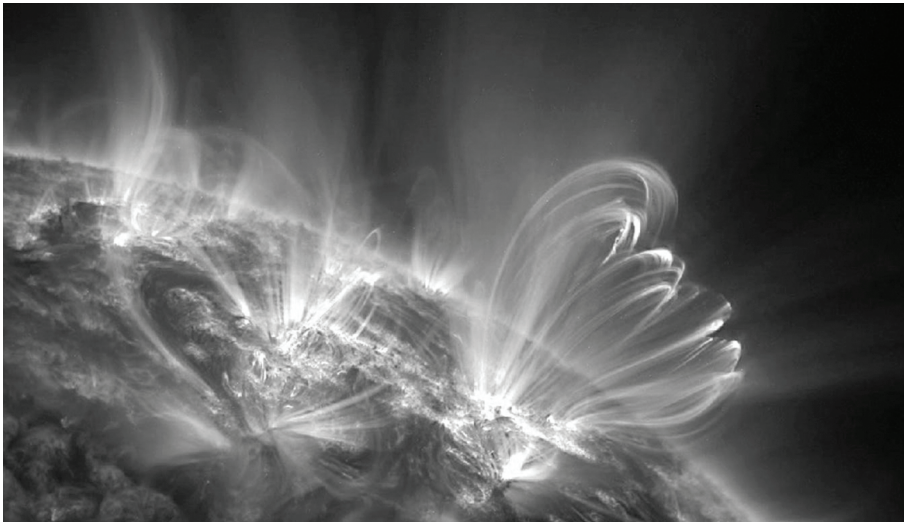


# Εισαγωγή στη Μαγνητοϋδροδυναμική



**Σχήμα 4.1:** Οι ηλιακοί στεμματικοί βρόχοι αποτελούν τις βασικές μαγνητοϋδροδυναμικές δομές του ηλιακού στέμματος.

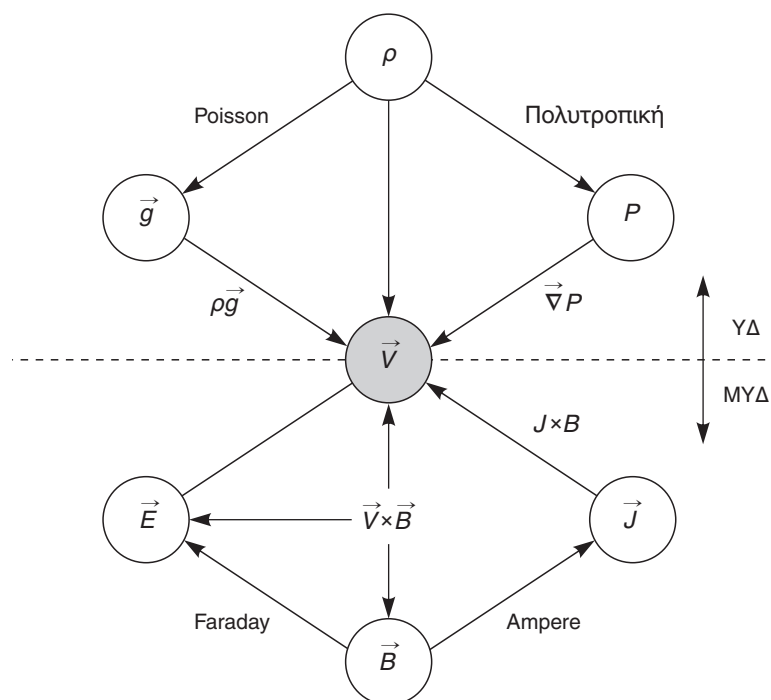
## 4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο Κεφάλαιο 3, αποδείξαμε τις εξισώσεις της Μαγνητοϋδροδυναμικής που περιγράφουν τη μακροσκοπική δυναμική του πλάσματος θεωρώντας το σαν ένα *μαγνητισμένο ρευστό*. Σε αυτό το κεφάλαιο θα συζητήσουμε βασικές έννοιες της Μαγνητοϋδροδυναμικής, όπως η μαγνητική πίεση, τα κύματα Alfvén, η μαγνητική άνωση, η αστάθεια Parker του γαλαξιακού μαγνητικού πεδίου, το πάγωμα των μαγνητικών γραμμών στο πλάσμα, οι μαγνητικές επιφάνειες, η ισοπεριστροφή μαγνητικών επιφανειών, το μαγνητικό πεδίο ως φορέας στροφορμής και το μαγνητικό φρενάρισμα, το μαγνητικά παγιδευμένο πλάσμα και οι αστάθειές του, το δυναμό και οι μηχανισμοί που παράγουν μαγνητικά πεδία, η θέρμανση πλάσματος υψηλής θερμοκρασίας, η μαγνητική επανασύνδεση, αλλά και απλά μοντέλα μαγνητοϋδροδυναμικών δομών, όπως αυτά των προεξοχών στην ηλιακή ατμόσφαιρα. Η

κατανόηση αυτών των βασικών εννοιών είναι απαραίτητη και κρίσιμη για μια βαθύτερη κατανόηση της φυσικής των αστροφυσικών πλασμάτων.

