
ΦΥΣΙΚΗ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ

Κανάρης Χ. Τσίγκανος
Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών
Τμήμα Φυσικής

ΦΥΣΙΚΗ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ

Αθήνα - 2010

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Εισαγωγικές έννοιες της	
Φυσικής Πλάσματος	5
1.1 Σύντομη ιστορική αναδρομή	7
1.2 Αστροφυσικά πλάσματα	11
1.2.1 Ο Ήλιος μας	12
1.3 Εργαστηριακά Πλάσματα	13
1.3.1 Το ενεργειακό πρόβλημα και η θερμοπυρηνική σύντηξη	13
1.4 Άλλες εφαρμογές του πλάσματος	19
1.5 Ορισμός πλάσματος και ποσοστό ιονισμού ενός αερίου	22
1.5.1 Παραδείγματα	25
1.5.2 Πρόβλημα	26
1.6 Βασικές παράμετροι του πλάσματος	28
1.6.1 Συλλογική συμπεριφορά του πλάσματος, Μήκος Debye, ψευδο-ουδετερότητα	28
1.6.2 Πρόβλημα	32
1.6.3 Παραδείγματα	33
1.6.4 Παράμετρος Πλάσματος $g = 1/N_D$	33
1.6.5 Παράμετρος Λ	34
1.7 Ταξινόμηση πλασμάτων σε διάγραμμα θερμοκρασίας - πυκνότητας	35

1.8	Ταλαντώσεις πλάσματος και η συχνότητα πλάσματος	37
1.9	Ακτίνα και συχνότητα Larmor	40
1.9.1	Παραδείγματα	42
1.10	Μέση ελεύθερη διαδρομή λ	42
1.10.1	Παράδειγμα	43
1.10.2	Πρόβλημα	43
1.10.3	Πρόβλημα	44
1.11	Συχνότητα ελαστικών σκεδάσεων Coulomb στο πλάσμα	44
1.12	Απλός υπολογισμός της ηλεκτρικής αγωγιμότητας σ_E	46
1.13	Απλός υπολογισμός της θερμικής αγωγιμότητας κ σε πλάσμα υψηλής T	47
1.14	Σχέση των χαρακτηριστικών συχνοτήτων πλάσματος	48
1.15	Σύνοψη των βασικών παραμέτρων του πλάσματος	50
1.15.1	Πρόβλημα	51
1.16	Άλλα προβλήματα	51
1.17	Φοιτητική Εργασία	54

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγικές έννοιες της Φυσικής Πλάσματος

Σκοπός του πρώτου αυτού Κεφαλαίου είναι να δώσει ένα σύντομο περίγραμμα της Φυσικής Πλάσματος και των βασικών εννοιών της. Επίσης να περιγράψει σύντομα μερικές σύγχρονες εφαρμογές που δείχνουν πόσο η Φυσική Πλάσματος είναι σήμερα ένας ζωντανός και χρήσιμος κλάδος της Φυσικής.



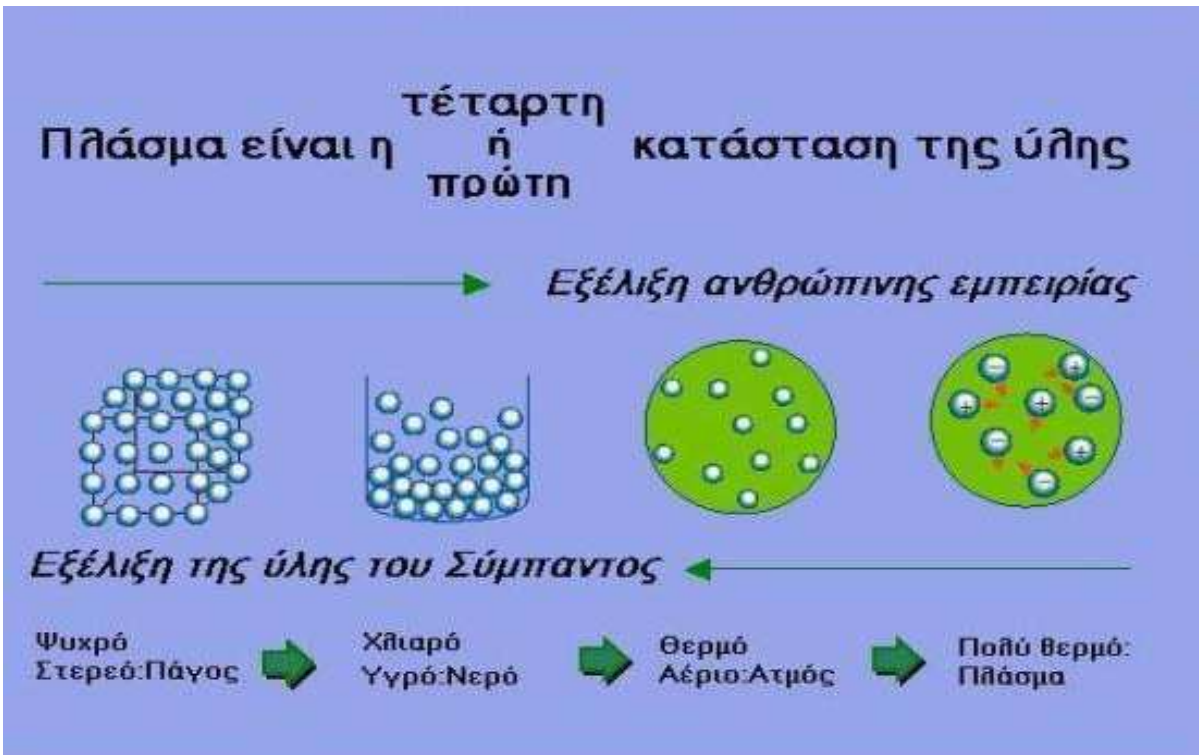
Σχ. 1.1 Παγκοσμιότητα της κατάστασης του πλάσματος.

Ο όρος «πλάσμα» εισήχθη το 1928 από τον Αμερικανό Λάνγκμιουρ (Irving Langmuir, βραβείο Nobel 1932) για να περιγράψει ένα ρευστό που αποτελείται από ηλεκτρικά ουδέτερα μόρια και άτομα ενός αερίου, ιόντα και ηλεκτρόνια. Αν και σύμφωνα με ένα αυστηρότερο ορισμό, το πλάσμα δεν πρέπει να περιλαμβάνει ουδέτερα άτομα ή μόρια σε αναλογία μεγαλύτερη από 1%, ωστόσο ως πλάσμα θεωρείται γενικά κάθε ιονισμένο αέριο.

Όταν ένα αέριο θερμαίνεται σε επαρκώς υψηλές θερμοκρασίες, τα άτομα ή τα μόρια, από τα οποία αποτελείται υφίστανται εξαιρετικά βίαιες συγκρούσεις λόγω της θερμικής τους κίνησης. Αποτέλεσμα αυτών των συγκρούσεων είναι ο ιονισμός τους και η εμφάνιση θετικά κυρίως φορτισμένων ιόντων και ελεύθερων ηλεκτρονίων. Καθώς ο ιονισμός επεκτείνεται προοδευτικά, η δυναμική συμπεριφορά του αερίου ελέγχεται σε διαρκώς και μεγαλύτερο βαθμό από τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα ιόντα και τα ελεύθερα ηλεκτρόνια. Έτσι, το ρευστό αποκτά χαρακτηριστικά που σαφώς διαφέρουν από αυτά του αρχικού, μη ιονισμένου υλικού. Σήμερα ο όρος πλάσμα αναφέρεται σε μια μεγάλη ποικιλία μιγμάτων ουδέτερων μορίων ή ατόμων και ηλεκτρικά φορτισμένων σωματιδίων (θετικών ή και αρνητικών ιόντων, ελεύθερων ηλεκτρονίων ή και οπών, στην περίπτωση ημιαγωγών), τα οποία απαντούν όχι μόνο στη περίπτωση των ιονισμένων αερίων, αλλά ακόμη και μέσα σε αγωγίμα υγρά, σε ορισμένους ηλεκτρολύτες ή και σε στερεά σώματα.

Η κατάσταση του πλάσματος είναι εξαιρετικά διαδεδομένη στην φύση. Πάνω από το 95% της ύλης του ορατού Σύμπαντος αποτελείται από πλάσμα. Αυτό απαντά στους αστέρες, όπως είναι ο Ήλιος μας, στις ατμόσφαιρες ορισμένων πλανητών, την ανώτερη ατμόσφαιρα, ιονόσφαιρα και μαγνητόσφαιρα της Γης, όπου ο παρατηρούμενος ιονισμός είναι αποτέλεσμα της διέλευσης ταχύτατων σωματιδίων, ορισμένα από τα οποία προέρχονται από τον Ήλιο ή το μεσοαστρικό και μεσογαλαξιακό χώρο. Πολύ πιο κοντά σε μάς, το πλάσμα ανευρίσκεται στις φλόγες ή δημιουργείται κατά την διάρκεια εκρήξεων όπου ο ιονισμός είναι αποτέλεσμα της αύξησης της θερμοκρασίας, στους σωλήνες φθορισμού, στα ηλεκτρικά τόξα, στις ηλεκτρικές εκκενώσεις στην ατμόσφαιρα όπου ηλεκτρόνια επιταχύνονται λόγω της παρουσίας ηλεκτρικών πεδίων και ακολουθώντας συγκρούμενα με άτομα ή μόρια, προκαλούν τον ιονισμό τους, και επίσης σε ηλεκτρολύτες και στερεά σώματα (μέταλλα ή ημιαγωγούς).

1.1 Σύντομη ιστορική αναδρομή



Σχ. 1.2 Οι τέσσερες καταστάσεις της ύλης.

Πριν περίπου 10 δισεκατομμύρια χρόνια, το Σύμπαν ήταν στην κατάσταση μιας υπέρπυκνης μικρής σφαίρας. Η σφαίρα αυτή ήταν ασταθής και εξερράγη βίαια, στην πιο γιγάντια έκρηξη που έχει γίνει ποτέ. Αυτή η περιγραφή του πρωτόγονου σύμπαντος είναι γνωστή σήμερα σαν το μοντέλο της Μεγάλης Έκρηξης (Big Bang).

Η ύλη που αποτελούσε το Σύμπαν ήταν τόσο θερμή, ώστε τα πάντα ήταν στην κατάσταση του πλάσματος. Έτσι, στην αρχή ήταν όλα πλάσμα, που γι' αυτό θεωρείται η πρώτη κατάσταση της ύλης. Τα θραύσματα της μεγάλης έκρηξης σχημάτισαν τους γαλαξίες και τους αστέρες του Σύμπαντος, ανάμεσά τους και τον Ήλιο μας. Κατά τη διάρκεια της επακόλουθης διαστολής και ψύξης του Σύμπαντος, η ύλη εψύχθηκε και έτσι το πλάσμα μετετέτρεψε σε αέριο, το οποίο με περισσότερη ψύξη συμπυκνώθηκε σε υγρό και τελικά σε στερεό.

Στην αρχή του πολιτισμού, ο άνθρωπος ήταν εξοικειωμένος με τα πετρώματα και το νερό, δηλ., τη στερεά και την υγρή κατάσταση τις οποίες ονόμασε αντίστοιχα, πρώτη και δεύτερη κατάσταση της ύλης. Πριν μερικές εκατοντάδες χρόνια, η επιστήμη εντόπισε την τρίτη κατάσταση της ύλης, την αέρια και ο πρώτος νόμος των αερίων του Boyle περιέγραψε τη μεταβολή της πίεσης με τον όγκο ενός αερίου. Η συνειδητοποίηση ωστόσο της ύπαρξης της τέταρτης κατάστασης της ύλης, του πλάσματος έπρεπε να περιμένει έως πρόσφατα.

Οι Έλληνες Ίωνες φιλόσοφοι [Θαλής (640-546 π.Χ.), Αναξίμανδρος (610-564 π.Χ.), Ηράκλειτος (535 - 475 π.Χ.), Αναξίμενης (500-525 π.Χ.), κ.α.] είχαν εντοπίσει το ηλεκτρον και την ηλεκτρική δύναμη και θεώρησαν ως τα βασικά συστατικά του υλικού κόσμου τα ακόλουθα:

$$\begin{pmatrix} \text{πύρ} \\ \text{αήρ} \\ \text{ύδωρ} \\ \text{γή} \end{pmatrix}$$

Αήρ ζή τον πυρός θάνατον,
 ύδωρ ζή τον αέρος θάνατον,
 γή τον ύδατος.

(Ηράκλειτος, 535-475 π.Χ.)

- Ο Ελληνικός όρος «πλάσμα» (plasma) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Langmuir (1928) για να περιγράψει το ιονισμένο αέριο εντός λαμπτήρων ηλεκτρικών εκκενώσεων. Ο ίδιος όρος χρησιμοποιείται σήμερα για να περιγράψει την κατάσταση της ύλης που συναντάται στο εσωτερικό και τις ατμόσφαιρες των αστέρων, το μεσοπλανητικό, μεσοαστρικό και μεσογαλαξιακό διάστημα, αλλά και σε διάφορες εργαστηριακές και βιομηχανικές συσκευές.

Οι κυριώτεροι σταθμοί στην διαχρονική εξέλιξη της Φυσικής πλάσματος είναι οι εξής :

- ~ 300 π.Χ.: Ο Αριστοτέλης υιοθετεί την άποψη των Ιώνων φιλοσόφων ότι ο υλικός κόσμος αποτελείται από τα τέσσερα στοιχεία, γή, ύδωρ, αήρ και πύρ.
- ~ 1820: Αρχίζει η πειραματική θεμελίωση του ηλεκτρομαγνητισμού (Oersted 1820), παρατηρούνται ηλεκτρικά ρεύματα σε στερεά, υγρά και αέρια, όπου το ρεύμα είναι ανάλογο της τάσης (νόμος του Ohm 1826).
- ~ 1832: Ο Faraday δημιουργεί ηλεκτρικές εκκενώσεις για να μελετήσει τα χημικά αποτελέσματα των ηλεκτρικών ρευμάτων.
- ~ 1895: Ανακάλυψη του ηλεκτρονίου από τον J. J. Thomson για να ακολουθήσει εν συνεχεία η ατομική θεωρία των Bohr, Rutherford κ.τ.λ.
- ~ 1900: Αναπτύσσονται ο Ηλεκτρομαγνητισμός, η Μηχανική των Ρευστών, η Στατιστική Μηχανική και η ατομική Φυσική, μαζί με τη Φυσική Πλάσματος

που περιγράφει τη συλλογική αλληλεπίδραση ηλεκτρικά φορτισμένων σωματιδίων αναμεταξύ τους και με ηλεκτρικά–μαγνητικά πεδία. Η Φυσική Πλάσματος θεωρείται ότι περιγράφει «την 4^η κατάσταση της ύλης».

- ~ 1902: Οι O. Heaviside (Αγγλία) και A. Kennelly (ΗΠΑ) πρότειναν ότι υπάρχει ένα επαρκώς ιονισμένο και αγώγιμο στρώμα της ανώτερης ατμόσφαιρας το οποίο επιτρέπει την ανάκλαση των ηλεκτρομαγνητικών ραδιοκυμάτων συχνότητας 300 kHz (G. Marconi, Δεκέμβριος του 1901).
- ~ 1920 – 1950: Ο Langmuir ανακαλύπτει τις ταλαντώσεις πλάσματος στο εργαστήριο ενώ οι Breit και Tuve μελέτησαν το ύψος ανάκλασης των ραδιοκυμάτων στην ιονόσφαιρα. Στη συνέχεια, οι Appleton και Barnett διαπιστώνουν την ύπαρξη δύο διαφορετικών ιονισμένων στρωμάτων, ένα σε ύψος 100 km, το στρώμα E, και ένα άλλο σε ύψος 250-350 km, στρώμα F (1927). Η εισαγωγή του όρου «ιονόσφαιρα» έγινε από τον Watson-Watt το 1926. Οι πρώτες ιονοσφαιρικές ραδιοβολήσεις αρχισαν το 1931 στην Αγγλία, ενώ οι Chapman-Ferraro συσχετίζουν την παγίδευση ηλιακών φορτισμένων σωματιδίων με την «μαγνητόσφαιρα» και αρχίζει η πρώτη καταγραφή του δείκτη K_p των μαγνητικών καταιγίδων. Στη συνέχεια οι Alfvén, Chandrasekhar, Chapman, Cowling, Saha, Spitzer, θέτουν τις βάσεις της Αστροφυσικής Πλάσματος μετά από έρευνες και παρατηρήσεις της ιονόσφαιρας, της ηλιακής ατμόσφαιρας, του πολικού σέλαος, της μεσοαστρικής ύλης, κ.τ.λ. Ο Landau αναπτύσσει τη θεωρία της αλληλεπίδρασης κύματος - σωματιδίων σε πλάσμα χωρίς κρούσεις (1946). Στο ίδιο διάστημα πολλαπλασιάζονται τα πειράματα σε λαμπτήρες ηλεκτρικών εκκενώσεων.
- ~ 1952: Αρχή της νεότερης εποχής της Φυσικής Πλάσματος, με την έναρξη των προσπαθειών δέσμευσης της θερμοπυρηνικής ενέργειας για ειρηνικούς σκοπούς.
- ~ 1958: Ανακαλύπτονται από το δορυφόρο Explorer I οι ζώνες της ακτινοβολίας van Allen στην μαγνητόσφαιρα της Γης. Επίσης, το θ -pinch παράγει θερμοκρασίες θερμοπυρηνικής σύντηξης σε υψηλές πυκνότητες πλάσματος, αν και για χαμηλό χρόνο παγίδευσης.
- ~ 1960: Αρχή της διαστημικής εποχής, με επί τόπου μέτρηση των παραμέτρων του Ηλιακού Ανέμου στο μεσοπλανητικό χώρο με διαστημόπλοια.
- 1960–1970: Ανάπτυξη των εργαστηριακών συσκευών μαγνητικής παγίδευσης του πλάσματος (tokamak) ενώ αρχίζουν συνδυασμένες προσπάθειες για την παραγωγή ενέργειας από θερμοπυρηνική σύντηξη, που συνεχίζονται ως σήμερα.
- 1980, 1990: Συνεχίζονται επιτυχώς οι προσπάθειες για εργαστηριακή σύντηξη είτε (α) σε μαγνητικά παγιδευμένο πλάσμα, όπως π.χ. στα tokamaks, είτε (β) σε αδρανειακά παγιδευμένο πλάσμα με βομβαρδισμό του προς σύντηξη πλάσματος με Lasers.¹ Παράλληλα, παρατηρήσεις του πλάσματος του Ηλιακού Στέμματος από δορυφόρους μας δίνουν μια πληρέστερη εικόνα για τη θέρμανση και μαγνητική παγίδευση του πλάσματος.

¹ Για περισσότερες πληροφορίες πάνω σε αυτούς τους δύο τρόπους εργαστηριακής σύντηξης δείτε το περιοδικό PHYSICS TODAY, τεύχη Ιανουαρίου και Σεπτεμβρίου 1992.

- 1973: Το Skylab παίρνει τις πρώτες εικόνες του ηλιακού στέμματος στις ακτίνες -X στα μήκη κύματος στα 6-49 Angstrom και αποκαλύπτει τις στεμματικές οπές (coronal holes), τα λαμπρά σημεία εκπομπής ακτίνων-X (X-ray bright points) και άλλες περιοχές του ηλιακού στέμματος θερμοκρασίας εκατομμυρίων βαθμών.
- 1990: Εκτοξεύεται το Hubble Space Telescope το οποίο άλλαξε την εικόνα που έχουμε για το πλούσια προικισμένο σε φαινόμενα Σύμπαν του Πλάσματος με τις καλύτερης ευκρίνειας και ευαισθησίας παρατηρήσεις που έγιναν ποτέ.
- 1995: Εκτοξεύεται το διαστημόπλοιο Οδυσσέας (Ulysses) που είναι το πρώτο διαστημόπλοιο που παίρνει μέχρι σήμερα δεδομένα του ηλιακού ανέμου έξω από το επίπεδο της εκλειπτικής και ευρίσκει ότι ο ηλιακός άνεμος έχει σχεδόν διπλάσια ταχύτητα στα πολικά ηλιογραφικά πλάτη από ότι στα ισημερινά.
- 1995: Εκτοξεύεται το διαστημόπλοιο SoHO το οποίο μέχρι σήμερα μας δίνει εξαιρετικής λεπτομέρειας και σημασίας μετρήσεις των παραμέτρων του ηλιακού εσωτερικού και της ηλιακής ατμόσφαιρας.
- 1998: Εκτοξεύεται το διαστημόπλοιο TRACE το οποίο μας δίνει τις υψηλότερης ανάλυσης παρατηρήσεις των στεμματικών βρόχων της ηλιακής ατμόσφαιρας.

