαγνήτιση που δημιουργούν οι κινήσεις Larmor. Δείξτε ότι η αντίστοιχη μαγνήτιση και το ρεύμα είναι

$$\vec{M} = -\frac{P}{B}\hat{\phi}\,, \quad \vec{J}_M = c\vec{\nabla}\times\vec{M} = J\hat{z}\,.$$

Θέμα 3ο:

Έστω ένα ασθενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B_o\hat{y}$ σε πλάσμα άπειρης ηλεκτρικής αγωγιμότητας σ_E. Έστω επίσης ότι μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$ επιβάλλουμε και ένα πεδίο ταχυτήτων,

$$\vec{v} = \frac{v_0 y}{y_0}\hat{x}\,.$$

Υπολογίστε τι μαγνητικό πεδίο έχουμε στο πλάσμα μια τυχούσα μεταγενέστερη χρονική στιγμή t.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial\varpi}\hat{\varpi} + \frac{1}{\varpi}\frac{\partial f}{\partial\phi}\hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}\,, \quad \vec{\nabla}\times\vec{a} = \left(\frac{1}{\varpi}\frac{\partial a_z}{\partial\phi} - \frac{\partial a_\phi}{\partial z}\right)\hat{\varpi} + \left(\frac{\partial a_\varpi}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial\varpi}\right)\hat{\phi} + \frac{1}{\varpi}\left(\frac{\partial(\varpi a_\phi)}{\partial\varpi} - \frac{\partial a_\varpi}{\partial\phi}\right)\hat{z}$$