## 4.2 Αλληλεπίδραση μαγνητορευστών

Στο ακόλουθο διάγραμμα φαίνεται σχηματικά πως αλληλεπιδρούν τα διάφορα πεδία (ηλεκτρικό, μαγνητικό, βαρυτικό, κ.λπ.), είτε σε ένα ουδέτερο αέριο (υδροδυναμική), είτε σε πλάσμα (μαγνητοϋδροδυναμική).



**Σχήμα 4.2:** Σχηματικό διάγραμμα για τη θεωρητική αναπαράσταση της φυσικής της αλληλεπίδρασης μαγνητορευστών. Το ανώτερο τμήμα αναφέρεται στην υδροδυναμική και το κατώτερο στη μαγνητοϋδροδυναμική αλληλεπίδραση.

## 4.3 Εξισώσεις κίνησης σε πλάσμα μεγάλης ηλεκτρικής αγωγιμότητας (Μαγνητοϋδροδυναμική)

Όταν έχουμε πλάσμα υψηλής θερμοκρασίας, οπότε και η ηλεκτρική αγωγιμότητα είναι πολύ μεγάλη, το σύστημα των εξισώσεων που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις είναι:

**Νόμος του Gauss**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\delta \simeq 0$$

**Νόμος του Faraday**

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

**Νόμος του Ohm**

$$\vec{J} = \underbrace{\sigma_{\infty}}_0 \left( \vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right)$$

**Απουσία μαγνητικών μονοπόλων**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

**Νόμος του Ampere**

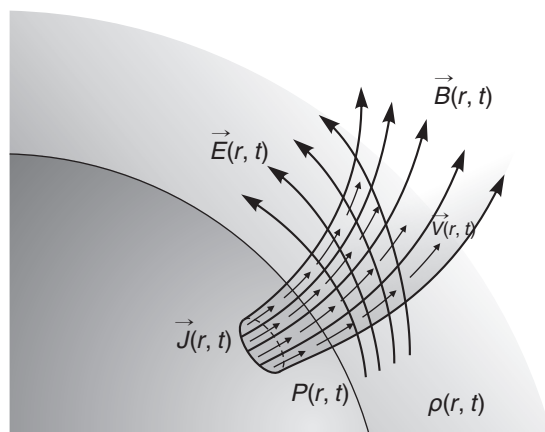
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \simeq \frac{4\pi}{c} \vec{J}$$

**Νόμος του Newton**

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c} + \rho \vec{g}$$

με το συμβολισμό :

- $\vec{E}(\vec{r}, t)$ : ηλεκτρικό πεδίο στο πλάσμα
- $\vec{B}(\vec{r}, t)$ : μαγνητικό πεδίο στο πλάσμα
- $\rho(\vec{r}, t)$ : πυκνότητα μάζας του πλάσματος
- $\delta(\vec{r}, t)$ : πυκνότητα φορτίων του πλάσματος
- $\vec{J}(\vec{r}, t)$ : πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος στο πλάσμα
- $\vec{V}(\vec{r}, t)$ : ταχύτητα πλάσματος
- $\sigma$ : ηλεκτρική αγωγιμότητα
- $\vec{P}(\vec{r}, t)$ : πίεση
- $\vec{g}$ : επιτάχυνση βαρύτητας



**Σχήμα 4.3:** Σχηματικό διάγραμμα της αλληλεπίδρασης μαγνητικών, ηλεκτρικών, και πεδίων ταχυτήτων ενός αστροφυσικού ή εργαστηριακού μαγνητορευστού πυκνότητας  $\rho(\vec{r}, t)$  και πίεσης  $P(\vec{r}, t)$  στο οποίο ρέουν ηλεκτρικά ρεύματα  $\vec{J}(\vec{r}, t)$ .