Όπως φαίνεται από την προηγούμενη σύντομη ιστορική αναδρομή, στην εξέλιξη της έρευνας στη Φυσική Πλάσματος συνέβησαν σημαντικά και η εμφάνιση και ανάπτυξη ορισμένων νέων τεχνικών (π.χ., του εξαιρετικά υψηλού κενού), που επέτρεψαν όχι μόνο την εμφάνιση νέων συσκευών, αλλά και την ανάπτυξη νέων μεθόδων μετρήσεων. Αργότερα, με την ανάπτυξη και αξιοποίηση του ραντάρ, γεννήθηκε ο κλάδος της ραδιοαστρονομίας, ο οποίος προσέφερε διαγνωστικές μεθόδους, βασισμένες στην χρήση των υψίσυχων κυμάτων, που επέτρεψαν την μελέτη της ιονόσφαιρας. Επίσης, η ανάπτυξη της τεχνικής της συμβολομετρίας συνέβαλε στην μελέτη των εκκενώσεων, που γίνονταν σε εργαστηριακή κλίμακα. Μετά το 1950, έδωσαν τεράστια ώθηση τόσο στην πειραματική έρευνα όσο και την εμφάνιση νέων τεχνικών οι έρευνες που αφορούσαν στη μελέτη της θερμοπυρηνικής σύντηξης. Όμως, ανέκυψαν μεγάλες δυσκολίες όσον αφορά στην ανάπτυξη για τις ανάγκες της σύντηξης ενός πλάσματος, που να μπορεί να περιοριστεί και να είναι αρκούντως πυκνό και εξαιρετικά θερμό. Διαπιστώθηκαν τότε πολυάριθμοι τύποι αστάθειας οι οποίοι τείνουν να προσδώσουν στο πλάσμα, από μαγνητοϋδροδυναμικής απόψεως, μια μη γραμμική συμπεριφορά. Αυτό οδήγησε στην πρόσφατη ανάπτυξη αυξημένου θεωρητικού ενδιαφέροντος για την περιγραφή αυτών των φαινομένων.

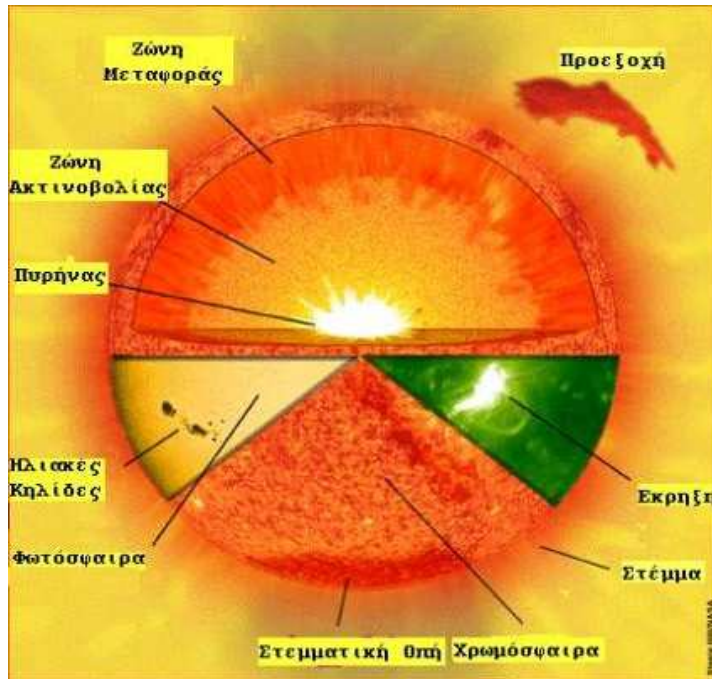
Τα αρχικά πειράματα περιοριζόνταν στην μελέτη των ηλεκτρικών εκκενώσεων στο εσωτερικό ασθενώς ιονισμένων αερίων και αγνοούσαν πλήρως τον συλλογικό χαρακτήρα του πλάσματος. Οι πρώτες αυτές μελέτες που γίνονταν στα πλαίσια της ατομικής φυσικής είχαν ως βασικό αντικείμενο την διερεύνηση του μηχανισμού των συγκρούσεων και του ιονισμού. Παράλληλα, ιδιαίτερη προσοχή δινόταν στην μελέτη φαινομένων στα τοιχώματα των δοχείων και στις επιφάνειες των ηλεκτροδίων, μεταξύ των οποίων πραγματοποιούνται οι εκκενώσεις. Ωστόσο, πολλά από τα πειραματικά αποτελέσματα παρέμεναν ασύνδετα μεταξύ τους και δεν μπορούσαν συχνά να ερμηνευθούν με κάποια κατά

το δυνατόν γενικής ισχύος θεωρία. Γιαυτό, η χρήση της θεωρίας της Μαγνητουδροδυναμικής τόσο στη μελέτη του εργαστηριακού πλάσματος όσο και των αστροφυσικών πλασμάτων αποτελεί σημαντικό σταθμό στη θεωρητική κατανόηση της συμπεριφοράς του πλάσματος στο εργαστήριο και το διάστημα. Στα επόμενα κεφάλαια θα παρουσιασθούν με αρκετή λεπτομέρεια ορισμένα προβλήματα της Αστροφυσικής Πλάσματος τα οποία μπορούμε να κατανοήσουμε με τη χρήση της Μαγνητουδροδυναμικής.

1.2 Αστροφυσικά πλάσματα

Η διερεύνηση της παραγωγής ενέργειας στο εσωτερικό του Ηλιου και των άλλων αστέρων οδήγησε στην διαπίστωση ότι σε αυτούς πραγματοποιούνται θερμοπυρηνικές αντιδράσεις, που είναι οι μόνες κατάλληλες για να εξηγήσουν κατά ικανοποιητικό τρόπο την παροχή των απαιτούμενων κολοσσιαίων πηγών ενέργειας για να μπορέσουν να επιβιώσουν αυτά τα συστήματα εξουδετερώνοντας προσωρινά (δηλ., για μερικά ..δισεκατομμύρια χρόνια) τη βαρύτητα. Κάτω από τις συνθήκες που επικρατούν στον πυρήνα του Ηλιου και των αστέρων, η ύλη βρίσκεται σε κατάσταση πλήρους ιονισμού. Επίσης, η εκπομπή ακτίνων - X από τις ατμόσφαιρες σχεδόν όλων των τύπων των αστέρων οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι θερμοκρασίες εκεί είναι εκατομμύρια βαθμοί και επομένως το αέριο είναι επίσης πλήρως ιονισμένο. Παρόμοιες καταστάσεις επικρατούν και στους δίσκους και τους σχετιζόμενους πίδακες γύρω από Γαλαξιακούς πυρήνες. Τα δεδομένα αυτά δικαιολογούν τον καθοριστικό ρόλο, που διαδραματίζει η Φυσική του Πλάσματος στην Αστροφυσική. Πολύ κοντά μας, η ανώτερη ατμόσφαιρα της Γης (ιονόσφαιρα), βρίσκεται επίσης σε κατάσταση σχετικά υψηλού ιονισμού ενώ το γήινο μαγνητικό πεδίο, δρώντας σαν μαγνητική φιάλη παγιδεύει φορτισμένα σωματίδια μέσα σε ζώνες, τοποθετημένες σε αποστάσεις που κυμαίνονται από μερικές φορές μέχρι μερικές δεκάδες φορές την ακτίνα της Γης. Έτσι, περιοχές μεγάλου ενδιαφέροντος της Αστροφυσικής Πλάσματος είναι :

- Η ιονόσφαιρα της Γης [$n \sim 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $T \sim 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$].
- Η μαγνητόσφαιρα της Γης [οι ζώνες της ακτινοβολίας Van Allen ($n \leq 10^3 \text{ cm}^{-3}$, $T_e \leq 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$, $T_i \sim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$) και το πολικό σέλας].
- Το εσωτερικό και η ατμόσφαιρα του Ήλιου [Η φωτόσφαιρα με τις ηλιακές κηλίδες, η χρωμόσφαιρα με τις ηλιακές προεξοχές, το στέμμα με τους μαγνητικούς βρόχους και ο ηλιακός άνεμος ($n \sim 5 \text{ cm}^{-3}$, $T_i \sim 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$, $T_e \simeq 5 \times 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$)].
- Η μεσοαστρική ύλη [οι περιοχές γέννησης αστέρων με δίσκους και πίδακες, οι περιοχές θανάτου αστέρων και τα πλανητικά νεφελώματα, καθώς και το πλάσμα στους δίσκους συσσώρευσης σε διπλά αστρικά συστήματα].
- Οι ενεργοί γαλαξιακοί πυρήνες [το αέριο των δίσκων που περιβάλλουν τεράστιες μελανές οπές από τις οποίες αναδύονται σχετικιστικοί πίδακες].



Σχ. 1.3 Σχηματικό διάγραμμα των περιοχών του εσωτερικού και της ατμόσφαιρας του Ηλίου.

1.2.1 Ο Ήλιος μας

Ένα παράδειγμα ιδανικού εργαστηρίου της Φυσικής Πλάσματος αποτελεί ο Ήλιος μας τον οποίο αξίζει να μελετήσουμε επειδή,

- αποτελεί κλασικό παράδειγμα θερμοπυρηνικής σύντηξης στη Φύση, σαν της ευθυνης – ασφαλούς – ακίνδυνης – περιβαλλοντικά καθαρής, παραγωγής ενέργειας.
- είναι το κοντινότερο άστρο – η Λυδία Λίθος – για την κατανόηση πολλών άλλων άστρων.
- η ατμόσφαιρά του αποτελεί ένα τεράστιο φυσικό εργαστήριο φαινομένων ακτινοβολίας και χβαντικής/στατιστικής φυσικής (νόμοι του Kirchoff, γραμμές Fraunhofer, σειρά Balmer, ανακάλυψη στοιχείου He , ανακάλυψη υψηλά ιονισμένων στοιχείων όπως Fe κ.τ.λ.).
- σήμερα θέτει προς λύση ορισμένα θεμελειώδη προβλήματα της Φυσικής όπως:
 1. το πρόβλημα των Ηλιακών νετρίνο,
 2. το πρόβλημα της μαγνητικής παγίδευσης πλάσματος,
 3. το πρόβλημα της παραγωγής μαγνητικών πεδίων,
 4. το πρόβλημα της τυρβώδους και χαοτικής ροής,

5. το πρόβλημα της θέρμανσης πλάσματος σε $10^6 K$.

- υπάρχει ισχυρή συσχέτιση Ηλιακών – Γήινων φαινομένων : (συσχέτιση της μεταβολής της μέσης θερμοκρασίας της Γης με την μεταβολή της ηλιακής δραστηριότητας, όπως είναι η εμφάνιση περιόδων παγετώνων. Επίσης συσχέτιση της μεταβολής Γήινων μετεωρολογικών συνθηκών όπως της μέσης βροχόπτωσης που αντανακλάται στο πάχος των δακτυλίων των δέντρων, κ.τ.λ. με την μεταβολή της ηλιακής δραστηριότητας. Οι μαγνητικές καταιγίδες οφείλονται σε ηλιακά αίτια και έχουν επιπτώσεις στη Γη, ενώ οι στεμματικές ηλιακές εκρήξεις είναι επικίνδυνες για τον άνθρωπο και τα διαστημόπλοια στο διάστημα, κ.α.).

1.3 Εργαστηριακά Πλάσματα

Στο εργαστήριο το πλάσμα χρησιμοποιείται σε συνεχώς αυξανόμενη έκταση χάρη στις μοναδικές του ιδιότητες σε εφαρμογές της ηλεκτρονικής και της ηλεκτροτεχνίας, όπως π.χ., για την μετατροπή της θερμότητας σε ηλεκτρική ενέργεια, με την βοήθεια της μαγνητουδροδυναμικής και των θερμοϊοντικών μετατροπών, καθώς και για την ιοντική προώθηση. Η σημαντικότερη, όμως εφαρμογή, παρ' όλο που ακόμη βρίσκεται σε πειραματικό στάδιο, είναι η πραγματοποίηση ελεγχόμενων και αυτοσυντηρούμενων θερμοπυρηνικών αντιδράσεων.

1.3.1 Το ενεργειακό πρόβλημα και η θερμοπυρηνική σύντηξη

Το ενεργειακό πρόβλημα είναι ένα από τα βασικότερα προβλήματα που απασχολεί την κοινωνία μας αφού όλα τα αναλώσιμα καύσιμα αρχίζουν να εξαντλούνται ενώ η μόλυνση του περιβάλλοντος από τα υπάρχοντα καύσιμα αρχίζει να παίρνει δραματικές διαστάσεις.

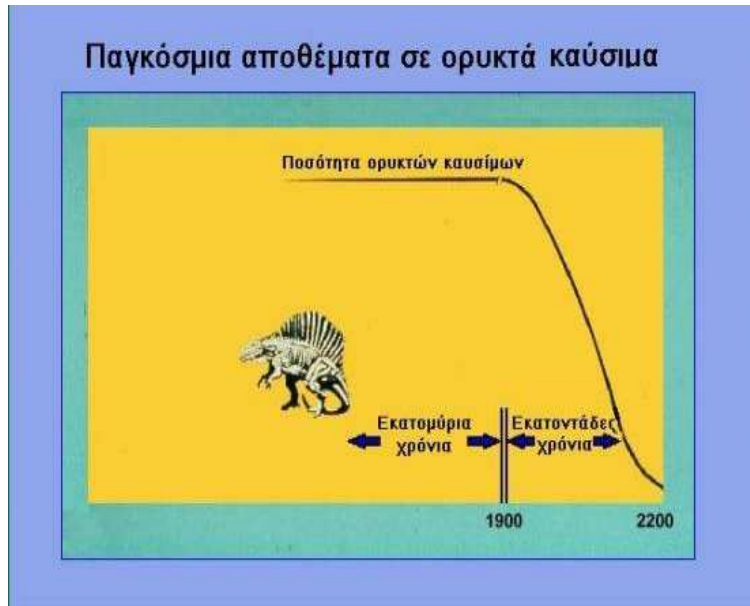
Η πιο σημαντική εφαρμογή του πλάσματος θα ήταν, χωρίς αμφιβολία, η ανάπτυξη θερμοπυρηνικών αντιδραστήρων, δηλαδή διατάξεων που θα αξιοποιούσαν την παραγωγή ελεγχόμενων και αυτοσυντηρούμενων αντιδράσεων σύντηξης για την παραγωγή ωφέλιμης ενέργειας. Στην περίπτωση αυτή, απαιτείται η δημιουργία ενός εξαιρετικά θερμού και πυκνού πλάσματος, για να είναι η πιθανότητα της πραγματοποίησης πυρηνικών συντήξεων στο εσωτερικό του αρκετά μεγάλη, ώστε να εξασφαλίζεται η αυτοσυντήρησή τους. Ένα τέτοιο πλάσμα δημιουργεί σημαντικά τεχνικά προβλήματα περιορισμού του, καθώς κανένα από τα γνωστά υλικά δεν είναι δυνατόν να αντέξει στις τεράστιες θερμοκρασίες και πιέσεις, που θα αναπτύσσονται στο εσωτερικό του. Πράγματι, για την εξασφάλιση της αυτοσυντήρησης των θερμοπυρηνικών αντιδράσεων, το πλάσμα θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από θερμοκρασίες της τάξης αρκετών δεκάδων ή εκατοντάδων εκατομμυρίων βαθμών Κέλβιν (K) και να προστατεύεται κατά τον αποτελεσματικότερο δυνατό τρόπο από τις απώλειες ενέργειας (λόγω ακτινοβολίας) ή σωματιδίων του (λόγω ασταθειών). Η ανάπτυξη υψηλών θερμοκρασιών είναι απολύτως απαραίτητη, προκειμένου τα σωματίδια του πλάσματος να μπορούν να υπερνικούν τις ηλεκτροστατικής φύσης (λόγω των ομώνυμων ηλεκτρικών φορτίων τους) απωστικές δυνάμεις και να πραγματοποιούν ωφέλιμες μεταξύ τους συγκρούσεις. Έτσι, απαιτείται

η ανάπτυξη θερμοκρασιών της τάξης μέχρι των 45 εκατομμυρίων K για τα πλάσματα, στα οποία πραγματοποιούνται θερμοπυρηνικές αντιδράσεις δευτερίου-δευτερίου ή δευτερίου- τριτίου. Η θέρμανση του πλάσματος, ώστε να καταστεί ικανό για την ανάπτυξη θερμοπυρηνικών αντιδράσεων, είναι δυνατόν να επιτευχθεί μέσω του φαινομένου Joule ή με την βοήθεια πολύ ισχυρών διατάξεων λέιζερ. Όμως ο περιορισμός του πλάσματος εξακολουθεί να παραμένει ένα δυσεπίλυτο από τεχνικής πλευράς πρόβλημα. Η μέθοδος, που έχει κερδίσει μεγαλύτερο έδαφος σχετικά με την αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος, βασίζεται στην αξιοποίηση των δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται στο πλάσμα από μαγνητικά πεδία κατάλληλης μορφής (τις μαγνητικές φιάλες). Όμως, τα πεδία αυτά είναι εξαιρετικά ασταθή και ο περιορισμός του πλάσματος δεν μπορεί να διαρκέσει παρά μόνο για πολύ σύντομα χρονικά διαστήματα (της τάξης του ενός δεκάκις χιλιοστού του δευτερολέπτου).

Η θερμοπυρηνική σύντηξη αποτελεί την πηγή από την οποία αντλούν την ενέργειά τους ο Ήλιος και όλοι οι αστέρες. Συγχρόνως, αποτελεί την πηγή ενέργειας της ζωής πάνω στη Γη. Εμείς υπάρχουμε χάρη στη σύντηξη, παρόλο που δεν την έχουμε στο χέρι μας ακόμη – εκτός κάτω από ανεξέλεγκτες συνθήκες και για καταστροφικούς σκοπούς όπως στις βόμβες υδρογόνου. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται πλάσμα δευτερίου ή μίγματος δευτερίου-τριτίου. Οι ερευνητικές προσπάθειες, ειδικά σε αυτήν την περιοχή, προσέδωσαν σημαντική ώθηση στην ανάπτυξη της φυσικής του πλάσματος.



Σχ. 1.4 Σχηματικό διάγραμμα της διαθέσιμης ενέργειας (ορυκτά καύσιμα, υδροηλεκτρική, πυρηνικά, κλπ.) και απαιτούμενης ενέργειας για τις ανάγκες της ανθρωπότητας σαν συνάρτηση του χρόνου.



Σχ. 1.5 Σχηματικό διάγραμμα που δείχνει ότι τα αποθέματα των ορυκτών καυσίμων του πλανήτη μας βαίνουν προς εξάντλησή τους.

Πλεονεκτήματα παραγωγής ενέργειας από σύντηξη

Η παραγωγή ενέργειας από τη σύντηξη έχει τα πολλά πλεονεκτήματα τα οποία μπορούν να συνοψισθούν ως εξής :

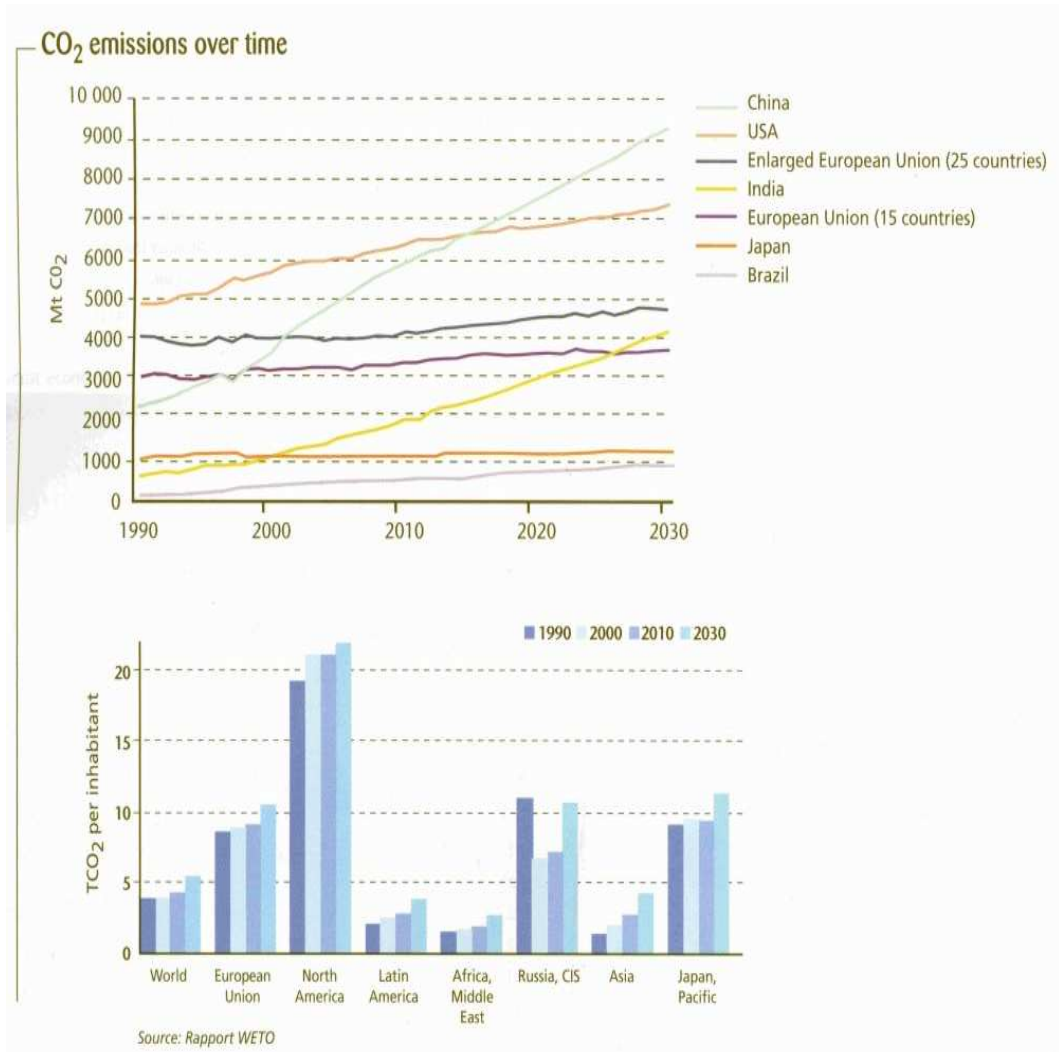
- Απεριόριστο και φθηνό καύσιμο. Με πρώτη ύλη το Δευτέριο (0.2% στο θαλασσινό νερό), η παραγόμενη ενέργεια από 10 Km^3 θαλασσινού νερού δίνει το ισοδύναμο της ενέργειας όλων των σημερινών αναλώσιμων καυσίμων.
- Έλλειψη ραδιενεργών καταλοίπων.
- Έλλειψη κινδύνου εκρήξεων.
- Απ' ευθείας μετατροπή της Ηλεκτρικής ενέργειας σε Θερμική.
- Μικρός βιολογικός κίνδυνος σε περίπτωση εκρήξεως.
- Ελάττωση της πιθανότητας διαφυγής υλικού για κατασκευή πυρηνικών όπλων.
- Δαυλός συντήξεως: λύση του προβλήματος των απορριμάτων.

Απαιτήσεις για παραγωγή ενέργειας από σύντηξη

Για την παραγωγή ενέργειας από θερμοπυρηνική σύντηξη απαιτείται :

- η θέρμανση αραιού αερίου (πυκνότητας $n \approx 10^{14} - 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) σε θερμοκρασίες εκατοντάδων εκατομμυρίων βαθμών όπου βρίσκεται σε κατάσταση πλάσματος.

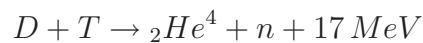
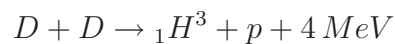
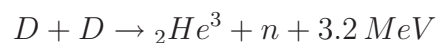
- και η συγκράτηση του πλάσματος από το να έλθει σε επαφή με τα ψυχρά τοιχώματα της συσκευής για αρκετό χρόνο t έτσι ώστε να παίρνουμε περισσότερη ενέργεια από αυτή που ξοδεύουμε (break-even conditions).

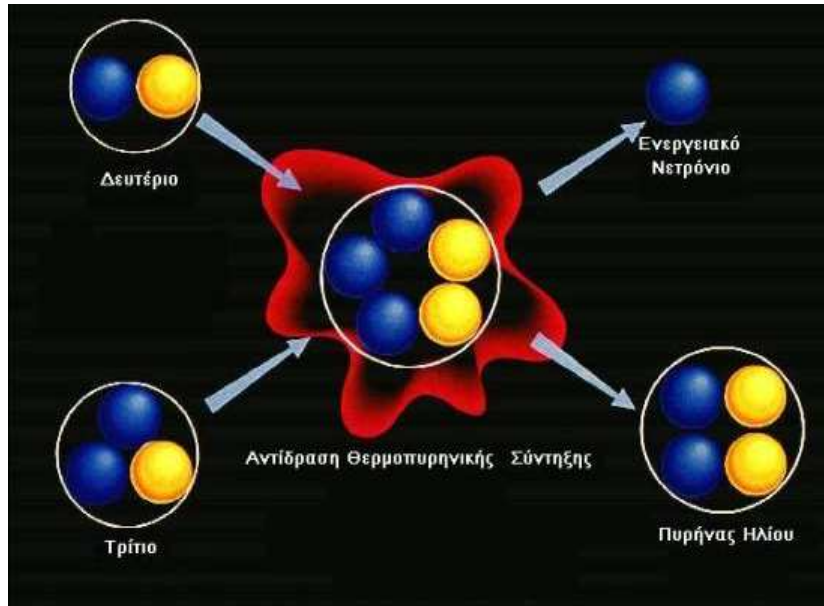


Σχ. 1.6 Η εκπομπή του διοξειδίου του άνθρακα σε παγκόσμια κλίμακα.

Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις και κριτήριο του Lawson

Οι πλέον πρόσφορες για σύντηξη αντιδράσεις είναι οι εξής,





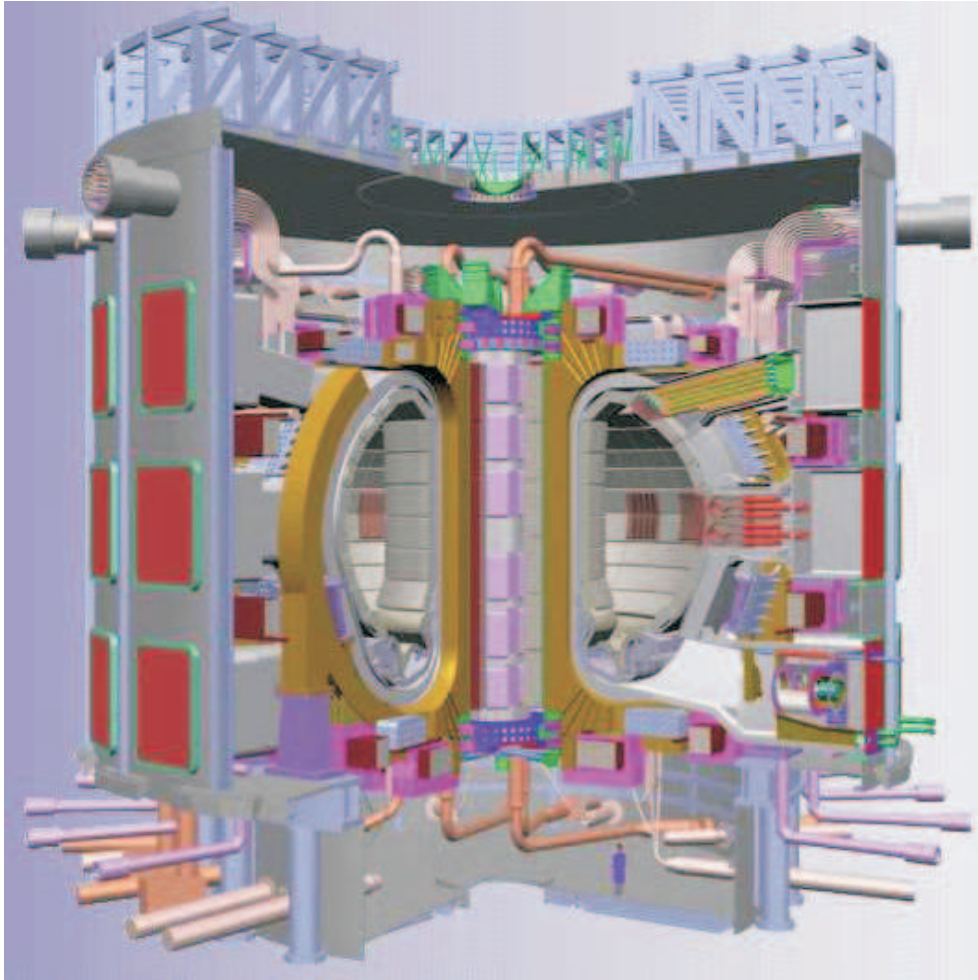
Σχ. 1.7 Η θερμοπυρηνική σύντηξη πυρήνων Δευτερίου και Τριτίου παράγει ένα πυρήνα Ηλίου και ένα ενεργειακό νετρόνιο, ενώ το έλλειμμα μάζας μετατρέπεται στην παραγόμενη κατά την αντίδραση αυτή θερμοπυρηνική ενέργεια.

Στην τελευταία αντίδραση που απαιτεί θερμοκρασίες $T \geq 5 \text{ keV}$, όταν ένα ιόν Δευτερίου συγκρουσθεί με ένα ιόν Τριτίου έχει μεγάλη πιθανότητα να συντηχθεί με αυτό και να παράγει ενέργεια περί τα 17.6 MeV που την μοιράζονται ένα σωματίδιο-α ($E \sim 3.5 \text{ MeV}$) και ένα νετρόνιο ($E \sim 14.1 \text{ MeV}$). Ένας τρόπος να γίνει αυτή η αντίδραση είναι να δημιουργηθεί πλάσμα πυκνότητας $\sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ με μέση ενέργεια ανά σωματίδιο μερικές δεκάδες keV. Ο χαρακτηριστικός χρόνος μέσα στον οποίο η αντίδραση είναι αυτοσυντηρούμενη είναι περί τα 5 δευτερόλεπτα. Η απαίτηση αυτή δεν πραγματοποιείται εύκολα γιατί τα ηλεκτρόνια στη συσκευή διαστάσεων περί τα 2 m κινούνται με ταχύτητες $\sim 10^8 \text{ ms}^{-1}$. Σήμερα παράγονται περί τα 100 MWatt σε πλάσμα Δευτερίου-Τριτίου θερμοκρασίας 20-40 keV και για χρόνους παγίδευσης περί το 1 δευτερόλεπτο. Για σύγκριση, περί το 1970 είχαμε γύρω στα 10mWatts σε θερμοκρασία $\sim 1 \text{ keV}$ για χρόνους παγίδευσης $\sim 5 \text{ msec}$.

Γενικά, για αντιδράσεις $D-T$ ή $D-D$ το πλάσμα πυκνότητας n πρέπει να παγιδευτεί για χρόνους t που ικανοποιούν τη σχέση $n \cdot t \geq 10^{14} - 10^{16}$. Σε τυχούσα θερμοκρασία, T , $n \cdot t \geq f(T)$, $f(T) = 10^{14}$ για $T \sim 15 \text{ keV}$. Σήμερα είμαστε κοντά σε 'break-even conditions', δηλ. παίρνουμε τόση ενέργεια όση δαπανούμε.

Μαγνητική παγίδευση

Το ιδανικότερο "δοχείο" για τη συγκράτηση πλάσματος σε συνθήκες συντήξεως είναι το μαγνητικό πεδίο και η μαγνητική παγίδευση είναι ο κλασικότερος τρόπος εγκλωβισμού πλάσματος.



Σχ. 1.8 Ο Διεθνής θερμοπυρηνικός αντιδραστήρας ITER : International Thermonuclear Experimental Reactor.

Παγκόσμια συνεργασία στο ITER

Το ITER – το οποίο σημαίνει «ο δρόμος» στα λατινικά, International Thermonuclear Experimental Reactor – είναι ένα διεθνές πρόγραμμα έρευνας και ανάπτυξης, στόχος του οποίου είναι να κάνει το επόμενο μεγάλο βήμα στην ανάπτυξη της ενέργειας σύντηξης. Βασιζόμενο στην καθιερωμένη φυσική και σε αποδεδειγμένη τεχνολογία, το ITER αντιπροσωπεύει το πρώτο ολοκληρωμένο σχέδιο μιας μηχανής σύντηξης στο μέγεθος των συμβατικών σταθμών ηλεκτροπαραγωγής. Κατά τα δέκα τελευταία έτη, το ITER εξελίχθηκε σε ένα λεπτομερές μηχανολογικό σχέδιο έτοιμο προς κατασκευή, για το οποίο παρασκευάστηκαν και δοκιμάστηκαν πλήρως από την βιομηχανία μοντέλα ή πρωτότυπα των βασικών τεχνολογικών συστατικών. Με βάση αυτή την εμπειρία, η βιομηχανία έχει αξιολογήσει τα αντίστοιχα έξοδα κατασκευής.

Η διεθνής συνεργασία που ασχολείται με την παραγωγή του σχεδίου για το ITER πρωτοπόρησε ενώνοντας γεωγραφικά διάσπαρτες πολυεθνικές ομάδες, ώστε να συντονίσουν αυτό το έργο, το οποίο αποτελεί τεχνολογική πρόκληση. Αυτό το αξιοσημεί-

ωτο επιστημονικό επίτευγμα κατέστη δυνατό με τη βοήθεια κορυφαίων επιστημόνων και μηχανικών που προέρχονται από ερευνητικά κέντρα, πανεπιστήμια και βιομηχανικές εταιρείες από όλο τον κόσμο, συγκεντρώνοντας έτσι μια ομάδα που αριθμεί αρκετές εκατοντάδες άτομα σε μια συνεργασία που εστιάζεται πραγματικά στο έργο αυτό.

Το έργο της κατασκευής και λειτουργίας του ITER θα απαιτήσει μια πραγματικά παγκόσμια συνεργασία. Οι διαπραγματεύσεις του ITER αφορούν την κατασκευή και λειτουργία του ITER, και περιλαμβάνουν θέματα όπως η συμμετοχή στις δαπάνες, η δομή της διεύθυνσης, τα πνευματικά δικαιώματα και ο χώρος. Βοηθητικές τεχνικές δραστηριότητες συνεχίζουν να διατηρούν την ακεραιότητα του έργου, να επιθεωρούν τις προσαρμογές των σχεδίων σε συγκεκριμένους χώρους και να αναλαμβάνουν τις προετοιμασίες οργάνωσης των απαραίτητων εγγράφων για τη χορήγηση αδειών.

Το ITER θα περιλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος της τεχνολογίας που απαιτείται για ένα μελλοντικό σταθμό ηλεκτροπαραγωγής με σύντηξη. Το tokamak του ITER με ύψος 24 μέτρων και πλάτος 30 μέτρων θα είναι μικρότερο από ένα συμβατικό σταθμό ηλεκτροπαραγωγής. Θα παράγει έως 500 MW θερμική ενέργεια σε ένα ραβδοειδές πλάσμα σύντηξης όγκου 800 m^3 , το οποίο θα συγκρατείται από ισχυρά μαγνητικά πεδία. Θα επιδείξει μια κατάσταση παρατεταμένης παραγωγής ενέργειας, με απώτερο στόχο τη σταθερή κατάσταση λειτουργίας.

Το ITER θα παράγει πέντε έως δέκα φορές περισσότερη ενέργεια από όση απαιτείται για τη διατήρηση του πλάσματος σε θερμοκρασίες σύντηξης (150 εκατομμύρια βαθμούς Κελσίου), αποδεικνύοντας έτσι την εφικτότητα της ενέργειας σύντηξης και της διατηρήσιμης «καύσης» και επιτρέποντας στους φυσικούς και μηχανικούς να αναπτύξουν και να βελτιστοποιήσουν τις τεχνολογίες, τα μέρη και τις στρατηγικές ελέγχου για τους μετέπειτα σταθμούς ηλεκτροπαραγωγής με σύντηξη.

Οι ερευνητικές εγκαταστάσεις του ITER βρίσκονται στο Cadarache (Γαλλία), ενώ ο αντίστοιχος Οργανισμός στη Barcelona (Ισπανία).

1.4 Άλλες εφαρμογές του πλάσματος

Οι ιδιότητες των ηλεκτρικών εκκενώσεων έχουν από μακρού αξιοποιηθεί για τον φωτισμό ή σε ορισμένες ηλεκτρονικές ή ηλεκτροτεχνικές διατάξεις, όπως είναι οι λαμπτήρες κενού, νατρίου ή υδραργύρου, σωλήνες νέου ή ζένου (λαμπτήρες αναλαμπών), ανορθωτές ισχύος, σωλήνες ρύθμισης τάσης, φωτοηλεκτρικά κελιά, απαριθμητές Geiger-Muller, θερμοϊοντικοί μετατροπείς κ.λ.π. Μπορούν να αναφερθούν επίσης και οι ακόλουθες σημαντικές εφαρμογές:

- Η μαγνητοϋδροδυναμική μετατροπή ενέργειας, η οποία χρησιμοποιεί ένα πίδακα πλάσματος που κινείται κάθετα μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη Lorentz $q\vec{v} \times \vec{B}$ προκαλεί κίνηση των ιόντων αντίθετα αυτής των ηλεκτρονίων και έχει σαν αποτέλεσμα την φόρτιση των δύο ηλεκτροδίων προς τα οποία κινούνται τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα, σε διαφορετικό δυναμικό. Όταν συνδεθούν τα δύο αυτά ηλεκτρόδια παράγεται ηλεκτρικό ρεύμα, χωρίς τους περιορισμούς που έχουν στην απόδοσή τους οι θερμικοί κύκλοι μηχανών. Η μαγνητοϋδροδυναμική γεννήτρια μετατρέπει την κινητική ενέργεια μιας δέσμης πλάσματος που εκτοξεύεται κά-

θετα προς ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, σε ηλεκτρική ενέργεια, χωρίς τους περιορισμούς της απόδοσης των θερμικών μηχανών.

Συγκεκριμένα, εάν το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στο επίπεδο xy , $B = B_0\hat{z}$ και το πλάσμα e και p κινείται στην οριζόντια διεύθυνση, $v = v_0\hat{x}$, τότε η δύναμη Lorentz πάνω στα ηλεκτρόνια είναι $F_e = qv_0B_0$, ενώ πάνω στα πρωτόνια είναι $F_p = -qv_0B_0$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα μεν ηλεκτρόνια να ολισθαίνουν προς τα πάνω (\hat{y} -διεύθυνση), τα δε πρωτόνια προς τα κάτω ($-\hat{y}$ -διεύθυνση). Εάν τοποθετηθούν δύο ηλεκτρόδια κάθετα στη διεύθυνση \hat{y} και συνδεθούν με ένα εξωτερικό κύκλωμα, τότε ρέει ηλεκτρικό ρεύμα πυκνότητας $J_y = \sigma E_y = -\sigma v_0 B_0/c$ όπου σ είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα του πλάσματος και E_y είναι το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται εντός του πλάσματος. Το ρεύμα J_y ασκεί δύναμη $F_x = J_y B_z = \sigma v_0 B_0^2/c$ η οποία επιβραδύνει την κίνηση του πλάσματος. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε μετατροπή της κινητικής ενέργειας του πλάσματος σε ηλεκτρική. Η ενέργεια αυτή εν συνεχεία διατίθεται στο εξωτερικό κύκλωμα.

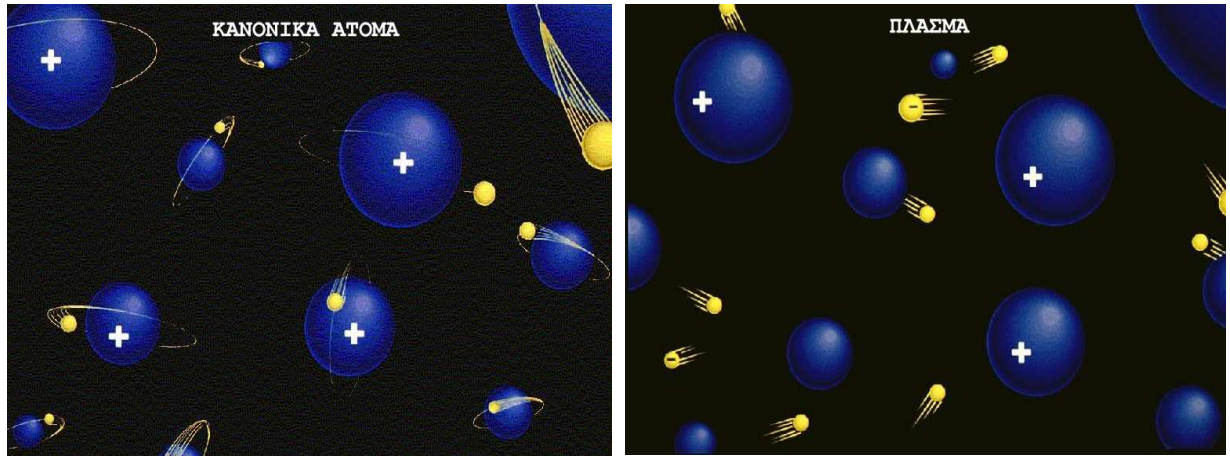
- Η ανάπτυξη ιοντικών κινητήρων για την εξασφάλιση της προώθησης διαστημικών οχημάτων βασίζεται στην αντίστροφη διαδικασία. Εφαρμόζοντας μιά διαφορά δυναμικού ανάμεσα σε δύο ηλεκτρόδια δημιουργείται ρεύμα στο πλάσμα. Η δύναμη Lorentz $\vec{j} \times \vec{B}$ στη συνέχεια εκτοξεύει το πλάσμα και από διατήρηση της ορμής ο πύραυλος εκτοξεύεται προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Συγκεκριμένα, το ρεύμα $\vec{J} = -J_0\hat{y} = \sigma E_0\hat{y}$ ασκεί στο πλάσμα δύναμη $F_x = J_y B_z = \sigma E_0 B_0$ ανά μονάδα όγκου, η οποία και επιταχύνει το πλάσμα στη διεύθυνση \hat{x} . Λόγω διατήρησης της ορμής, το διαστημόπλοιο επιταχύνεται στην αντίθετη κατεύθυνση $-\hat{x}$.