## 4.4 Περιγραφή του πλάσματος ως κοινού ρευστού

Σε αστροφυσικές συνθήκες συνήθως έχουμε ψηλές θερμοκρασίες και χαμηλές πυκνότητες (σχετικά με αυτές της ατμόσφαιρας της Γης), ενώ έχουμε επίσης την παρουσία ισχυρών μαγνητικών πεδίων. Για παράδειγμα, στο ηλιακό στέμμα,  $T \sim 10^6$  K,  $n \sim 10^8$  cm<sup>-3</sup>,  $B \sim 1$  Gauss. Τότε,

- Το μήκος Debye  $\lambda_D$  είναι:

$$\lambda_D = \left( \frac{kT}{4\pi n e^2} \right)^{1/2} = 7 \left( \frac{T}{n} \right)^{1/2} \simeq 7 \left( \frac{10^6}{10^8} \right)^{1/2} \simeq 0.7 \text{ cm}.$$

- Η ακτίνα μαγνητοστροφής  $r_L$  για ταχύτητες  $v \sim 200$  km/sec είναι:

$$r_L = \frac{m v c}{q B} = \frac{(1.6 \times 10^{-24}) \times (1.5 \times 10^7) \times (3 \times 10^{10})}{4.8 \times 10^{-10} \times 1} \simeq 20 \text{ m}.$$

- Η μέση ελεύθερη διαδρομή  $\lambda$  των ηλεκτρονίων λόγω σκεδάσεων Coulomb, είναι:

$$\lambda = \frac{m_e^2 v_0^4}{2\pi e^4 n \ln \Lambda} = \frac{9(kT)^2}{2\pi e^4 n \ln \Lambda} \simeq 2.57 \times 10^4 \frac{T^2}{n} \text{ cm}.$$

Έτσι, αν στο Ηλιακό Στέμμα έχουμε  $T = 10^6$  K,  $n \sim 10^8$  cm<sup>-3</sup>  $\Rightarrow \lambda \sim 2570$  km και η συχνότητα πλάσματος είναι,

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m_e}}, \quad f_p = 9\sqrt{n} \simeq 10^3 \text{ Hz},$$

$$\omega_L = \frac{qB}{mc} \sim 10^4 \text{ Hz}$$

Σε αυτές τις περιπτώσεις,  $L \gg \lambda \gg r_L \gg \lambda_D$ , οπότε μπορούμε να πάρουμε μέσες τιμές και να αντιμετωπίσουμε το πλάσμα σαν κοινό ρευστό.

## 4.5 Οι Τέσσερις υποθέσεις της Μαγνητοϋδροδυναμικής

- Σε πλάσμα που είναι μακροσκοπικά ουδέτερο σε πρώτη προσέγγιση έχουμε,

$$\delta = n^+ e^+ + n^- e^- \simeq 0. \quad (1)$$

- Μπορεί όμως να έχουμε ρεύματα  $\vec{J}$  αρκεί η κίνηση των ηλεκτρονίων να γίνεται με μέση ταχύτητα  $\vec{V}^-$  διάφορη της μέσης ταχύτητας  $\vec{V}^+$  των ιόντων,

$$\vec{J} = n^+ e^+ \vec{V}^+ + n^- e^- \vec{V}^- = -n^- e^- \vec{V}^+ + n^- e^- \vec{V}^-,$$

και επομένως,

$$\vec{J} = n^- e^- (\vec{V}^- - \vec{V}^+) = n^- e^- \vec{V}'_{\sigma_x},$$

όπου  $V'_{\sigma_x}$  η σχετική ταχύτητα των ηλεκτρονίων ως προς τα ιόντα.

## 5 Κεφάλαιο 4: Εισαγωγή στη ΜΥΔ

- Η σχετική ταχύτητα  $\vec{V}'_{\sigma_x}$  όμως των ηλεκτρονίων ως προς τα ιόντα είναι συνήθως πολύ μικρή και επομένως, σε πρώτη προσέγγιση, η κίνηση του πλάσματος μπορεί να θεωρηθεί σαν την κίνηση ενός ουδέτερου ρευστού,  $n^+ = n^- = n$  το οποίο λόγω της ηλεκτρικής ουδετερότητας  $e^+n^+ + n^-e^- = 0$  και επειδή  $m^- \ll m^+$  έχει τις ακόλουθες μακροσκοπικές παραμέτρους:

$$\text{Ταχύτητα: } \vec{V} = \frac{n^+m^+V^+ + n^-m^-V^-}{n^+m^+ + n^-m^-} = \frac{m^+V^+ + m^-V^-}{m^+ + m^-} \simeq V^+,$$

$$\text{Πυκνότητα: } \rho = n^+m^+ + n^-m^- = n^+(m^+ + m^-) \simeq n^+m^+ = nm,$$

$$\text{Πίεση: } P = P^+ + P^- = 2nkT \text{ και Θερμοκρασία: } T = \frac{T^+ + T^-}{2}. \quad (2)$$

Αυτό απλοποιεί το πρόβλημα, αφού δεν πρέπει να γράψουμε χωριστές εξισώσεις για τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια. Δηλαδή, υποθέτουμε ότι λόγω κρούσεων, οι τρεις συνιστώσες (ιόντα, ηλεκτρόνια, ουδέτερα) συζευγνύονται και κινούνται με τις μέσες ποσότητες ( $\vec{V}$ ,  $\rho$ ,  $P$ ,  $T$ ).

Στο σύστημα αναφοράς των ιόντων, η εξίσωση κίνησης των ηλεκτρονίων γράφεται σε πρώτη προσέγγιση,

$$m_e \frac{d\vec{V}'_{\sigma_x}}{dt} \approx -e(\vec{E}' + \vec{V}'_{\sigma_x} \times \frac{\vec{B}'}{c}) - m_e \nu_c \vec{V}'_{\sigma_x},$$

όπου  $\nu_c$  είναι η συχνότητα των σκεδάσεων των ηλεκτρονίων με τα ιόντα ενώ στο σύστημα των κινουμένων ιόντων τα πεδία δηλώνονται με τονούμενα. Υποθέτοντας ότι η ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι σταθερή,  $V'_{\sigma_x} \simeq$  σταθερό, έχουμε ισορροπία μεταξύ της δύναμης Lorentz και της δύναμης τριβής στο σύστημα των κινουμένων ιόντων. Για μη σχετικιστικές ταχύτητες  $V/c \ll 1$ ,

$$\vec{V}'_{\sigma_x} \simeq -\frac{e\vec{E}'}{m_e\nu_c},$$

και επομένως, το ρεύμα αγωγιμότητας στο σύστημα των ιόντων είναι,

$$\vec{J}' = -e n_e \vec{V}'_{\sigma_x} = \sigma \vec{E}',$$

δηλαδή η ηλεκτρική αγωγιμότητα είναι,

$$\sigma \simeq \frac{n_e e^2}{m_e \nu_c}. \quad (3)$$

Τέλος, μετασχηματίζοντας τις ποσότητες στο αδρανειακό εργαστηριακό σύστημα, για μη σχετικιστικές ταχύτητες έχουμε,

$$\vec{J}' = \vec{J}, \quad \vec{B}' \simeq \vec{B}, \quad \vec{E}' \simeq \left( \vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right). \quad (4)$$

Οι υποθέσεις (1)-(4) αποτελούν και τις τέσσερις βασικές υποθέσεις της *Μαγνητο-υδροδυναμικής περιγραφής του πλάσματος*. Συνήθως:

$$L \gg \lambda_D \quad \omega \ll \omega_p,$$

δηλαδή, οι χαρακτηριστικές διαστάσεις του συστήματος είναι **πολύ μεγαλύτερες** του μήκους Debye  $\lambda_D$  και οι χαρακτηριστικές συχνότητες **πολύ μικρότερες** της συχνότητας του πλάσματος  $\omega_p$  (χαρακτηριστικοί χρόνοι μεταβολής πολύ μεγαλύτεροι του  $1/\omega_p$ ). Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε να περιγράψουμε το πλάσμα σαν κοινό ρευστό.

## 4.6 Μαγνητουδροδυναμικές προσεγγίσεις

Σε αστροφυσικά πλάσματα ισχύουν συνήθως οι ακόλουθες προσεγγίσεις,

- $V/c \ll 1$ , δηλαδή, έχουμε **μη σχετικιστική κίνηση**.
- **Το ρεύμα μετατόπισης είναι αμελητέο:**  $c\vec{\nabla} \times \vec{B} = 4\pi\vec{J} + \partial\vec{E}/\partial t$ .  
Έστω  $(\ell - \tau)$  οι χαρακτηριστικές κλίμακες χωρικής-χρονικής μεταβολής:

$$c|\vec{\nabla} \times \vec{B}| \simeq \frac{cB}{\ell} = \Theta(1), \quad \tau \simeq \frac{\ell}{V},$$

$$E \sim \frac{V}{c}B \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial t} \simeq \frac{VB}{c\tau} = \frac{V^2 B}{c\ell} \simeq \frac{cB}{\ell} \left(\frac{V}{c}\right)^2 = \Theta\left(\frac{V^2}{c^2}\right)$$