Το πλεονέκτημα της μαγνητουδροδυναμικής προώθησης σε σχέση με την προώθηση διαστημοπλοίων με χημική καύση είναι ότι η προώθηση διαρκεί μεγάλα χρονικά διαστήματα, σε αντίθεση με την χημική η οποία μπορεί να δώσει μεγάλες ώσεις, διαρκεί όμως για μικρά χρονικά διαστήματα. Συνήθως, για την αρχική απομάκρυνση των διαστημοπλοίων από το ισχυρό πεδίο βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της χρησιμοποιείται χημική προώθηση, ενώ στη συνέχεια χρησιμοποιείται μαγνητουδροδυναμική προώθηση για μεγάλα ταξείδια στο μεσοπλανητικό χώρο.

- Η ανάπτυξη γεννητριών ή ενισχυτών στην περιοχή των πολύ υψηλών συχνοτήτων, βασίζονται στις αστάθειες του τύπου δέσμης - πλάσματος.
- Η ανάπτυξη του τόξου πλάσματος, διευρύνει τις δυνατότητες του ηλεκτρικού τόξου για τις εφαρμογές της κοπής ή της συγκόλλησης των μετάλλων. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και για την διευκόλυνση της κοπής των πυρίμαχων μετάλλων: το αντικείμενο θερμαίνεται τοπικά και επιφανειακά με την βοήθεια του πλάσματος πριν από την διέλευση του κυρίως κοπτικού εργαλείου. Επιτυγχάνονται ταχύτητες κοπής, σημαντικά ανώτερες εκείνων που αναπτύσσονται με τις κλασικές μεθόδους.

- Οι φυσικήρες πλάσματος, οι οποίοι, χάρη στην υψηλή θερμική αγωγιμότητα του πλάσματος, επιτρέπουν την αποδοτικότερη ανταλλαγή θερμότητας σε σύγκριση με τις κλασικές διατάξεις.
- Η παραγωγή μετάλλων εξαιρετικά μεγάλης χημικής καθαρότητας με τη χρήση τεχνικών πλάσματος.



Σχ. 1.9 Ουδέτερα και ιονισμένα άτομα.

1.5 Ορισμός πλάσματος και ποσοστό ιονισμού ενός αερίου

Πλάσμα είναι ένα αέριο (μερικός ή ολικός) ιονισμένο το οποίο επιδεικνύει συλλογική συμπεριφορά. Τα επόμενα θα τα αφιερώσουμε στο να επεξηγήσουμε αυτόν τον ορισμό.

Κατ' αρχήν ποιό είναι το ποσοστό ιονισμού ενός αερίου συνολικής πυκνότητας $n \text{ cm}^{-3}$ και θερμοκρασίας $T \text{ }^\circ\text{K}$ σε συνθήκες θερμοδυναμικής ισορροπίας ;

Η εξίσωση Boltzmann της Στατιστικής Μηχανικής μας δίνει το λόγο του αριθμού των ατόμων N_B σε μια ενεργειακή κατάσταση B προς αυτά N_A σε σε μιά άλλη ενεργειακή κατάσταση A,

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{g_B}{g_A} e^{-\frac{E_B - E_A}{kT}},$$

όπου τα g είναι οι αριθμοί των καταστάσεων στην αντίστοιχη ενέργεια (τα στατιστικά βάρη), π.χ., για την περίπτωση του ατόμου του Υδρογόνου είναι ο αριθμός των διαφόρων καταστάσεων spin και στροφορμής που έχουν την ίδια ενέργεια $E_\nu, g_\nu = 2\nu^2$.

Όταν το αέριο είναι ιονισμένο, χρειαζόμαστε μια παρόμοια εξίσωση που θα μας δίνει τον αριθμό των ατόμων σε μια διεγερμένη στάθμη σχετικά με αυτόν στη θεμελιώδη. Αυτή την εξίσωση η οποία είναι αντίστοιχη της εξίσωσης Boltzmann της Στατιστικής Μηχανικής θα αποδείξουμε στη συνέχεια.

Για απλότητα ας θεωρήσουμε ένα πλάσμα Υδρογόνου όπου έχουμε σε θερμοδυναμική ισορροπία, N_e ηλεκτρόνια, ίσον αριθμό N_p πρωτόνια και N_n ουδέτερα άτομα Υδρογόνου, με $N_e + N_n = N$ με αριθμητική πυκνότητα των ιονισμένων ατόμων $n_e = n_p$ (αριθμός ανά cm^3), και αριθμητική πυκνότητα των ουδετέρων ατόμων n_n , ενώ η συνολική πυκνότητα είναι $n = n_n + n_e$. Η θερμοκρασία του αερίου είναι $T \text{ }^\circ\text{K}$ και η ενέργεια ιονισμού, δηλ., η ενέργεια που απαιτείται για να αφαιρεθεί το εξωτερικό ηλεκτρόνιο του ατόμου του αερίου είναι E_i .

Η συνάρτηση διαμερισμού για τα τρία διαφορετικά συστατικά του αερίου (e, p και ουδέτερα H) είναι,

$$Z_e = \sum_{\nu} e^{-\frac{E_e(\nu)}{kT}}, Z_p = \sum_{\nu} e^{-\frac{E_p(\nu)}{kT}}, Z_n = \sum_{\nu} e^{-\frac{E_n(\nu)}{kT}},$$

όπου $E_e(\nu)$, $E_p(\nu)$ και $E_n(\nu)$ είναι οι αντίστοιχες ενέργειες των τριών συνιστωσών του αερίου. Θεωρώντας το τρία αυτά συστατικά του αερίου στατιστικά ισοδύναμα, η συνάρτηση πιθανότητας $S(N_e, N_p, N_n)$ να έχουμε στο σύστημά μας N_e ηλεκτρόνια, N_p πρωτόνια και N_n ουδέτερα, με $N_e = N_p$ και $N_e + N_n = N$ είναι,

$$S(N_e, N_p, N_n) = \frac{Z_e^{N_e} Z_p^{N_p} Z_n^{N_n}}{N_e! N_p! N_n!},$$

Επειδή όμως στην πραγματικότητα τα συστατικά σωματίδια έχουν μια συνεχή κατανομή της ορμής τους, τα αθροίσματα στις τρεις συναρτήσεις διαμερισμού για τα τρία διαφορετικά συστατικά του αερίου είναι στην πραγματικότητα ολοκληρώματα. Έτσι, καταρχήν για τα Z_e και Z_p έχουμε,

$$Z_i = \int g_i e^{-\frac{p^2/2m_i}{kT}} \frac{d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{p}}{h^3},$$

όπου $i = (e, p)$ και $d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{p}/h^3$ η κυψελλίδα του χώρου των φάσεων. Επειδή $d^3\mathbf{p} = 4\pi p^2 dp$ έχουμε,

$$Z_i = \frac{4\pi g_i}{h^3} \int d^3\mathbf{x} \int_0^\infty p^2 e^{-\frac{p^2/2m_i}{kT}} dp.$$

Θέτοντας $y^2 = p^2/2m_i kT$, $2ydy = pdp/m_i kT$, $pdp = 2m_i kT ydy$, παίρνουμε,

$$Z_i = \frac{4\pi g_i V}{h^3} (2m_i kT)^{1/2} \int_0^\infty (2m_i kT) y^2 e^{-y^2} dy \quad (1.1)$$

$$= \frac{4\pi g_i V}{h^3} (2m_i kT)^{3/2} \int_0^\infty y^2 e^{-y^2} dy \quad (1.2)$$

$$= \frac{4\pi g_i V}{h^3} (2m_i kT)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \quad (1.3)$$

$$= \frac{g_i V}{h^3} (2\pi m_i kT)^{3/2}. \quad (1.4)$$

Επειδή τα ηλεκτρόνια και πρωτόνια είναι φερμιόνια, $g_e = g_p = 2$ και έτσι

$$Z_e = \frac{2V}{h^3} (2\pi m_e kT)^{3/2}, \quad Z_p = \frac{2V}{h^3} (2\pi m_p kT)^{3/2}.$$

Ο υπολογισμός της συνάρτησης διαμερισμού για τα ουδέτερα ακολουθεί ακριβώς τα ίδια βήματα εκτός από το ότι πρέπει να προστεθεί και ο εκθετικός παράγοντας με την ενέργεια ιονισμού του Υδρογόνου, και να λάβουμε υπόψη ότι η πολλαπλότητα είναι $g_n = 4$,

$$Z_n = \frac{4V}{h^3} (2\pi m_n kT)^{3/2} e^{\frac{E_i}{kT}}.$$

Στη συνέχεια, αναζητούμε την πιό πιθανή κατάσταση που αντιστοιχεί στο μέγιστο της συνάρτησης πιθανότητας $S(N_e, N_p, N_n)$. Επειδή η συνάρτηση $\ln x$ είναι μονότονη, η συνάρτηση $\ln f(x)$ θα έχει μέγιστο στην ίδια τιμή του x με τη συνάρτηση $f(x)$. Άρα, μας βολεύει να αναζητήσουμε το μέγιστο της συνάρτησης $\ln S$. Παίρνοντας λοιπόν την παράγωγο της $\ln S(N_e, N_p, N_n)$ ως προς N_e και χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική έκφραση του Stirling για το παραγοντικό, $\ln N! \approx N \ln N - N$, έχουμε,

$$\ln S = N_e \ln Z_e + N_p \ln Z_p + N_n \ln Z_n - N_e \ln N_e + N_e - N_p \ln N_p + N_p - N_n \ln N_n + N_n.$$

Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς $N_e = N_p$ και $N_e + N_n = N$ και παραγωγίζοντας την τελευταία σχέση έχουμε,

$$\frac{d \ln S}{d N_e} = \ln Z_e + \ln Z_p - \ln Z_n - \ln N_e - \ln N_e + N_p + \ln(N - N_e) = 0.$$

Επομένως,

$$\frac{Z_e Z_p}{Z_n} = \frac{N_e^2}{N - N_e},$$

Συναρτήσεϊ του λόγου ιονισμού

$$r_i = \frac{n_i}{n} = \frac{n_i}{n_n + n_i}$$

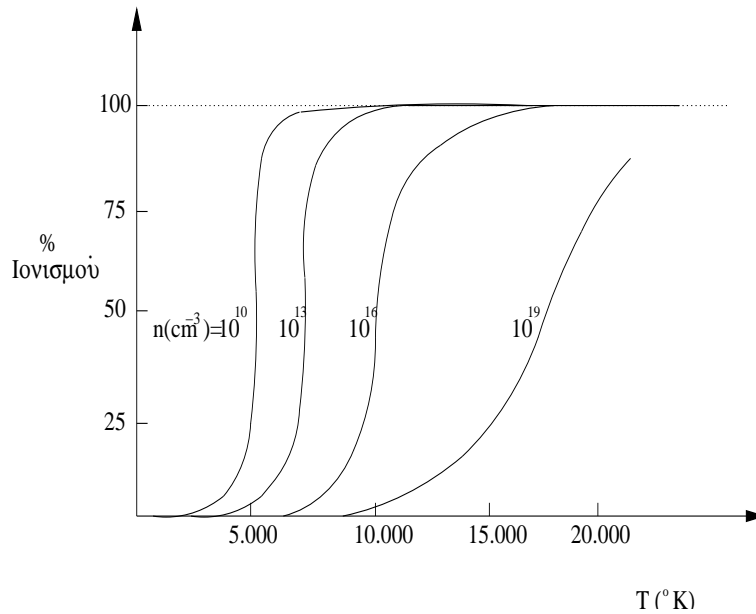
έχουμε τελικά,

$$\frac{r_i^2}{1 - r_i} = \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{nh^3} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right) \simeq 2.4 \times 10^{15} \frac{T^{3/2}}{n} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right).$$

Από αυτή την εξίσωση προκύπτει και ο λόγος του αριθμού των ιονισμένων ατόμων προς τον αριθμό των ουδετέρων,

$$\frac{n_i}{n_n} \simeq 2.4 \times 10^{15} \frac{T^{3/2}}{n_i} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right).$$

όπου η θερμοκρασία T δίδεται σε $^\circ K$ ($1 \text{ eV} \rightarrow 11600^\circ K$). Ο αριθμητικός συντελεστής στις δύο προηγούμενες εξισώσεις προκύπτει από συνδυασμό ατομικών σταθερών.



Σχ. 1.10 Ποσοστό ιονισμού ατόμων H σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας T για διάφορες πυκνότητες n .

1.5.1 Παραδείγματα

- Στον αέρα ενός δωματίου $T \sim 300^\circ K$, $n \sim 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Για το άζωτο $E_i = 14.5 \text{ eV}$ και έτσι έχουμε,

$$E_i = 14.5 \text{ eV} = 14.5(\text{eV}) \times 11.600(\text{°K/eV}), \quad \frac{E_i}{kT} = 560,$$

$$e^{-\frac{E_i}{kT}} \simeq 10^{-244} \quad (10^{x/2.3} = e^x), \quad r_i \simeq 10^{-122}.$$

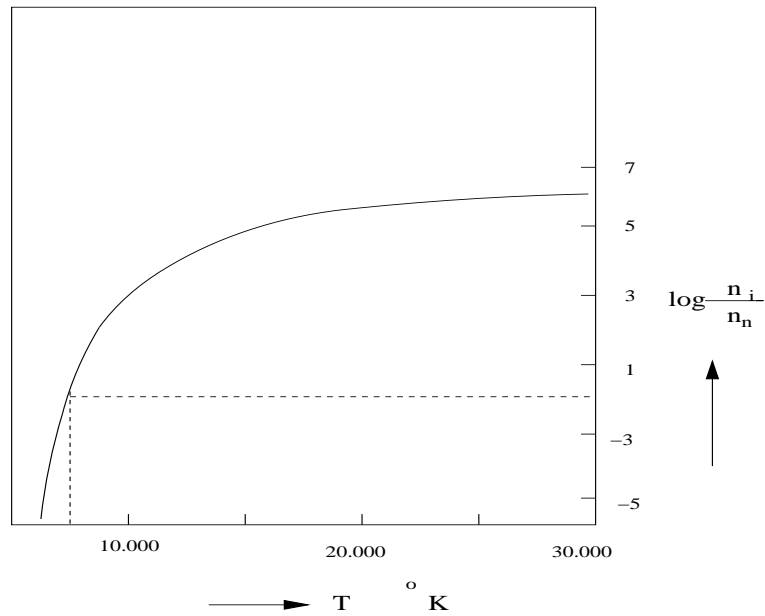
- Στο πλάσμα του σωλήνα μιάς ηλεκτρικής εκκένωσης, $T \sim 2 \text{ eV}$, $n \sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$,

$$\frac{n_i}{n_n} \sim 10^{10}.$$

- Στην ηλιακή ατμόσφαιρα (στέμμα), $T \sim 10^6$, $n \sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$,

$$\frac{n_i}{n_n} \sim 10^{12}.$$

Είναι προφανές από την εξίσωση Saha ότι το ποσοστό ιονισμού ενός αερίου αυξάνει καθώς αυξάνει η θερμοκρασία του. Αξίζει να σημειώσουμε επίσης ότι σε μερικές περιπτώσεις μπορούμε να έχουμε υψηλό ιονισμό σε ένα αέριο που δεν είναι σε θερμοδυναμική ισορροπία, οπότε και δεν εφαρμόζεται η εξίσωση Saha. Για παράδειγμα, στις περιοχές γύρω από πολύ θερμούς αστέρες (περιοχές HII), το Υδρογόνο είναι ιονισμένο από τα υπεριώδη φωτόνια των θερμών αυτών άστρων και όχι από θερμικές κρούσεις.



Σχ. 1.11 Λόγος ιονισμού ατόμων H σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας T , για πλάσμα πυκνότητας $n_n \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Για χαμηλές $T \leq 7000^\circ K$ το H είναι βασικά ουδέτερο αλλά για υψηλότερες $T \geq 10000^\circ K$ το ποσοστό των ουδετέρων είναι αμελητέο.

Η προηγούμενη ανάλυση εξηγεί γιατί ζούμε στο 1% του Σύμπαντος όπου το πλάσμα δεν υπάρχει μόνο του, όπως συμβαίνει στο υπόλοιπο 99% το οποίο έχοντας υψηλές θερμοκρασίες έχει $n_i/n_n \gg 1$.

Μια σύντομη εξήγηση της εξάρτησης από τα n, T στην εξίσωση Saha:

- Η αντίστροφη εξάρτηση από την πυκνότητα ($1/n_i$) υποδηλώνει την εξάρτηση του ρυθμού επανασύνδεσης από τα υπάρχοντα ιόντα (όσο μεγαλώνει η πυκνότητα των ιονισμένων ατόμων, τόσο ελαττώνεται ο λόγος ιονισμένων/ουδέτερα λόγω των επανασυνδέσεων).
- Η εξάρτηση από τη θερμοκρασία υποδηλώνει την εξάρτηση από τις κρούσεις του ιονισμού (όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία, τόσο μεγαλύτερη είναι η θερμική ταχύτητα ηλεκτρονίων και ιόντων και έτσι τόσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος ιονισμένων/ουδέτερα).

1.5.2 Πρόβλημα

Γράψτε ένα πρόγραμμα στον υπολογιστή σας και εν συνεχεία φτιάξτε τη γραφική παράσταση του λόγου ιονισμού ατόμων H σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας T , για πλάσματα διαφορετικής πυκνότητας, π.χ., πυκνότητας $n \sim 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ και $n \sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Επίσης, συμπληρώστε την τελευταία στήλη του επόμενου πίνακα.

Πυκνότητες και θερμοκρασίες σε διάφορα πλάσματα

Σύστημα	Θερμοκρασία $^{\circ}K$	Πυκνότητα $n(cm^{-3})$	ποσοστό ιονισμού $r_i = n_i/n$
ηλιακό κέντρο	$10^{7.2}$ (2 keV)	10^{26}	
θερμοπυρηνικός αντιδραστήρας	10^8	10^{15}	
πειράματα σύντηξης	10^7	10^{13}	
ατμόσφαιρα άστρου νετρονίων	10^7	10^{12}	
ηλιακό στέμμα	10^6	10^8	
ηλιακή χρωμόσφαιρα	5×10^5	$10^{11} - 10^{16}$	
ηλιακή φωτόσφαιρα	5×10^3	10^{16}	
ηλιακός άνεμος	10^5 ($T_i = 10$ eV, $T_e = 50$ eV)	5	
ηλεκτρικές εκκενώσεις	2×10^4 (2 eV)	$10^8 - 10^{12}$	
φλόγα	10^3	10^8	
Μαγνητόσφαιρα (Ζώνες Van Allen)	$10^7 - 10^4$ ($T_e = 1$ keV, $T_i = 1$ eV)	5	
Ιονόσφαιρα	600 (0.1 eV)	10^5	
μεσοαστρικός χώρος - περιοχές HI/HII	100/10 ⁴	$10^{-2}/1$	
μεσογαλαξιακή ύλη	3	10^{-6}	

Δυναμικό ιονισμού σε eV

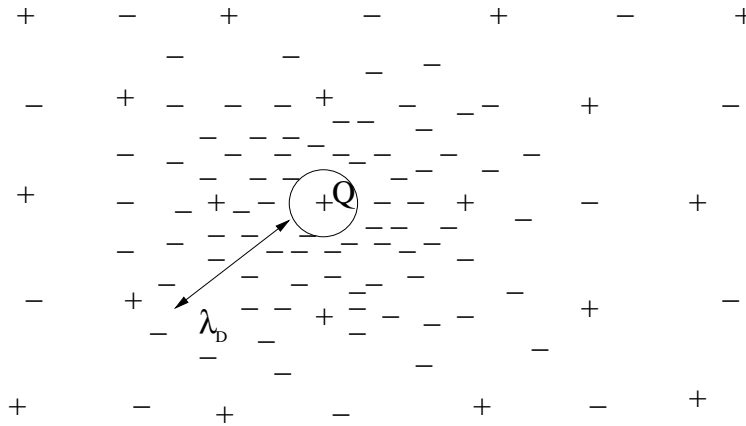
Στοιχείο	Δυναμικό ιονισμού διαφόρων ατόμων (eV)
<i>H</i>	13.6
<i>N</i>	14.5
<i>O</i>	13.5
<i>He</i>	24.5
<i>A</i>	15.7
<i>Hg</i>	10.4
<i>Fe</i>	7.8
<i>Na</i>	5.1
<i>Cs</i>	3.9

1.6 Βασικές παράμετροι του πλάσματος

Στα επόμενα θα συζητήσουμε σύντομα μερικές χαρακτηριστικές ποσότητες του πλάσματος, όπως είναι το μήκος Debye, η παράμετρος του πλάσματος, οι συχνότητες των φυσικών ταλαντώσεων του πλάσματος, η συχνότητα Larmor κίνησης φορτίων γύρω από τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου και η συχνότητα των ελαστικών σχεδιάσεων Coulomb ηλεκτρονίων και ιόντων στο πλάσμα.