- **Το ρεύμα πόλωσης είναι επίσης αμελητέο:**  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\delta$ ,

$$J_\delta = V\delta = \frac{VE}{\ell} = \frac{cB}{\ell} \left(\frac{V^2}{c^2}\right) = \Theta\left(\frac{V^2}{c^2}\right)$$

- **Έχουμε συνήθως πολύ μεγάλη ηλεκτρική αγωγιμότητα:**  
 $\sigma \simeq 6 \times 10^6 T^{3/2} \text{sec}$

$$\vec{J} = \sigma \left( \vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right), \quad \sigma \rightarrow \infty \Rightarrow \vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \simeq 0$$

$$\rightarrow \vec{E} = -\frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B}$$

$$\rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

- **Επίσης, συνήθως, έχουμε πολύ μεγάλη θερμική αγωγιμότητα:**  
 $\kappa \simeq 6 \times 10^{-6} T^{5/2}$   
(το ηλιακό στέμμα εκτείνεται μέχρι τον μεσοπλανητικό χώρο).
- **Έχουμε συνήθως αμελητέο ιξώδες** (κυρίως από ιόντα):  
 $\mu \simeq 10^{-16} T^{5/2} \text{ g/cm sec.}$

## 7 Κεφάλαιο 4: Εισαγωγή στη ΜΥΔ

Για παράδειγμα, σε πλάσμα θερμοκρασίας  $T \sim 10^6$  K και πυκνότητας  $N \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$  έχουμε,

$$\begin{aligned} \text{ηλεκτρική αγωγιμότητα: } \sigma &\simeq 10^{16} \text{ sec (για τον χαλκό } \sigma \simeq 10^{17} \text{ sec)}, \\ \text{θερμική αγωγιμότητα: } \chi &= \frac{\kappa}{c_p} \simeq \frac{6 \times 10^8}{10^9} \sim 0.6 \text{ g/cm sec}, \\ \text{συντελεστή ιξώδους: } \mu &\simeq 0.1 \text{ g/cm sec}. \end{aligned}$$

### 4.7 Οι συνιστώσες της μαγνητικής δύναμης Lorentz

Η μαγνητική δύναμη Lorentz

$$\vec{F}_L = \frac{(\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{4\pi} = -\vec{\nabla} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}}{4\pi},$$

έχει δύο όρους. Ο πρώτος αντιστοιχεί στη **μαγνητική πίεση**,

$$P_M = \frac{B^2}{8\pi}.$$

Ο λόγος της πίεσης του αερίου προς την μαγνητική πίεση ορίζει το  $\beta$  του πλάσματος,

$$\beta = \frac{P}{B^2/8\pi}.$$

Το πλάσμα θεωρείται *κρύο* αν  $\beta \ll 1$ , ενώ για  $\beta \gg 1$ , το πλάσμα θεωρείται *θερμό*. Ο δεύτερος όρος μπορεί να διασπαστεί σε δύο όρους, αν ορίσουμε το μοναδιαίο διάνυσμα  $\hat{T}$  που εφάπτεται στη μαγνητική γραμμή,

$$\begin{aligned} \frac{(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}}{4\pi} &= \frac{B}{4\pi} \frac{d(B\hat{T})}{ds} = \frac{B\hat{T}}{4\pi} \frac{dB}{ds} + \frac{B^2}{4\pi} \frac{d\hat{T}}{ds} \\ &= \hat{T} \frac{d}{ds} \frac{B^2}{8\pi} + \frac{B^2}{4\pi} \kappa \hat{N} = \hat{T} \frac{d}{ds} \frac{B^2}{8\pi} + \frac{B^2}{4\pi R} \hat{N}, \quad \frac{d\hat{T}}{ds} = \kappa \hat{N} = \frac{\hat{N}}{R}, \end{aligned}$$

όπου  $R$  είναι η ακτίνα καμπυλότητας της μαγνητικής γραμμής. Ο πρώτος όρος εξουδετερώνει την δύναμη της βαθμίδας της μαγνητικής πίεσης κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου, έτσι ώστε να απομένει μόνο η βαθμίδα της της μαγνητικής πίεσης κάθετα σε αυτό. Ο δεύτερος όρος εμφανίζεται μόνο για καμπλωμένες μαγνητικές γραμμές και διευθύνεται προς το τοπικό κέντρο καμπυλότητας. Επειδή είναι παρόμοιος με την τάση μιας καμπλωμένης χορδής, ονομάζεται **μαγνητική τάση**.