1.6.1 Συλλογική συμπεριφορά του πλάσματος, Μήκος Debye, ψευδο-ουδετερότητα

Ο καθοριστικός ρόλος, που διαδραματίζουν οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις στην δυναμική του πλάσματος, έγκειται στην φύση των δυνάμεων αλληλεπίδρασης μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων του. Στην περίπτωση των ουδέτερων αερίων, οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης χαρακτηρίζονται από εξαιρετικά μικρές ακτίνες δράσης και η επίπτωση στις τροχιές τους δεν είναι αισθητή παρά μόνο για πολύ σύντομα χρονικά διαστήματα (όταν δύο σωματίδια τυχαίνει να βρίσκονται πολύ κοντά το ένα στο άλλο). Κατά τον υπόλοιπο χρόνο τα σωματίδια κινούνται πρακτικά ελεύθερα. Στην περίπτωση αυτή ισχύει κατά αρκετά ικανοποιητικό τρόπο το πρότυπο των διμερών συγκρούσεων και η κινητική θεωρία των αερίων, που βασίζεται σε αυτές τις υποθέσεις. Στην περίπτωση των πλάσματος μικρού σχετικά βαθμού ιοντισμού, υφίστανται επίσης αλληλεπιδράσεις μικρής εμβέλειας μεταξύ ουδέτερων ή ουδέτερων και φορτισμένων σωματιδίων, οπότε είναι ακόμη δυνατή η εφαρμογή του παραπάνω διμερούς προτύπου. Όμως, σε πλάσματα υψηλού βαθμού ιοντισμού, οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης (κυρίως ηλεκτροστατικής φύσης) μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων χαρακτηρίζονται από πολύ μεγαλύτερη εμβέλεια και είναι αδύνατον να περιγραφούν με τον παραπάνω τρόπο. Η επίδρασή τους στην τροχιά ενός σωματιδίου συνιστά φαινόμενο συσσωρευτικό, δηλαδή όλα τα άλλα σωματίδια αλληλεπιδρούν κατά συλλογικό τρόπο, δημιουργώντας ένα μέσο ηλεκτρικό πεδίο, υπό την επήρεια του οποίου κινείται το κάθε ένα σωματίδιο. Ο συλλογικός αυτός χαρακτήρας αποτελεί ουσιώδη ιδιότητα του πλάσματος.



Σχ. 1.12 Θωράκιση Debye γύρω από ένα θετικό φορτίο Q σε πλάσμα

Έστω ότι τοποθετούμε δύο φορτισμένα ηλεκτρόδια μέσα σε πλάσμα. Καθένα ηλεκτρόδιο έλκει τα αντίθετα φορτία και έτσι ένα νέφος τέτοιων αντίθετων φορτίων δημιουργείται γύρω τους. Αν το πλάσμα ήταν κρύο ($T \rightarrow 0$) έτσι ώστε να μην είχαμε θερμικές κινήσεις, θα είχαμε πλήρη θωράκιση, δηλαδή γύρω από κάθε ηλεκτρόδιο θα υπήρχε το ίσο και αντίθετο φορτίο και μέσα στο χώρο του πλάσματος το ηλεκτρικό πεδίο θα ήταν μηδέν, $\vec{E} = 0$. Επειδή στην πραγματικότητα όμως πάντα $T \neq 0$, τα φορτία που είναι στις παρυφές (άκρα) του νέφους γύρω από κάθε ηλεκτρόδιο μπορούν λόγω θερμικών κινήσεων να διαφύγουν απ' το ηλεκτροστατικό πεδίο και να δημιουργήσουν ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E} \neq 0$ μέσα στο χώρο του πλάσματος.

Η ακτίνα της σφαίρας γύρω από κάθε ηλεκτρόδιο, μέσα στην οποία έχουμε αποκλίσεις από την ηλεκτρική ουδετερότητα και $\vec{E} \neq 0$, ονομάζεται ακτίνα Debye ή μήκος Debye λ_D .

Η θεωρία της ηλεκτρικής θωράκισης αναπτύχθηκε από τους Debye και Huckel (1923). Για απλούστευση, ας θεωρήσουμε ότι το πλάσμα αποτελείται από θετικά ιόντα έκαστο φορτίου e και αρνητικά ηλεκτρόνια φορτίου $-e$. Λόγω της συνολικής ηλεκτρικής ουδετερότητας, οι πυκνότητες των ιόντων n_i και των ηλεκτρονίων n_e ικανοποιούν τη σχέση, $n_i = n_e = n_0$. Έστω ότι στην αρχή του συστήματος των συντεταγμένων τοποθετούμε ένα θετικό ηλεκτρικό φορτίο $Q = Ne$. Καθώς το θετικό αυτό φορτίο έλκει τα ηλεκτρόνια και απωθεί τα θετικά ιόντα, δημιουργεί γύρω του μιά ανισοκατανομή της πυκνότητας έτσι ώστε σε τυχόν σημείο του χώρου η πυκνότητα των φορτίων να είναι $(n_i - n_e)e$. Ας υποθέσουμε ότι το πλάσμα είναι σε θερμοδυναμική ισορροπία και έτσι οι πυκνότητες των θετικών και αρνητικών φορτίων του νέφους γύρω από το θετικό φορτίο Q , θα δίνονται από την κατανομή Boltzmann,

$$n_e = n_0 e^{\frac{eV}{kT_e}}, \quad n_i = n_0 e^{-\frac{eV}{kT_i}},$$

όπου k η σταθερά του Boltzmann, T_e , T_i , οι θερμοκρασίες των ηλεκτρονίων και των ιόντων και n_0 η πυκνότητα του πλάσματος μακριά από το φορτίο Q . Λόγω αυτών

των διαφορετικών πυκνοτήτων των φορτίων σε τυχόν σημείο του χώρου γύρω από το φορτίο Q δημιουργείται ένα ηλεκτρικό πεδίο με δυναμικό V τέτοιο ώστε να ικανοποιεί τον νόμο του Gauss, ή την εξίσωση του Poisson:

$$\nabla^2 V(r) = -4\pi\rho(r),$$

όπου

$$\rho(r) = Q\delta(r) + en_0 \left[e^{-\frac{eV(r)}{kT_i}} - e^{\frac{eV(r)}{kT_e}} \right].$$

Ας υποθέσουμε ότι μέσα στο πλάσμα $eV \ll (kT_e, kT_i)$ έτσι ώστε η θερμική κίνηση να εμποδίζει την πλήρη επανασύνδεση ιόντων-ηλεκτρονίων. Τότε μπορούμε να αναπτύξουμε τα εκθετικά κατά Taylor, $e^x \simeq 1+x$. Επίσης, λόγω της σφαιρικής συμμετρίας η Laplacian είναι,

$$\nabla^2 V(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV(r)}{dr} \right).$$

Επομένως έχουμε,

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV(r)}{dr} \right) = -4\pi Q\delta(r) + \left[\frac{1}{\lambda_{D_e}^2} + \frac{1}{\lambda_{D_i}^2} \right] V(r),$$

όπου

$$\frac{1}{\lambda_{D_i}^2} = \frac{4\pi e^2 n_0}{kT_i}, \quad \frac{1}{\lambda_{D_e}^2} = \frac{4\pi e^2 n_0}{kT_e},$$

και λ_{D_e} , λ_{D_i} είναι τα μήκη Debye για τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα, αντίστοιχα. Παρόμοια, μπορούμε να ορίσουμε το μήκος Debye του πλάσματος λ_D ,

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{4\pi n_0 e^2}{k} \left[\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right].$$

Εύκολα επαληθεύεται ότι η λύση της προηγούμενης διαφορικής εξίσωσης που ικανοποιεί τις απαιτήσεις:

$$V \rightarrow \frac{Q}{r} \quad \text{όταν } r \rightarrow 0,$$

$$V \rightarrow 0 \quad \text{όταν } r \rightarrow \infty$$

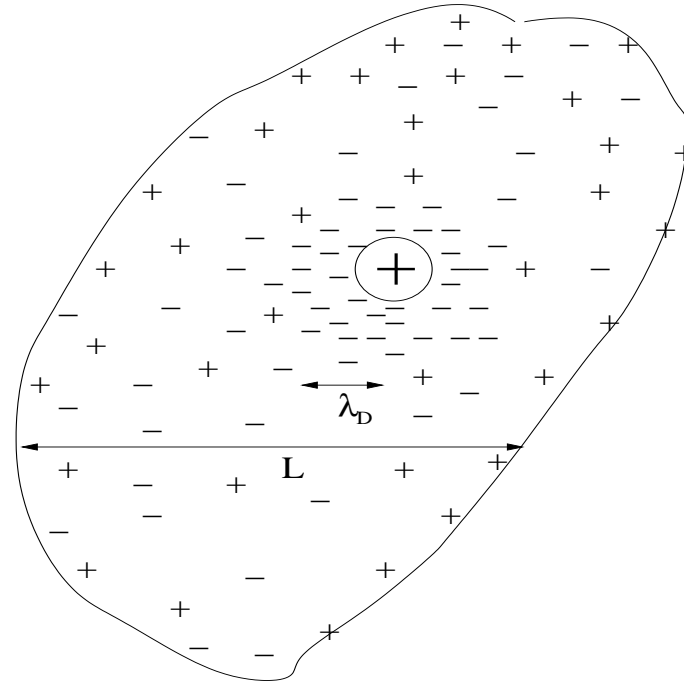
είναι

$$V = \frac{Q}{r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}}.$$

Δηλαδή, η θωράκιση του ιόντος από τα περιβάλλοντα ηλεκτρόνια είναι τέτοια ώστε σε μεγάλα r να ελαττώνουν το δυναμικό Coulomb κατά τον εκθετικό παράγοντα.

Παρατηρήσεις.

- Το δυναμικό $(Q/r) \exp(-r/\lambda_D)$ πέφτει πολύ πιο γρήγορα από το δυναμικό Coulomb για $r \gg \lambda_D$.



Σχ. 1.13 Όταν το μήκος Debye λ_D είναι πολύ μικρότερο των διαστάσεων του συστήματος L , $\lambda_D \ll L$, το σύστημα θεωρείται ηλεκτρικά ουδέτερο και το ηλεκτρικό πεδίο εντός του πλάσματος είναι μηδέν.

- Κάθε φορτισμένο σωματίδιο μπορεί να «δει» ηλεκτρικά μόνο μέσα στη σφαίρα Debye, δηλαδή, η απόσταση λ_D καθορίζει τον ηλεκτρικό ορίζοντά του. Για μεγάλες θερμοκρασίες T , το φορτισμένο σωματίδιο μπορεί να «δει» μακριά, ενώ για χαμηλές T μπορεί να «δει» μόνο κοντά.
- Εάν ορίσουμε τη μέση θερμοκρασία T ,

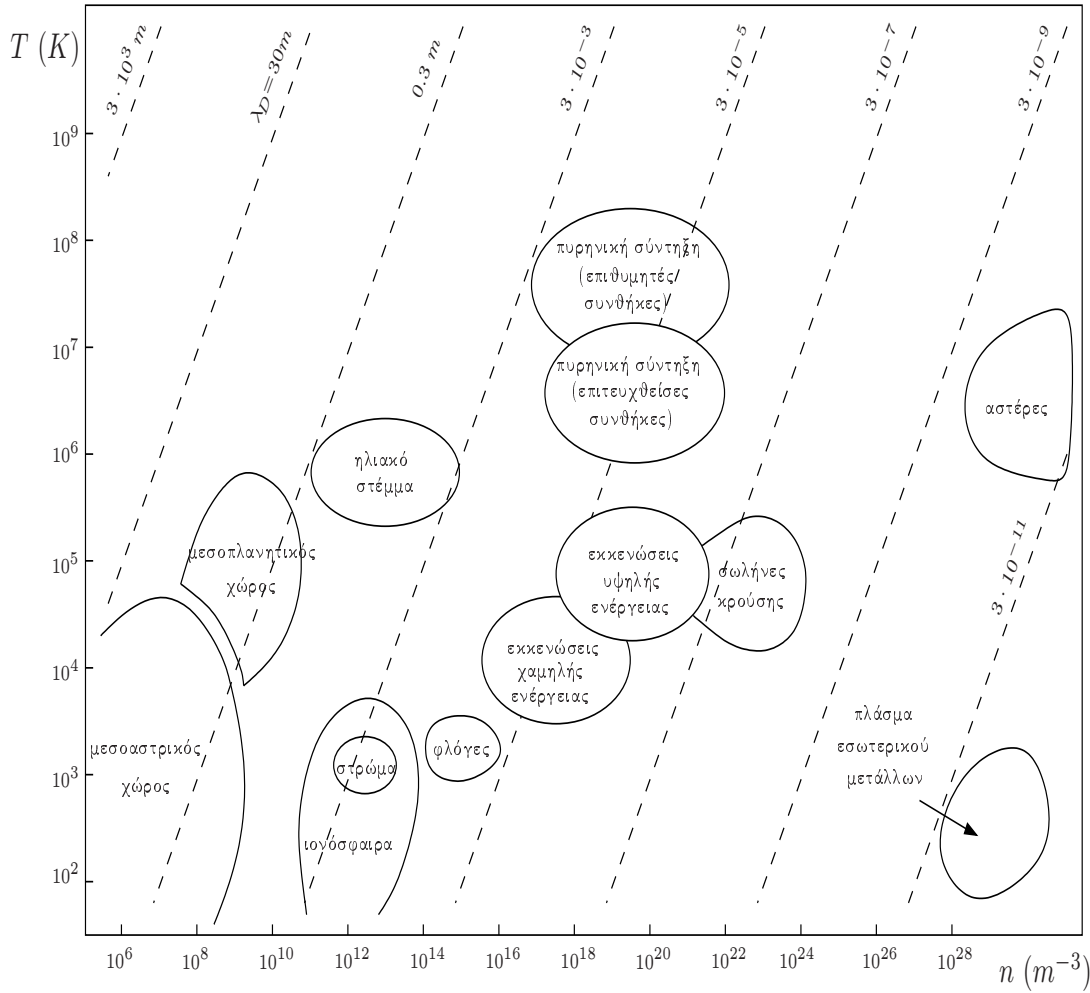
$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i},$$

τότε σε σύντομη μορφή το μήκος Debye γράφεται,

$$\lambda_D = 6.9 \left(\frac{T}{n_0} \right)^{1/2} \text{ cm} \text{ με την } T \text{ σε } ^\circ K, \text{ και την } n_0 \text{ σε } \text{cm}^{-3}.$$

- Το μήκος Debye καθορίζεται από τα φορτία με τη χαμηλότερη θερμοκρασία.
- Το λ_D αυξάνει με τη θερμοκρασία και ελαττώνεται όταν αυξάνει η πυκνότητα.
- Κάθε φορτίο αλληλεπιδρά μόνο με φορτία μέσα στη σφαίρα Debye.

Εάν σε κάποιο σημείο εντός του όγκου του πλάσματος διαστάσεων L δημιουργηθεί κάποια συγκέντρωση φορτίου, τότε η απόκλιση από την ουδετερότητα θωρακίζεται



Σχ. 1.14 Περιοχές στο διάγραμμα $n - T$ που αντιστοιχούν σε διάφορες φυσικές συνθήκες πλάσματος. Οι διακεκομμένες γραμμές δίνουν το μήκος Debye.

από τη σφαίρα Debye διαστάσεων λ_D . Έξω από αυτή τη σφαίρα, το ηλεκτροστατικό δυναμικό είναι σταθερό και από το νόμο του Gauss $n_i - n_e \simeq 0$, αφήνοντας έτσι το υπόλοιπο του πλάσματος ανεπηρέαστο. Επομένως, αν $\lambda_D \ll L$ το πλάσμα μπορεί να θεωρηθεί μακροσκοπικά ουδέτερο, για φαινόμενα της κλίμακας του συστήματος L . Η πυκνότητα του ψευδο-ουδέτερου αυτού πλάσματος είναι τότε

$$n_e \simeq n_i = n_0.$$

1.6.2 Πρόβλημα

Επαληθεύστε ότι η προηγούμενη λύση $Q/r \exp(-r/\lambda_D)$ ικανοποιεί την εξίσωση του Poisson.

1.6.3 Παραδείγματα

- Στα πειράματα σύντηξης ($T \sim 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$, $n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$):
 $\lambda_D \sim 7 \times 10^{-4} \text{ cm} \ll L \sim 1 \text{ m}$.
- Σε ηλεκτρική εκκένωση ($T \sim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$, $n \sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$):
 $\lambda_D \sim 7 \times 10^{-3} \text{ cm} \ll L \simeq 1 \text{ m}$.
- Στην ιονόσφαιρα ($T \sim 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$, $n \sim 10^5 \text{ cm}^{-3}$):
 $\lambda_D \sim 0.7 \text{ cm} \ll L \simeq 300 \text{ km}$.
- Στο ηλιακό στέμμα ($T \sim 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$, $n \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$):
 $\lambda_D \sim 0.7 \text{ cm} \ll L \sim 100.000 \text{ km}$.
- Στον ηλιακό άνεμο ($T \sim 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$, $n \sim 7 \text{ cm}^{-3}$):
 $\lambda_D \sim 10 \text{ m} \ll L \simeq 1 \text{ AU} \sim 10^8 \text{ km}$.

1.6.4 Παράμετρος Πλάσματος $g = 1/N_D$

Εκτός της συνθήκης για ψευδο-ουδετερότητα, $L \gg \lambda_D$, μια δεύτερη συνθήκη που σιωπηρά παραδεχτήκαμε στην πορεία της συζήτησης της θωράκισης Debye, ήταν ότι μέσα στη σφαίρα Debye υπάρχουν αρκετά φορτία έτσι ώστε να ισχύουν οι έννοιες της Στατιστικής Φυσικής. Εάν ορίσουμε τον αριθμό των ηλεκτρονίων μέσα στη σφαίρα Debye N_D ,

$$N_D = n \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 = \frac{1}{3\sqrt{4\pi}} \left(\frac{kT}{e^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n^{1/2}},$$

ή

$$N_D = 1.38 \times 10^3 \frac{T^{3/2}}{n^{1/2}},$$

έχουμε προφανώς συλλογική-στατιστική συμπεριφορά αν $N_D \gg 1$. Το αντίστροφο του αριθμού N_D ορίζει την λεγόμενη παράμετρο πλάσματος g ,

$$g \equiv \frac{1}{N_D} = 7.25 \times 10^{-4} \frac{n^{1/2}}{T^{3/2}}.$$

Ένας άλλος τρόπος να δούμε τη συνθήκη $N_D \gg 1$ είναι ο εξής. Όταν το δυναμικό μεταξύ των αντίθετων φορτίων eV , είναι μικρότερο από τη θερμική ενέργεια kT , δεν θα έχουμε επανασυνδέσεις ηλεκτρονίων-ιόντων και το πλάσμα θα διατηρείται. Επειδή

η μέση απόσταση ανάμεσα στα φορτία σε πλάσμα πυκνότητας n είναι $n^{-1/3}$, η προηγούμενη απαίτηση γράφεται:

$$\frac{e^2}{n^{-1/3}} \ll kT \Leftrightarrow n\lambda_D^3 \gg 1.$$

Η γραμμή $n\lambda_D^3 = 1$ στο διάγραμμα $\log T - \log n$ διαχωρίζει την περιοχή του ιδεατού πλάσματος ($n\lambda_D^3 \gg 1$, ή, $g \ll 1$) από αυτήν του μη ιδεατού πλάσματος ($n\lambda_D^3 \ll 1$, ή, $g \gg 1$) όπου οι αλληλεπιδράσεις Coulomb είναι ισχυρές και έχουμε συζευγμένο κλασικό πλάσμα.

Για παράδειγμα, στον ηλιακό άνεμο, $N_D \sim 10^{10}$ και έτσι $g \sim 10^{-10}$ ενώ στην ιονόσφαιρα $N_D \sim 10^5$ και έτσι $g \sim 10^{-5}$, δηλ. και στις δύο αυτές περιπτώσεις ο αριθμός των φορτίων μέσα στη σφαίρα Debye είναι πολύ μεγάλος.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο λόγος της δυναμικής ενέργειας αλληλεπίδρασης Coulomb των φορτίων προς την κινητική τους ενέργεια είναι

$$\frac{\text{Δυναμική ενέργεια φορτίων}}{\text{Κινητική ενέργεια φορτίων}} = \frac{e^2 n^{1/3}}{kT} \propto g^{2/3}.$$

Όταν η παράμετρος πλάσματος g είναι πολύ μικρή, η αλληλεπίδραση Coulomb μεταξύ των φορτίων είναι μεν ασθενής, ωστόσο ένας μεγάλος αριθμός φορτίων αλληλεπιδρούν συγχρόνως. Για μεγαλύτερες τιμές του g , έχουμε λιγότερα σωματίδια που αλληλεπιδρούν, όμως η αλληλεπίδραση Coulomb μεταξύ των φορτίων είναι ισχυρότερη. Στο όριο των πολύ μικρών τιμών του g θεωρείται ότι έχουμε το ιδεατό πλάσμα.

1.6.5 Παράμετρος Λ

Έστω r_0 η ελάχιστη απόσταση προσέγγισης των φορτίων μέσα στο χώρο του πλάσματος. Ένας υπολογισμός της τάξεως μεγέθους αυτής της ελάχιστης απόστασης r_0 γίνεται εξισώνοντας την ηλεκτροστατική ενέργεια με τη θερμική,

$$\frac{e^2}{r_0} \sim kT.$$

Από το άλλο μέρος, η μέγιστη απόσταση που ένα ηλεκτρόνιο «βλέπει» ένα πρωτόνιο είναι η απόσταση Debye λ_D ,

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{kT}{4\pi n e^2}}.$$

Ο λόγος των δύο αυτών οριακών αποστάσεων ορίζει τη λεγόμενη παράμετρο Λ :

$$\Lambda = \frac{\lambda_D}{r_0} = \left(\frac{kT}{4\pi n e^2}\right)^{1/2} \frac{kT}{e^2} = \left(\frac{kT}{4\pi n e^2}\right)^{3/2} 4\pi n.$$

Έτσι,

$$\Lambda = 4\pi n \lambda_D^3 = 3N_D,$$

δηλ., η παράμετρος πλάσματος είναι ένας μεγάλος αριθμός. Για παράδειγμα, στο Ηλιακό Στέμμα όπου $T \sim 10^6 \text{ K}$, $n \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $\lambda_D = 0.7 \text{ cm}$, $\Lambda = 10^9$, $\ln \Lambda = 2.3 \times 9 \sim 20$.

1.7 Ταξινόμηση πλάσμάτων σε διάγραμμα θερμοκρασίας - πυκνότητας

Ταξινομώντας τα εργαστηριακά και αστροφυσικά πλάσματα σε διάγραμμα θερμοκρασίας και πυκνότητας έχουμε τις εξής περιοχές:

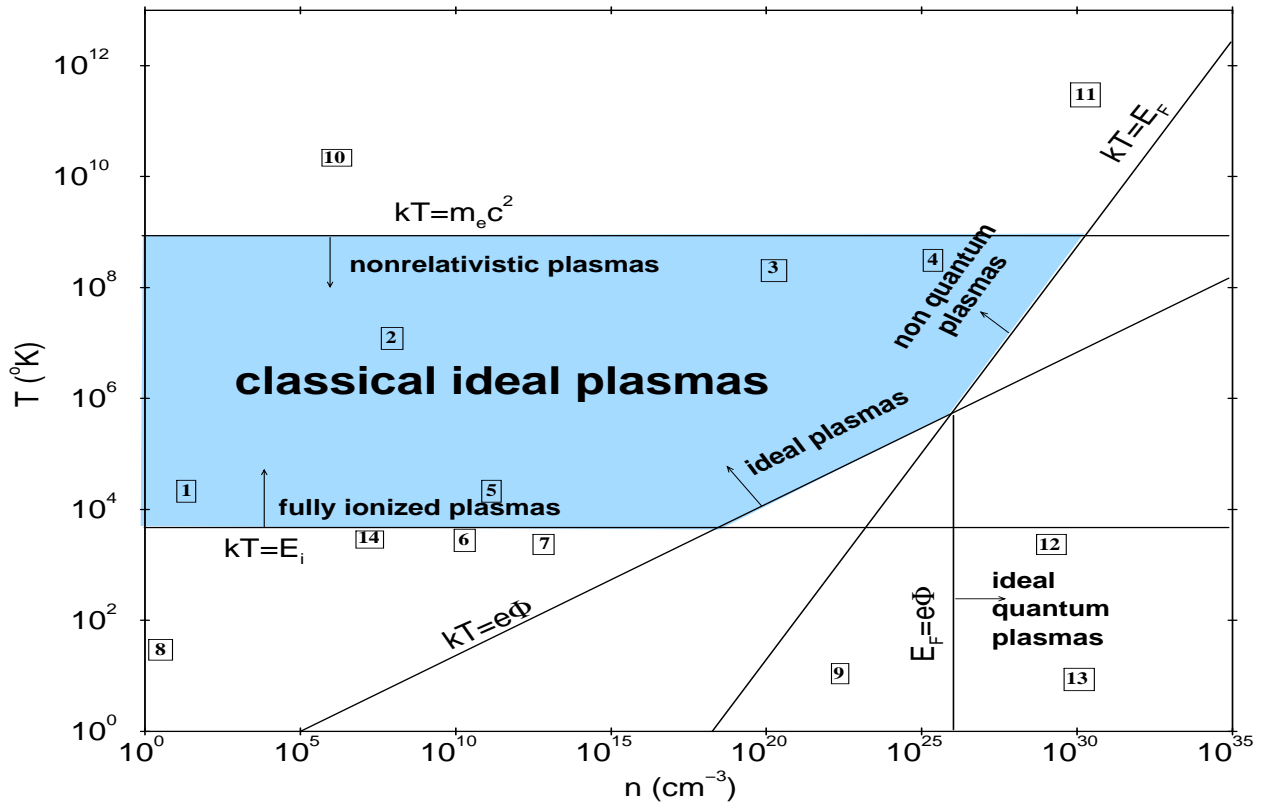
- **Σχετικιστικό πλάσμα:** Οι θερμικές ταχύτητες των ηλεκτρονίων είναι σχετικιστικές. Επειδή $1 \text{ eV} \equiv 11600 \text{ }^\circ \text{K}$ και $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$, σχετικιστικές ταχύτητες των ηλεκτρονίων έχουμε όταν η θερμοκρασία τους είναι $T_e^R > 5 \times 10^9 \text{ }^\circ \text{K}$. Αν παράλληλα η θερμική ταχύτητα των ιόντων είναι σχετικιστική ($m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$), $T_i^R > 10^{13} \text{ }^\circ \text{K}$ τότε τα σχετικιστικά φαινόμενα στη μελέτη της συμπεριφοράς των ιόντων δεν μπορεί να αγνοηθούν. Για παράδειγμα, στις μαγνητόσφαιρες των ταχύτατα περιστρεφόμενων αστερών νετρονίων (πάλσαρς), το ηλεκτρονιακό πλάσμα είναι σχετικιστικό.
- **Μη σχετικιστικό πλάσμα:** Η θερμοκρασία του πλάσματος είναι χαμηλότερη της προηγούμενης σχετικιστικής τιμής και μεγαλύτερη αυτής για την οποία έχουμε ιονισμό, $E_i < kT < kT_R$. Το χαμηλής πυκνότητας πλάσμα του ηλιακού στέμματος και μεσοαστρικού χώρου, των ηλεκτρικών εκκενώσεων και των μηχανών θερμοπυρηνικής σύντηξης, της χαμηλής ηλιακής ατμόσφαιρας αλλά και το υψηλής πυκνότητας πλάσμα στον Ηλιακό πυρήνα μπορούν άνετα να θεωρηθούν ως μη σχετικιστικά πλάσματα.
- **Μη ιονισμένα αέρια:** Σε θερμοκρασίες στις οποίες η θερμική ενέργεια είναι σημαντικά χαμηλότερη της ενέργειας ιονισμού, έχουμε αέριο και όχι πλάσμα, $E_i > kT$, όπως για παράδειγμα συμβαίνει στην ατμόσφαιρα γύρω μας.
- Σε πλάσμα πυκνότητας n και μέσης κινητικής ενέργειας $3kT/2$ ανά σωματίδιο, η μέση απόσταση γειτονικών σωματιδίων είναι $r_0 \sim n^{-1/3}$. Επομένως, η μέση δυναμική ενέργεια Coulomb είναι

$$V \sim e^2/n^{-1/3} .$$

Η θερμική ενέργεια είναι σημαντικά μεγαλύτερη της V όταν

$$kT \gg e^2/n^{-1/3} \implies n \left(\frac{kT}{4\pi n e^2} \right)^{3/2} \gg 1 \implies n\lambda_D^3 \gg 1 ,$$

όπου λ_D είναι το χαρακτηριστικό μήκος Debye. Τότε έχουμε *ιδεατό πλάσμα* και στην αντίθετη περίπτωση *μη ιδεατό πλάσμα*. Στο διάγραμμα T-n η διαχωριστική γραμμή ιδεατού και μη ιδεατού πλάσματος είναι $T \sim n^{1/3}$.



- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| 1: Solar wind | 8: Interstellar medium (ISM) |
| 2: Solar corona | 9: Electron gas in metals |
| 3: Tokamak | 10: Pulsar magnetospheres |
| 4: Thermonuclear fusion | 11: H-bomb |
| 5: Gas discharge tubes | 12: Interior of Jupiter |
| 6: Chromosphere | 13: White dwarfs |
| 7: Photosphere | 14: Ionosphere |

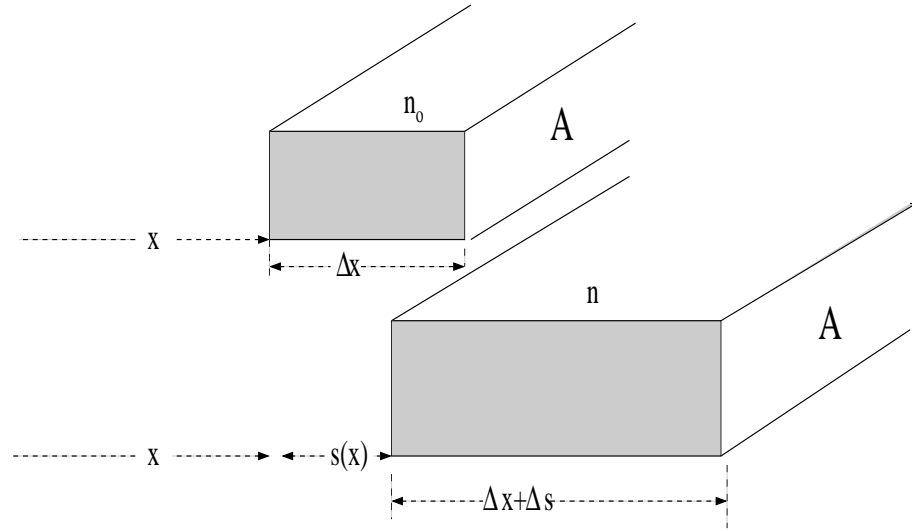
Σχ. 1.15 Ταξινόμηση όλων των Κοσμικών πλασμάτων σε διάγραμμα θερμοκρασίας - πυκνότητας.

- Εάν η χαρακτηριστική ενέργεια Fermi $E_F \sim \hbar^2(3\pi^2n^{2/3})/2m_e$ είναι μεγαλύτερη της μέσης θερμικής ενέργειας, $E_F > kT$, τότε τα κβαντικά φαινόμενα είναι σημαντικά. Δηλαδή, όταν η μέση απόσταση ανάμεσα στα σωματίδια είναι μικρότερη από το μήκος κύματος de Broglie $\hbar/m_e(2kT/m_e)^{1/2}$, τότε έχουμε κβαντικό πλάσμα, όπως για παράδειγμα συμβαίνει στο εσωτερικό των μετάλλων και των λευκών νάνων. Στην αντίθετη περίπτωση $E_F < kT$ έχουμε το κλασικό πλάσμα. Για παράδειγμα, το χαμηλής πυκνότητας πλάσμα του ηλιακού στέμματος και του μεσοαστρικού χώρου, το πλάσμα των ηλεκτρικών εκκενώσεων και των μηχανών θερμοπυρηνικής σύντηξης, το πλάσμα της χαμηλής ηλιακής ατμόσφαιρας αλλά και το υψηλής πυκνότητας πλάσμα του Ηλιακού πυρήνα μπορούν άνετα να θεωρηθούν ως κλασικά πλάσματα, όπου τα κβαντικά φαινόμενα είναι αμελητέα. Στο διάγραμμα T-n η διαχωριστική γραμμή κλασικών και κβαντικών πλάσμάτων είναι $T \sim n^{2/3}$.
- Αν η ενέργεια Fermi E_F είναι μεγαλύτερη της δυναμικής ενέργειας αλληλεπίδρασης Coulomb V , τότε έχουμε το *ιδεατό κβαντικό πλάσμα*, $E_F > V$, για παράδειγμα το πλάσμα του εσωτερικού των λευκών νάνων. Το ηλεκτρονιακό αέριο του εσωτερικού των μετάλλων είναι μη ιδεατό κβαντικό πλάσμα. Στο διάγραμμα T-n η διαχωριστική γραμμή ανάμεσα στο ιδεατό κβαντικό πλάσμα και το μη ιδεατό κβαντικό πλάσμα είναι $n > 10^{25}$.
- Τέλος, όταν $V > kT > E_F$ έχουμε το *ισχυρά συζευγμένο (Coulomb) κλασικό πλάσμα*.

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι στο διάγραμμα T-n έχουμε μία τεράστια μεταβολή της πυκνότητας κατά περίπου 27 τάξεις μεγέθους, ενώ της θερμοκρασίας κατά τουλάχιστον 7 τάξεις μεγέθους εάν περιορισθούμε στα μη σχετικιστικά πλάσματα. Έτσι, ενώ κατά τη μετάβαση από το μεσοπλανητικό χώρο στον αέρα, έχουμε αύξηση της πυκνότητας n κατά 19 τάξεις μεγέθους ($1 : 10^{19}$), κατά τη μετάβαση από τον αέρα στο νερό έχουμε αύξηση της πυκνότητας n κατά 3 τάξεις μεγέθους ($1 : 10^3$) και κατά τη μετάβαση από το νερό στο λευκό νάνο η αντίστοιχη αύξηση της πυκνότητας είναι 5 τάξεις μεγέθους ($1 : 10^5$). Συνολικά, από το πλάσμα της μεσοαστρικής ή μεσοπλανητικής ύλης έως το πλάσμα του εσωτερικού των λευκών νάνων έχουμε μεταβολή της πυκνότητας κατά 27 τάξεις μεγέθους.

1.8 Ταλαντώσεις πλάσματος και η συχνότητα πλάσματος

Μία σημαντική ιδιότητα του πλάσματος είναι ότι όταν διαταραχθεί από τη θέση ισορροπίας του ταλαντώνεται με μία χαρακτηριστική συχνότητα. Ας δούμε καταρχήν την απλούστερη περίπτωση ενός μονοδιάστατου μοντέλου που περιγράφει αυτές τις ταλαντώσεις. Εστω ότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων ανάμεσα σε δύο επιφάνειες εμβαδού A είναι $N = n_0\Delta x A$ όπου n_0 είναι η αδιατάρακτη πυκνότητα του πλάσματος. Μετά τη διαταραχή, ο αριθμός των ηλεκτρονίων ανάμεσα στις δύο επιφάνειες είναι



Σχ. 1.16 Στο απλό αυτό μονοδιάστατο μοντέλο, η αρχική πυκνότητα των ηλεκτρονίων του πλάσματος εντός του όγκου επιφάνειας A και πλευράς Δx είναι n_0 , ενώ μετά την διαταραχή εντός του νέου όγκου επιφάνειας A και πλευράς $\Delta x + \Delta s$ η πυκνότητα των ηλεκτρονίων είναι $n \neq n_0$. Υποθέτουμε ότι τα βαριά ιόντα παραμένουν ακίνητα.

$N' = n(\Delta x + \Delta s)A$. Επειδή ο ολικός αριθμός των ηλεκτρονίων παραμένει ο ίδιος, $N = N'$, έχουμε,

$$n = \frac{n_0 \Delta x}{\Delta x + \Delta s} = \frac{n_0}{1 + \frac{\Delta s}{\Delta x}} \simeq n_0 \left(1 - \frac{\Delta s}{\Delta x} \right).$$

Υποθέτουμε ότι τα βαριά ιόντα δε μετακινούνται καθόλου, έτσι ώστε η πυκνότητά τους να παραμένει σταθερή και ίση με n_0 . Έτσι, επειδή η συνολική πυκνότητα φορτίου σε κάθε σημείο του χώρου είναι $\rho = (n_0 - n)e$, έχουμε

$$\rho = n_0 e \frac{ds}{dx}.$$

Η πυκνότητα ρ συνδέεται με το πεδίο \vec{E} από το νόμο του Gauss,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho.$$

Υποθέτοντας κίνηση μόνο στη διεύθυνση \hat{x} έχουμε :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 4\pi n_0 e \frac{\partial s}{\partial x} \Rightarrow E_x = 4\pi n_0 e s + C,$$

όπου C είναι μια σταθερά που έστω όταν $s = 0$, $E_x = 0 \Rightarrow C = 0$.

Η δύναμη Coulomb πάνω σε ένα ηλεκτρόνιο είναι

$$F_x = -eE_x = -4\pi n_0 e^2 s = -ks,$$

άρα η δύναμη επαναφοράς είναι ανάλογη της μετατόπισης s και η εξίσωση κίνησης του κάθε ηλεκτρονίου είναι,

$$m_e \frac{d^2 s}{dt^2} = -4\pi n_0 e^2 s .$$

Αντικαθιστώντας στη διαφορική αυτή εξίσωση $s \sim e^{i\omega_p t}$ έχουμε τη γνωστή απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e} .$$

Ενας δεύτερος απλός και μνημονικός υπολογισμός των ταλαντώσεων πλάσματος μπορεί να γίνει από το μήκος Debye λ_D ως εξής. Λόγω θερμικών κρούσεων μπορούμε να έχουμε αποκλίσεις από την ουδετερότητα μέσα σε μιά διάσταση της τάξεως του λ_D . Επομένως μπορούμε να έχουμε ταλαντωτική μεταφορά ενέργειας από τη θερμική ($kT/2$) σε κινητική ενέργεια ($m_e v_e^2/2$). Γράφοντας για την ταχύτητα των ηλεκτρονίων $V_e = \omega_p \lambda_D$, μπορούμε να υπολογίσουμε αμέσως την συχνότητα πλάσματος ω_p :

$$\frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} m_e \omega_p^2 \lambda_D^2 \Rightarrow \omega_p = \left[\frac{kT}{m_e \lambda_D^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{4\pi n e^2}{m_e} \right]^{1/2} .$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των σταθερών έχουμε,

$$\omega_p = \left[\frac{4\pi n \times (4.8 \times 10^{-10})^2}{9.1 \times 10^{-28}} \right]^{1/2} = 56400 \sqrt{n} \text{ Hz} ,$$

ή, αν $\omega_p = 2\pi f_p$,

$$f_p \simeq 9 \sqrt{n} \text{ kHz} .$$

Για την περίπτωση του στρώματος E της ιονόσφαιρας όπου $n = 10^7 \text{ cm}^{-3}$,

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^7 \times (4.8 \times 10^{-10})^2}{10^{-27}}} \approx 100 \text{ MHz} .$$

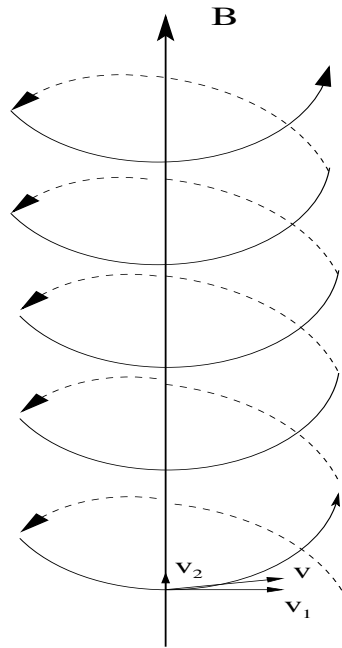
Το αντίστοιχο μήκος κύματος ενός H/M κύματος αυτής της συχνότητας είναι,

$$\lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p} \simeq 30 \text{ m} .$$

Εάν προσπαθήσουμε να διαδώσουμε μέσα από την ιονόσφαιρα ένα H/M κύμα με συχνότητα $\omega < \omega_p$ ή $\lambda > \lambda_p$ (μακρά) αυτό ανακλάται και επιστρέφει. Μόνο σήματα με $\omega > \omega_p$ ή $\lambda < \lambda_p$ (βραχεία) διαπερνούν την ιονόσφαιρα, π.χ για επικοινωνία με δορυφόρους. Από το άλλο μέρος για επικοινωνία με σταθμούς με τους οποίους ο δέκτης δεν έχει οπτική επαφή, πρέπει να σταλεί H/M κύμα με χαμηλή συχνότητα ή μεγάλο μήκος κύματος, $\lambda > 30 \text{ m}$, δηλαδή στα μακρά μήκη κύματος της ραδιοεπικοινωνίας.

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συχνότητα $\omega > \omega_p$ που προσπίπτουν στην ιονόσφαιρα εξαναγκάζουν το πλάσμα σε ταλάντωση ταχύτερη από αυτή που θα έκανε μόνο του λόγω κάποιας εξωτερικής διαταραχής. Το πλάσμα όμως «δεν προλαβαίνει» να ανταποκριθεί σε αυτές τις υψίσυχνες διαταραχές και έτσι το κύμα διαδίδεται ανεπηρέαστο μέσω αυτού. Στην αντίθετη περίπτωση, $\omega < \omega_p$, το πλάσμα σε κάθε κύκλο των H/M κυμάτων «προλαβαίνει» να απαντήσει με μια δική του ταλάντωση προς όλες τις κατευθύνσεις και το προσπίπτον κύμα ανακλάται.

1.9 Ακτίνα και συχνότητα Larmor



Σχ. 1.17 Ελικοειδής κίνηση φορτίου γύρω από τις γραμμές μαγνητικού πεδίου B

Έστω ότι ένα σταθερό και ομογενές μαγνητικό πεδίο $B_0\hat{z}$ διαπερνά το πλάσμα. Τότε, ένα φορτίο q με ταχύτητα \vec{v} που σχηματίζει γωνία θ με τη διεύθυνση \hat{z} θα κινηθεί υπό την επίδραση της δύναμης Lorentz \vec{F}_L που υφίσταται λόγω του μαγνητικού πεδίου \vec{B} .

Στη διεύθυνση \hat{z} κινείται με σταθερή ταχύτητα v_{\parallel} λόγω του ότι η \vec{F}_L δεν έχει συνιστώσα κατά την \hat{z} . Στην κάθετη όμως διεύθυνση θα διαγράψει κυκλική τροχιά ακτίνας r_L έτσι ώστε

$$\frac{qBv_{\perp}}{c} = \frac{mv_{\perp}^2}{r_L} \Rightarrow r_L = \frac{mv_{\perp}c}{qB}.$$

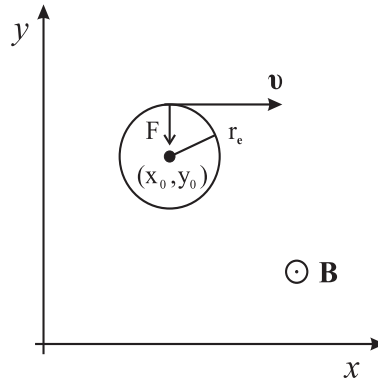
Εαν η κίνηση είναι σχετικιστική έχουμε παρόμοια, $r_L = \frac{\gamma mc^2}{qB}$. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς r_L ονομάζεται ακτίνα Larmor. Αντίστοιχα ορίζεται και η συχνότητα Larmor ω_L ,

$$\omega_L = \frac{qB}{mc}.$$

Ενας μαθηματικότερος υπολογισμός της κίνησης ενός φορτισμένου σωματιδίου εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι ο ακόλουθος. Έστω ότι το σωματίδιο μάζας m και φορτίου q κινείται με ταχύτητα $\vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y}$ κάθετα στις γραμμές του σταθερού και ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B} = B\hat{z}$.

Πάνω στο φορτίο q ασκείται η ηλεκτρομαγνητική δύναμη Lorentz

$$\vec{F} = \frac{q}{c}(\vec{v} \times \vec{B}) = m\vec{a}.$$



Σχ. 1.18

Επειδή η επιτάχυνση \vec{a} είναι κάθετη στην ταχύτητα, το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει μόνο διεύθυνση και όχι μέτρο και η κεντρομόλος επιτάχυνση θα είναι,

$$\frac{mv_{\perp}^2}{r_L} = \frac{qv_{\perp}B}{c} .$$

Επομένως το φορτίο κινείται σε τροχιά ακτίνας r_L με συχνότητα ω_L ,

$$r_L = \frac{mv_{\perp}c}{qB} , \quad \omega_L = \frac{v_L}{r_L} = \frac{qB}{mc} .$$

Οι εξισώσεις της κινήσεως του σωματιδίου τότε είναι

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qBv_y}{mc} = \omega_L v_y ,$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{qB}{mc} v_x = -\omega_L v_x .$$

Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο και συνδυάζοντας αυτές τις δύο εξισώσεις παίρνουμε

$$\frac{d^2v_x}{dt^2} + \omega_L^2 v_x = 0 ,$$

$$\frac{d^2v_y}{dt^2} + \omega_L^2 v_y = 0 .$$

Αν για $t = 0$, $v_x = v_{\perp}$, $v_y = 0$ και $x = x_0$, $y = y_0 + \frac{v_{\perp}}{\omega_L}$, τότε,

$$u_x = v_{\perp} \cos \omega_L t ,$$

$$u_y = v_{\perp} \sin \omega_L t ,$$

και ολοκληρώνοντας,

$$x - x_0 = \frac{v_{\perp}}{\omega_L} \sin \omega_L t ,$$

$$y - y_0 = \frac{v_{\perp}}{\omega_L} \cos \omega_L t .$$

Δηλαδή, το σωματίδιο εκτελεί ταλάντωση στις διευθύνσεις \hat{x} και \hat{y} γύρω από τη θέση $x = x_0$ και $y = y_0$, με συχνότητα ω_L . Η ακτίνα της συνισταμένης κυκλικής τροχιάς του είναι $r_L = v_{\perp}/\omega_L$. Εάν αρχικά το σωματίδιο είχε και ταχύτητα v_z , τότε εφόσον στη διεύθυνση \hat{z} δεν ασκείται καμιά δύναμη, η ταχύτητα αυτή παραμένει σταθερή και η συνολική κίνηση είναι ελικοειδής με βήμα έλικας h ,

$$h = v_z \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{2\pi m v_z c}{qB}.$$

1.9.1 Παραδείγματα

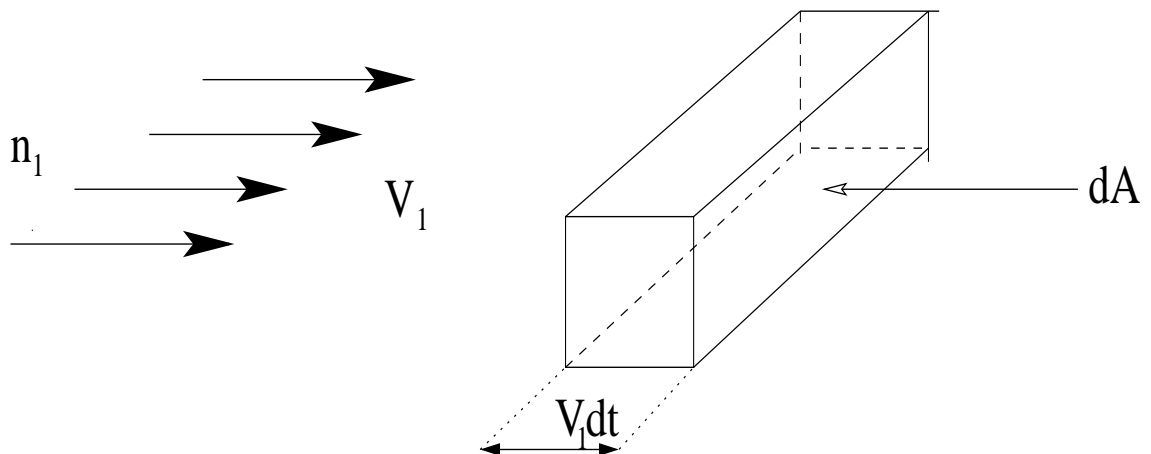
(α) Η ακτίνα Larmor r_L της κίνησης πρωτονίου με ταχύτητα 150 km/sec σε πεδίο $B \simeq 1 \text{ Gauss}$ στο ηλιακό στέμμα:

$$r_L = \frac{(1.6 \times 10^{-24}) \times (1.5 \times 10^7) \times (3 \times 10^{10})}{(4.8 \times 10^{-10}) \times 1} \simeq 15 \text{ m}.$$

(β) Η ακτίνα Larmor r_L της κίνησης σχετικιστικού ηλεκτρονίου με παράγοντα $\gamma = 10^7$ σε πεδίο $B \simeq 10^{-3} \text{ Gauss}$ στο μεσοαστρική ύλη,

$$r_L \simeq 15 \times 10^{10} \text{ m} \simeq 1 \text{ AU}.$$

1.10 Μέση ελεύθερη διαδρομή λ



Σχ. 1.19 Δέσμη σωματιδίων πυκνότητας n_1 και ταχύτητας V_1 σκεδάζεται από σωματίδια πυκνότητας n . Εντός χρόνου dt μόνο τα σωματίδια τύπου 1 που εφίσκονται εντός όγκου $V_1 dt dA$ σκεδάζονται από τα σωματίδια τύπου 2.

Έστω ότι έχουμε n άτομα (ή μόρια) ανά μονάδα όγκου σε ένα αέριο και έστω σ η διατομή σκέδασης αυτών των ατόμων με διερχόμενα άτομα πυκνότητας n_1 και

ταχύτητας V_1 . Τότε, ο αριθμός των ατόμων 1 που διέρχονται ανά μονάδα χρόνου από την επιφάνεια dA είναι:

$$\frac{n_1[dA \cdot (V_1 dt)]}{dA \cdot dt} = n_1 V_1.$$

Εάν στην επιφάνεια dA είχαμε ένα μόνο άτομο—σκεδαστή, τότε $n_1 V_1 \sigma$ είναι ο αριθμός των προσπιπτόντων ατόμων 1 που σκεδάζονται ανά μονάδα χρόνου σε όλες τις διευθύνσεις από το άτομο αυτό. Αφού όμως έχουμε n άτομα ανά μονάδα όγκου dV , ο ολικός αριθμός προσπιπτόντων ατόμων 1 που σκεδάζονται από όλα τα άτομα της μονάδας όγκου dV , ndV , είναι,

$$(n_1 V_1 \sigma) \cdot (ndV).$$

Διαιρώντας με τον ολικό αριθμό ατόμων ταχύτητας V_1 στη μονάδα όγκου dV , $n_1 dV$, παίρνουμε την πιθανότητα σύγκρουσης, ανά μονάδα χρόνου, για κάθε μόριο τύπου 1:

$$w = \frac{1}{\tau} = V_1 \sigma n,$$

όπου τ είναι ο μέσος χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων. Η μέση ελεύθερη διαδρομή λ είναι τότε

$$\lambda = V_1 \cdot \tau = \frac{1}{n\sigma} \Rightarrow n\sigma\lambda = 1.$$

1.10.1 Παράδειγμα

Στο δωμάτιο που βρισκόμαστε έχουμε πυκνότητα αερίου, περίπου,

$$\frac{6.023 \times 10^{23} \text{ μόρια}}{22.4 \text{ lit}} = \frac{6.023}{2.24} \times 10^{19} \frac{\text{μόρια}}{\text{cm}^3} \simeq 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}.$$

Για ελαστικές σκεδάσεις των ουδετέρων μορίων O_2 , N , κλπ, η διατομή σκέδασης είναι

$$\sigma = \pi r^2 \simeq 3.14 \times (2A)^2 \simeq 10^{-15} \text{ cm}^2$$

Η μέση ελεύθερη διαδρομή τους είναι,

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{10^{19} \times 10^{-15}} \cong 10^{-4} \text{ cm},$$

δηλ., ένα χιλιοστό του χιλιοστομέτρου !

1.10.2 Πρόβλημα

Υπολογίστε τη μέση ελεύθερη διαδρομή λ των μορίων του H_2 στα μοριακά νεφελώματα (περιοχές HI) στη μεσοαστρική ύλη όπου $n \simeq 10 \text{ cm}^{-3}$.

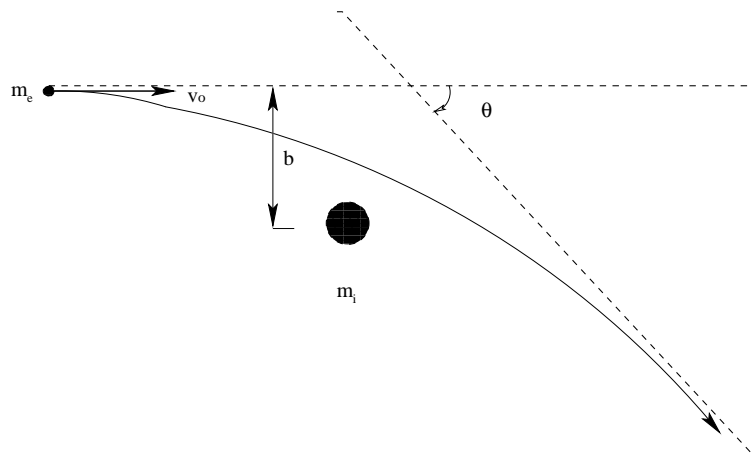
1.10.3 Πρόβλημα

Υπολογίστε την πιθανότητα που έχει ο Ήλιος μας να συγκρουσθεί με ένα άλλο άστρο. Έστω ότι η μέση απόσταση των άστρων στην περιοχή του Ήλιου είναι 1 έτος φωτός, έτσι ώστε $n \simeq 1$ (ε.φ.⁻³). Για τον υπολογισμό της διατομής σκέδασης σ , θεωρήστε ότι η απόσταση μέσα στην οποία ο Ήλιος θα 'αισθανθεί' βαρυτικά το πέρασμα ενός άλλου άστρου είναι περίπου 1 AU. Επαληθεύστε έτσι ότι,

$$\lambda \sim 10^{10} \text{ ε.φ.}$$

Οι διαστάσεις του γαλαξία είναι ~ 100.000 ε.φ., ενώ του Σύμπαντος, $\sim 10^{10}$ ε.φ. Από αυτό τι συμπεραίνετε για το 'αέριο' των άστρων; Σε ποιές πυκνότητες θα είχαμε συχνές συγκρούσεις;

1.11 Συχνότητα ελαστικών σκεδάσεων Coulomb στο πλάσμα



Σχ. 1.20 Διάγραμμα της ελαστικής ηλεκτροστατικής σκέδασης Coulomb ενός ηλεκτρονίου από ένα βαρύ (ακίνητο) ιόν που έχει σαν αποτέλεσμα τη μεταβολή του διανύσματος της ταχύτητας και ορμής του ηλεκτρονίου.

Έστω ότι ένα ηλεκτρόνιο με αρχική ταχύτητα v_0 στο ∞ πλησιάζει ένα σε πρώτη προσέγγιση ακίνητο ιόν μάζας m_i με παράμετρο κρούσεως b , όπως στο σχήμα. Θα υπολογίσουμε προσεγγιστικά την διατομή της ηλεκτροστατικής σκέδασης Coulomb σ , καθώς επίσης και τη μέση ελεύθερη διαδρομή λ λόγω τέτοιων σκεδάσεων $e - i$ μέσα στο πλάσμα.

- Καταρχήν παρατηρούμε ότι η ηλεκτροστατική δύναμη ανάμεσα στα $e - p$ είναι τάξεως,

$$F(b) \simeq \frac{e^2}{b^2}.$$

- Δεύτερον, ο χρόνος σκέδασης τ_0 , δηλαδή, ο χρόνος μέσα στον οποίο γίνεται η αλληλεπίδραση Coulomb είναι τάξεως,

$$\tau_0(b) \simeq \frac{b}{v_0}.$$

- Η μεταβολή της ορμής του ηλεκτρονίου μέσα σ' αυτό το χρόνο είναι,

$$\Delta_{\sigma \times p} \simeq m_e v_0 = F \cdot \tau_0 = \frac{e^2}{v_0 b} \Rightarrow b = \frac{e^2}{m_e v_0^2}.$$

- Η διατομή της αλληλεπίδρασης είναι,

$$\sigma \simeq \pi b^2 = \frac{\pi e^4}{m_e^2 v_0^4}.$$

- Επειδή η ροή των φορτίων είναι ίση με $n v_0$ (ηλεκτρόνια ανά μονάδα χρόνου και επιφάνειας), πολλαπλασιάζοντας με την στοιχειώδη διατομή του δακτυλίου σκέδασης $2\pi b db$ παίρνουμε το διαφορικό ρυθμό ή την διαφορική συχνότητα των σκεδάσεων:

$$d\nu = 2\pi b db n v_0.$$

- Εστω $\Delta_{\sigma \times \vec{p}}$ η μεταβολή της ορμής του ηλεκτρονίου λόγω της σκέδασης με ένα πρωτόνιο. Η συνολική μεταβολή της ορμής λόγω των αλεπάλληλων σκεδάσεων θα είναι,

$$\Delta \vec{p} = \sum_{\text{σκεδάσεις}} \Delta_{\sigma \times \vec{p}}.$$

Τότε η μέση τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής λόγω των σκεδάσεων είναι,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle (\Delta \vec{p})^2 \rangle &= \int_{r_0}^{\lambda_D} (\Delta_{\sigma \times \vec{p}})^2 d\nu = \int_{r_0}^{\lambda_D} \left(\frac{e^2}{b v_0} \right)^2 2\pi b db n v_0 = \frac{2\pi n e^4}{v_0} \ln \left(\frac{\lambda_D}{r_0} \right) \\ &= \frac{2\pi n e^4}{v_0} \ln \Lambda. \end{aligned}$$

Στην τελευταία ολοκλήρωση θεωρήσαμε ότι η ελάχιστη απόσταση είναι r_0 και η μέγιστη είναι ίση με το μήκος Debye λ_D .

- Ο χρόνος τ ανάμεσα σε διαδοχικές κρούσεις είναι τότε,

$$\tau = \frac{(\Delta_{\sigma \times p})^2}{\frac{d}{dt} \langle \Delta \vec{p}^2 \rangle} = \frac{m_e^2 v_0^3}{2\pi n e^4} \frac{1}{\ln \Lambda}.$$

Το αντίστροφο του χρόνου αυτού τ ισούται με τη συχνότητα κρούσεων Coulomb, $\nu_c^{e-i} = \omega_c^{e-i} / 2\pi$,

$$\nu_c^{e-i} = \frac{2\pi n e^4}{m_e^2 v_0^3} \ln \Lambda.$$

- Επειδή λόγω του θεωρήματος της ισοκατανομής της ενέργειας είναι $3kT/2 = m_e v_o^2/2$, αντικαθιστώντας $v_o \simeq \sqrt{3kT/m_e}$, η συχνότητα των σκεδάσεων Coulomb είναι,

$$\nu_c^{e-i} \simeq \frac{2\pi n e^4}{m_e^2 v_o^3} \ln \Lambda = \frac{2\pi n e^4 \ln \Lambda}{3^{3/2} m_e^{1/2} (kT)^{3/2}} \simeq 26 \frac{n}{T^{3/2}} \text{ Hz},$$

υποθέτοντας $\ln \Lambda = 20$.

- Η μέση ελεύθερη διαδρομή λ λόγω σκεδάσεων Coulomb είναι,

$$\lambda = \frac{v_o}{\nu_c^{e-i}} = \frac{m_e^2 v_o^4}{2\pi e^4 n \ln \Lambda} \simeq 1.24 \times 10^{-19} \frac{v_o^4}{n} \text{ cm}.$$

Για παράδειγμα, στο Ηλιακό Στέμμα, αν $v_o = 200 \text{ km/sec}$, $n \sim 10^8 \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \lambda \sim 200 \text{ km}$.

1.12 Απλός υπολογισμός της ηλεκτρικής αγωγιμότητας σ_E

Στα επόμενα δίνεται ένας απλός υπολογισμός της ηλεκτρικής αγωγιμότητας σ_E θεωρώντας μονοδιάστατη κίνηση των ηλεκτρονίων κατά τη διεύθυνση x . Η πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος τότε είναι,

$$J_x = ne\dot{x}.$$

Γράφοντας σε πρώτη προσέγγιση $\dot{x} = \ddot{x}/\nu_c^{e-i}$, όπου ν_c^{e-i} είναι η συχνότητα των σκεδάσεων Coulomb των ηλεκτρονίων με τα ιόντα, έχουμε

$$J_x = \frac{ne\ddot{x}}{\nu_c} = \frac{ne}{\nu_c^{e-i}} \frac{eE_x}{m_e} = \sigma_E \cdot E_x.$$

Επομένως, η ηλεκτρική αγωγιμότητα σ_E είναι,

$$\sigma_E = \frac{ne^2}{m_e} \frac{1}{\nu_c^{e-i}}.$$

Επειδή όμως

$$\nu_c^{e-i} = \frac{2\pi n e^4}{m_e^2 v_o^3} \ln \Lambda.$$

έχουμε

$$\sigma_E = \frac{e^2}{2\pi m_e} \frac{m_e^2 v_o^3}{e^4 \ln \Lambda} = \frac{m_e (3kT/m_e)^{3/2}}{2\pi e^2 \ln \Lambda},$$

όπου αντικαταστήσαμε για την ταχύτητα την θερμική ταχύτητα, $v_o \simeq (3kT/m_e)^{1/2}$ για Maxwellian κατανομή των ταχυτήτων. Επομένως,

$$\sigma_E = \left(\frac{27}{4\pi^2} \right)^{1/2} \frac{(kT)^{3/2}}{e^2 \sqrt{m_e} \ln \Lambda}.$$

Πιο ακριβής υπολογισμός δίνει,

$$\sigma_E = A \frac{(kT)^{3/2}}{\sqrt{m_e} Z e^2 \ln \Lambda}, \quad A = \left(\frac{32}{\pi^3}\right)^{1/2} \frac{1}{\gamma_E}$$

$\gamma_E = 0.58, 0.68, 0.79$ για $Z = 1, 2, 3$, $\ln \Lambda \simeq 20$ Αντικαθιστώντας τις τιμές των σταθερών έχουμε,

$$\sigma_E \simeq 10^7 T^{3/2} \text{ sec}^{-1}.$$

Σχόλια:

- Για υψηλές θερμοκρασίες, $T \sim 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$ έχουμε $\sigma_E \simeq 10^{16} \text{ sec}^{-1}$, δηλ., τιμές πολύ κοντά στην αγωγιμότητα ενός πολύ καλού αγωγού όπως ο χαλκός, $\sigma_E^{\text{Cu}} \sim 10^{17} \text{ sec}^{-1}$.
- Στις ατμόσφαιρες των αστέρων η υψηλή ηλεκτρική αγωγιμότητα σ_E έχει σαν συνέπεια το γεγονός ότι για να θερμανθούν αυτές οι ατμόσφαιρες ωμικά χρειάζονται μεγάλες πυκνότητες ηλεκτρικού ρεύματος \vec{J} .
- Η σ_E είναι ανεξάρτητη της πυκνότητας, γιατί υποθέσαμε ότι τα ουδέτερα δεν παίζουν κανένα ρόλο. Έτσι, το $J \sim n$ αλλά και η συχνότητα των συγκρούσεων Coulomb είναι $\nu_c^{e-i} \sim n$ και επομένως $\sigma_E \sim \frac{J}{\nu_c^{e-i}}$ είναι ανεξάρτητο της πυκνότητας n .

1.13 Απλός υπολογισμός της θερμικής αγωγιμότητας κ σε πλάσμα υψηλής T

Έστω ότι η θερμοκρασία του αερίου είναι συνάρτηση του x . Η θερμική αγωγιμότητα κ ορίζεται από την

$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T, \quad q \sim \kappa \frac{\Delta T}{\Delta x},$$

όπου q είναι η ροή της θερμικής ενέργειας ($\text{ergs/cm}^2 \text{ sec}$)

Εάν n η ηλεκτρονική πυκνότητα, λ η μέση ελεύθερη διαδρομή των e που μεταφέρουν τη θερμική ενέργεια (τα πρωτόνια είναι αρκετά βαρύτερα) τότε,

$$q \sim n v \Delta E \sim n v_0 \lambda \cdot \frac{\Delta(kT)}{\Delta x},$$

Επομένως,

$$\kappa \simeq k n v_0 \lambda.$$

Αλλά η μέση ελεύθερη διαδρομή λόγω σκεδάσεων Coulomb είναι,

$$\lambda = \frac{v_0}{\nu_c^{e-i}} = \frac{m_e^2 v_0^4}{2\pi n e^4 \ln \Lambda}, \quad v_0 \sim \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}.$$

Συνεπώς,

$$\kappa \simeq k \frac{m_e^2 v_0^5}{2\pi e^4 \ln \Lambda} \simeq \frac{km_0^2}{2\pi e^4 \ln \Lambda} \left(\frac{3kT}{m_e} \right)^{5/2}.$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των σταθερών,

$$\kappa \sim 6 \times 10^{-6} T^{5/2} (\text{erg/cm} \cdot \text{K} \cdot \text{sec}).$$

Γιά χαλκό στη θερμοκρασία δωματίου έχουμε,

$$\kappa \simeq 1 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^\circ \text{K} \cdot \text{sec}} \simeq 4 \times 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{cm} \cdot \text{K} \cdot \text{sec}}.$$

Γιά πλάσμα θερμοκρασίας $T \sim 10^6 \text{K}$,

$$\kappa \sim 6 \times 10^9 \frac{\text{erg}}{\text{cm} \cdot \text{K} \cdot \text{sec}}.$$

Επομένως, παρόμοια με την ηλεκτρική αγωγιμότητα, και η θερμική αγωγιμότητα σε πλάσματα υψηλής θερμοκρασίας είναι πολύ μεγάλη, της ίδιας τάξης μεγέθους με αυτήν των πολύ καλών θερμικών αγωγών όπως ο χαλκός.

1.14 Σχέση των χαρακτηριστικών συχνοτήτων πλάσματος

Καταρχήν, ας συγκρίνουμε τη συχνότητα σκεδάσεων Coulomb με τη συχνότητα των ταλαντώσεων του πλάσματος.

$$\begin{aligned} \nu_c^{e-i} &= \frac{ne^4 \ln \Lambda}{3^{3/2} m_e^{1/2} (kT)^{3/2}} = \frac{1}{3} \frac{\omega_p^e}{N_D} \ln \Lambda, \\ \Rightarrow \frac{\omega_c^{e-i}}{\omega_p^e} &= \frac{2\pi \ln \Lambda}{3} \frac{1}{N_D} \ll 1 \quad (N_D \gg 1). \end{aligned}$$

Συνεπώς, σε πλάσμα όπου $N_D \gg 1$ η συχνότητα σκεδάσεων $e-i$ είναι πολύ μικρότερη της συχνότητας του πλάσματος, ή ο χρόνος μεταξύ διαδοχικών σκεδάσεων Coulomb είναι πολύ μεγαλύτερος της περιόδου των ταλαντώσεων πλάσματος. Αριθμητικά, ο λόγος των δύο συχνοτήτων είναι,

$$\frac{\omega_c^{e-i}}{\omega_p^e} \simeq \frac{7}{3^{3/2}} \times 10^{-5} \frac{n^{1/2}}{T^{3/2}}.$$

Παραδείγματα

α) Στην Ηλιακή ατμόσφαιρα, $n \sim 10^8 \text{cm}^{-3}$, $T \sim 10^6 \text{K} \Rightarrow \omega_c^{e-i}/\omega_p^e \sim 10^{-10}$.

β) Σε ένα αντιδραστήρα, $n \sim 10^{15} \text{cm}^{-3}$, $T \sim 10^8 \text{K} \Rightarrow \omega_c^{e-i}/\omega_p^e \sim 10^{-4}$.

Ο λόγος της συχνότητας των σκεδάσεων Coulomb προς τη συχνότητα Larmor είναι,

$$\frac{\omega_c^{e-i}}{\omega_L^e} = 2 \times 10^{-7} \frac{n}{BT^{3/2}}.$$

Παράδειγμα:

Στην Ηλιακή ατμόσφαιρα $n \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $T \sim 10^6$, $B \sim 10$ Gauss

$$\frac{\omega_c^{e-i}}{\omega_L^e} \simeq 10^{-9}.$$

Επομένως, στην Ηλιακή ατμόσφαιρα:

$$\omega_c^{e-i} \ll \omega_L^e \ll \omega_p^e,$$

δηλ., η συχνότητα σκεδάσεων Coulomb ηλεκτρονίων-ιόντων στο πλάσμα της ηλιακής ατμόσφαιρας είναι πολύ μικρότερη της συχνότητας Larmor και αμελητέα συγκρινόμενη με την συχνότητα των ταλαντώσεων του πλάσματος. Με άλλα λόγια (επειδή μικρή συχνότητα σκεδάσεων Coulomb σημαίνει και μικρή ηλεκτρική αντίσταση), η αγωγιμότητα του πλάσματος όπως θα δούμε και αργότερα είναι πολύ υψηλή στην ηλιακή ατμόσφαιρα καθώς και σε άλλα πλάσματα υψηλής θερμοκρασίας. Αυτό είναι ένα πολύ σημαντικό αποτέλεσμα και θα το συζητήσουμε διεξοδικά αργότερα.

1.15 Σύνοψη των βασικών παραμέτρων του πλάσματος

Θερμική ταχύτητα ηλεκτρονίων : $v_e = \left(\frac{kT_e}{m_e}\right)^{1/2}$	$3.9 \times 10^5 T_e^{1/2} \text{ cm/sec}$
Θερμική ταχύτητα πρωτονίων : $v_p = \left(\frac{kT_p}{m_p}\right)^{1/2}$	$9.1 \times 10^3 T_p^{1/2} \text{ cm/sec}$
Μήκος Debye: $\lambda_D = \left(\frac{kT}{4\pi n e^2}\right)^{1/2}$	$6.9 \left(\frac{T}{n}\right)^{1/2} \text{ cm}$
Συχνότητα Πλάσματος ηλεκτρονίων : $\omega_p^e = \left(\frac{4\pi n e^2}{m_e}\right)^{1/2}$	$56400 n^{1/2} \text{ Hz}$
Συχνότητα Πλάσματος πρωτονίων : $\omega_p^p = \left(\frac{4\pi n e^2}{m_p}\right)^{1/2}$	$1316 n^{1/2} \text{ Hz}$
Συχνότητα Larmor ηλεκτρονίων : $\omega_L^e = \frac{eB}{m_e c}$	$1.76 \times 10^7 B \text{ Hz}$
Συχνότητα Larmor πρωτονίων : $\omega_L^p = \frac{eB}{m_p c}$	$9.58 \times 10^3 B \text{ Hz}$
Συχνότητα συγκρούσεων $e - i$: $\omega_c^{e-i} = \frac{2\pi n e^4}{m_e^{1/2} (kT_e)^{3/2}} \ln \Lambda$	$3.4 \ln \Lambda \frac{n}{T_e^{3/2}} \text{ Hz}$
Συχνότητα συγκρούσεων $i - i$: $\omega_c^{i-i} = \frac{\pi n e^4}{m_p^{1/2} (kT_p)^{3/2}} \ln \Lambda$	$8 \times 10^{-2} \ln \Lambda \frac{n}{T_p^{3/2}} \text{ Hz}$
Παράμετρος Πλάσματος: $N_D = n \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3$	$1.38 \times 10^3 \frac{T^{3/2}}{n^{1/2}}$
Ακτίνα Larmor ηλεκτρονίων : $r_L^e = \frac{m_e v_{\perp}^e c}{eB}$	$5.7 \times 10^{-8} \frac{v_{\perp}}{B} \text{ cm}$
Ακτίνα Larmor πρωτονίων : $r_L^p = \frac{m_p v_{\perp}^p c}{eB}$	$10^{-4} \frac{v_{\perp}}{B} \text{ cm}$

Τυπικές παράμετροι πλάσμάτων

Σύστημα	Πυκνότητα $n \text{ cm}^{-3}$	Θερμοκρασία $T \text{ }^\circ K$	Μήκος Debye cm	Συχνότητα πλάσματος MHz
Ηλιακός πυρήνας	10^{27}	3×10^7	3×10^{-9}	3×10^{11}
Πειράματα σύντηξης	10^{14}	10^7	10^{-3}	10^5
Ηλιακό Στέμμα	10^9	10^7	0.7	3×10^2
Ηλιακή Φωτόσφαιρα	10^{17}	10^4	10^{-6}	3×10^6
Ηλεκτρικές Εκκενώσεις	10^9	10^4	2×10^{-2}	3×10^2
Ιονόσφαιρα	10^5	10^2	0.2	3
Μεσοαστρική Ύλη	1	3×10	300	10^{-2}

1.15.1 Πρόβλημα

Συμπληρώστε τον προηγούμενο πίνακα με τις συχνότητες Larmor ηλεκτρονίων και πρωτονίων, τις συχνότητες συγκρούσεων ηλεκτρονίων-ιόντων και ιόντων-ιόντων και τις συχνότητες πλάσματος ηλεκτρονίων και πρωτονίων. Επίσης, με την ακτίνα Larmor ηλεκτρονίων και πρωτονίων, το μήκος Debye ηλεκτρονίων και πρωτονίων και τις μέσες ελεύθερες διαδρομές συγκρούσεων ηλεκτρονίων-ιόντων και ιόντων-ιόντων. Τί συμπέρασμα βγάζετε από την σύγκριση των συχνοτήτων αυτών αλλά και των προηγούμενων χαρακτηριστικών μηκών με τις διαστάσεις του καθενός πλάσματος;

1.16 Άλλα προβλήματα

- Χρησιμοποιήστε την εξίσωση Saha που δίδει τον βαθμό ιονισμού ενός αερίου σε θερμοδυναμική ισορροπία για να υπολογίσετε το ποσοστό ιονισμού του αέρα του δωματίου σας, πυκνότητας $n \sim 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, όπου για το άζωτο η ενέργεια ιονισμού είναι $E_i = 14.5 \text{ eV}$, για τις ακόλουθες θερμοκρασίες:

(α) $T = 300 \text{ }^\circ\text{K}$

(β) $T = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$

(γ) $T = 10000 \text{ }^\circ\text{K}$.

Δώστε μια γραφική παράσταση του ποσοστού ιονισμού του αέρα σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας. Συγκρίνετε με την γραφική παράσταση του ποσοστού ιονισμού του αέρα σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας εάν η πυκνότητα είναι πολύ χαμηλότερη, $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

- Σε ένα λογαριθμικό διάγραμμα πυκνότητας - θερμοκρασίας, με την πυκνότητα από $1 - 10^{30} \text{ cm}^{-3}$ και τη θερμοκρασία από $10^{-4} - 10^{16} \text{ eV}$ να χαράξετε τις ακόλουθες γραμμές :

(i) $N_D = 1, 10^5, 10^{10}, 10^{15}, 10^{20}$

(ii) $\lambda_D = 10^4, 10^2, 1, 10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6}, 10^{-8} \text{ cm}$

(iii) $n\lambda_D^3 = 1$

(iv) $kT = E_F = \hbar^2(3\pi^2n^{2/3})/2m_e$

(v) $kT = e\Phi$

Στο ίδιο διάγραμμα τοποθετήστε τις ακόλουθες περιοχές:

(α) μεσοαστρικός χώρος, $n \sim 10^{-2} - 10 \text{ cm}^{-3}$, $T = 100 - 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$,

(β) μεσοπλανητικός χώρος, $n \sim 1 - 10^3 \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^3 - 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$,

(γ) ιονόσφαιρα, $n \sim 10^4 - 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $T = 300 - 3000 \text{ }^\circ\text{K}$,

(δ) ηλιακό στέμμα, $n \sim 10^6 - 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^6 - 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$,

(ε) φλόγες, $n \sim 10^7 - 10^9 \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^3 - 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$,

(στ) ηλεκτρικές εκκενώσεις, $n \sim 10^8 - 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^4 - 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$,

(ζ) πειράματα θερμοπυρηνικής σύντηξης, $n \sim 10^{12} - 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^6 - 10^9 \text{ }^\circ\text{K}$,

- (η) ηλιακός πυρήνας, $n \sim 10^{25} - 10^{27} \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^7 - 10^8 \text{ }^\circ\text{K}$,
 (θ) ατμόσφαιρα άστρου νετρονίων, $n \sim 10^{11} - 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^6 - 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$,
 (ι) Μαγνητουδροδυναμικές γεννήτριες, $n \sim 10^{14} - 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^3 - 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$,
3. Οι ενδοατομικές/ενδομοριακές δυνάμεις *van der Waals* μπορούν να θεωρηθούν ότι προέρχονται από το δυναμικό

$$V(r) = -C \left(\frac{a_0}{r} \right)^6 Ry,$$

όπου C είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τον τύπο του ατόμου, $a_0 = 0.5 \text{ \AA}$ η ακτίνα *Bohr* και $Ry = 13.6 \text{ eV}$. Υπολογίστε την ελκτική δύναμη ανάμεσα σε δύο άτομα υδρογόνου για τα οποία $C=24$ και συγκρίνετέ την με την ελκτική δύναμη *Coulomb* ανάμεσα σε ένα e και ένα p σε απόσταση $r = Na_0$, $N \gg 1$.

4. Κατά την κίνηση πυραύλου με ταχύτητα $v(t)$, με εκτόξευση καυσίμων με ταχύτητα v_k και αρχική μάζα πυραύλου και καυσίμων $m(t_0)$, η ταχύτητά του δίδεται (βλ. Εισαγωγή στη Θεωρητική Μηχανική, Κ. Τσίγκανος, σελ. 311),

$$v(t) = v(t_0) + v_k \ln \frac{m(t_0)}{m(t)}$$

Η επιτάχυνση του πυραύλου για ένα χρονικό διάστημα $\delta t = t - t_0$, εάν $m(t) \ll m(t_0)$, είναι

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v_k}{m(t_0)} \frac{m(t_0) - m(t)}{\delta t} \approx \frac{v_k}{\delta t}$$

Υπολογίστε αριθμητικά το dv/dt και το $v(t)$ για την περίπτωση της χημικής προώθησης όπου $v_k = 1 \text{ km/s}$ και $\delta t = 10 \text{ sec}$, καθώς επίσης και για την περίπτωση της μαγνητουδροδυναμικής προώθησης όπου $v_k = 10 \text{ km/s}$ και $\delta t = 100$ ημέρες. Θεωρείστε ότι $v(t_0) = 0$, $m(t_0) = 10m(t)$.

5. Όπως πιθανώς γνωρίζετε, ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός ($\Delta\Delta\Sigma$) ευρίσκεται σε τροχιά γύρω από τη Γη, όπως και άλλα διαστημόπλοια. Θεωρείστε ότι κάποια στιγμή διασχίζει ένα ηλεκτρικά ουδέτερο νέφος πλάσματος που προήλθε από μία έκρηξη στον Ήλιο και το οποίο αποτελείται από ηλεκτρόνια και ιόντα φορτίου e τα οποία κινούνται με μέσες ταχύτητες \vec{V}_e και \vec{V}_i , αντίστοιχα, ενώ η θερμοκρασία των θερμών ηλεκτρονίων είναι T . Εξηγήστε γιατί ο $\Delta\Delta\Sigma$ θα φορτισθεί (θετικά ή αρνητικά;) και υπολογίστε το δυναμικό του $V_o = V_o(T, V_e, V_i, e)$ λόγω αυτής της ηλεκτρικής φόρτισης.
6. Μια από τις υποθέσεις της Μαγνητουδροδυναμικής είναι η ψευδοορθογώνια, δηλ., ότι στο πλάσμα ισχύει $n_e \approx n_i$ με αρκετά μεγάλη ακρίβεια. Χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση στους νόμους *Gauss* και *Faraday* δείξτε ότι η μικρή διαφορά μεταξύ n_e και n_i ικανοποιεί τη σχέση

$$\frac{n_e - n_i}{n_e} \sim \frac{\omega_L^e}{\omega_p^e} \frac{1}{\omega_p^e \tau},$$

όπου $\omega_L^e = eB/m_e c$ είναι η συχνότητα Larmor για τα ηλεκτρόνια, $\omega_p^e \equiv (4\pi n_e e^2/m_e)^{1/2}$ η συχνότητα πλάσματος για τα ηλεκτρόνια και τ κάποιος χαρακτηριστικός χρόνος μέσα στον οποίο μεταβάλλεται το σύστημα που εξετάζουμε.

7. Θεωρείστε δύο άπειρες πλάκες, παράλληλες και σε απόσταση $x = \pm 2L$ που έχουν γειωθεί έτσι ώστε να έχουν δυναμικό $V = 0$. Ο μεταξύ τους χώρος είναι ομοιόμορφα γεμάτος με αέριο πυκνότητας n και φορτίου q .

(α) Χρησιμοποιώντας

την εξίσωση του Poisson, $\nabla^2 V(x, y, z) = -4\pi q n(x, y, z)$, υπολογίστε το δυναμικό μεταξύ των πλακών.

(β) Δείξτε ότι για $L \gg \lambda_D$ όπου λ_D το μήκος Debye, η ενέργεια που απαιτείται για να μεταφερθεί ένα φορτίο από μία πλάκα στο κέντρο ($x = 0$) είναι μεγαλύτερη από τη μέση κινητική ενέργεια των φορτίων.

8. Υπολογίστε τη μέση ελεύθερη διαδρομή λόγω σκεδάσεων:

(α) των μορίων του αέρα στο δωμάτιο που βρίσκεσθε.

(β) των ουδετέρων ατόμων -H στα μεσοαστρικά νεφελώματα

(γ) των πρωτονίων του ηλιακού στέμματος

(γ) των πρωτονίων σε ένα θερμ/νικό αντιδραστήρα Tokamak

9. (α) Σε ένα λογαριθμικό διάγραμμα αριθμητικής πυκνότητας n και θερμοκρασίας T να τοποθετήσετε τις περιοχές που αντιστοιχούν στο πλάσμα : (1) των ηλεκτρονίων εντός μετάλλων, (2) των ηλεκτρονίων εντός σωλήνων ηλεκτρικών εκκενώσεων, (3) της ιονόσφαιρας της Γης, (4) του ηλιακού ανέμου στην απόσταση 1 AU, (6) του ηλιακού στέμματος, (7) των μαγνητοσφαιρών των pulsars, (8) των πειραμάτων ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης, (5) του μεσοαστρικού χώρου, (10) του εσωτερικού των λευκών νάνων.

(β) Στο ίδιο διάγραμμα να χαράξετε την καμπύλη $n\lambda_D^3 = 1$ και να εξηγήσετε πώς διαχωρίζει από φυσική σκοπιά το επίπεδο $n - T$ εκατέρωθεν αυτής.

(γ) Με τι ισούται ο λόγος κινητικής και ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας των φορτίων στο πλάσμα $\text{item}[(\delta)]$ Όταν τοποθετήσουμε ένα φορτίο Q μέσα σε πλάσμα, ποιά είναι η έκφραση του ηλεκτροστατικού δυναμικού σε απόσταση r από αυτό ; Εξηγήστε τη φυσική σημασία του μήκους Debye.

(ε) Εάν στείλουμε ένα H/M κύμα στην ιονόσφαιρα με συχνότητα ω τότε αυτό επιστρέφει σε μας και τότε την διαπερνά ;

(ζ) Υπολογίστε πόσα άτομα έχετε σε 1 cm^3 του αέρα γύρω σας καθώς και τη μέση ελεύθερη διαδρομή τους για ελαστικές σκεδάσεις αναμεταξύ τους. Πόση είναι η μέση ελεύθερη διαδρομή των ηλεκτρονίων σε μεσοαστρικά νεφελώματα υδρογόνου όπου $n \sim 10 \text{ cm}^{-3}$;.

10. Σε ένα μακρινό γαλαξία υπάρχει ένα αέριο από πρωτόνια και αντιπρωτόνια με πυκνότητα $n = 1 \text{ cm}^{-3}$ και θερμοκρασία 100 K. Υπολογίστε το μήκος Debye.

11. Εφαρμόστε την εξίσωση Saha για να υπολογίσετε την πίεση του αερίου υδρογόνου μέσα σε ένα λαμπτήρα όπου το 80% των ατόμων είναι ιονισμένο, αν η θερμοκρασία του παραμένει σταθερή και ίση με 12000 K.

1.17 Φοιτητική Εργασία

Η σημερινή κατάσταση στη θερμοπυρηνική σύντηξη και ο ITER : International Thermonuclear Experimental Reactor.