## 4.8 Ταχύτητα Alfβέν

Τα κύματα Alfβέν που διαδίδονται σε ένα μαγνητισμένο πλάσμα με την ταχύτητα Alfβέν, αποτελούν το βασικό τρόπο μετάδοσης διαταραχών σε ένα μαγνητισμένο πλάσμα και οφείλονται στη μαγνητική τάση. Ας θεωρήσουμε μια ομογενή κατάσταση ισορροπίας, όπου ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}_0$  ευρίσκεται σε πλάσμα σταθερής πυκνότητας  $\rho_0$  και πίεσης. Για απλούστευση ας υποθέσουμε ότι το πλάσμα μας είναι ασυμπιέστο,  $d\rho/dt = 0$ ,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ . Ας θεωρήσουμε μία διαταραχή σε αυτή την αρχική κατάσταση η οποία διαδίδεται με μια μικρή ταχύτητα  $\vec{V} = \vec{v}_1$  και προκαλεί επίσης μια διαταραχή στο μαγνητικό πεδίο έτσι ώστε το συνολικό πεδίο να είναι,  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}_1$ .

Την δυναμική της διαταραχής διέπουν οι εξισώσεις της μαγνητοϋδροδυναμικής,

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{(\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{4\pi}, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}). \quad (4.2)$$

Γραμμικοποιώντας αυτές τις εξισώσεις και κρατώντας όρους πρώτης τάξης παίρνουμε :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = \frac{(\vec{\nabla} \times \vec{b}_1) \times \vec{B}_0}{4\pi}, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \vec{b}_1}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_1 \times \vec{B}_0), \quad (4.4)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{b}_1 = 0. \quad (4.5)$$

Αναζητούμε λύσεις αυτών των γραμμικοποιημένων εξισώσεων της μορφής

$$Ae^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = Ae^{i(kx + ly + mz - \omega t)},$$

με το  $A$  να δηλώνει το σταθερό πλάτος (κάθε μεταβλητή έχει το δικό της σταθερό πλάτος). Έτσι αντικαθιστώντας έχουμε,

$$-4\pi\rho_0\omega\vec{v}_1 = (\vec{k} \times \vec{b}_1) \times \vec{B}_0 = (\vec{k} \cdot \vec{B}_0)\vec{b}_1 - (\vec{B}_0 \cdot \vec{b}_1)\vec{k},$$

$$-\omega\vec{b}_1 = \vec{k} \times (\vec{v}_1 \times \vec{B}_0) = (\vec{k} \cdot \vec{B}_0)\vec{v}_1 - (\vec{k} \cdot \vec{v}_1)\vec{B}_0,$$

όπου χρησιμοποιήσαμε την ταυτότητα  $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{A}(\vec{B} \cdot \vec{C})$ . Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{v}_1 = 0, \quad (4.6)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{b}_1 = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{b}_1 = 0. \quad (4.7)$$



βλέπουμε ότι οι διαταραχές της ταχύτητας και του μαγνητικού πεδίου,  $\vec{v}_1$  και  $\vec{b}_1$  είναι κάθετες στο κυματόνισμα της διαταραχής. Στην συνέχεια ας πάρουμε το βαθμωτό γινόμενο της (4.6) με το  $\vec{k}$ :

$$\begin{aligned}\vec{B}_0 \cdot \vec{b}_1 &= 0, \quad \text{οπότε,} \\ -\rho_0 \omega \vec{v}_1 &= \frac{(\vec{k} \cdot \vec{B}_0) \vec{b}_1}{4\pi} \\ -\omega \vec{b}_1 &= (\vec{k} \cdot \vec{B}_0) \vec{v}_1.\end{aligned}$$

Αυτές οι δύο ομογενείς εξισώσεις έχουν λύση μόνο αν τα  $\omega$  και  $\vec{k}$  συνδέονται με την σχέση,

$$\omega^2 = \frac{(\vec{k} \cdot \vec{B}_0)^2}{4\pi\rho_0}, \quad \text{ή,} \quad (4.8)$$

$$\omega^2 = |\vec{k}|^2 V_A^2 \cos^2 \theta, \quad (4.9)$$

όπου  $\theta$  είναι η γωνία μεταξύ των  $\vec{B}_0$  και της κατεύθυνσης του κύματος  $\vec{k}$  και

$$V_A^2 = \frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}, \quad (4.10)$$

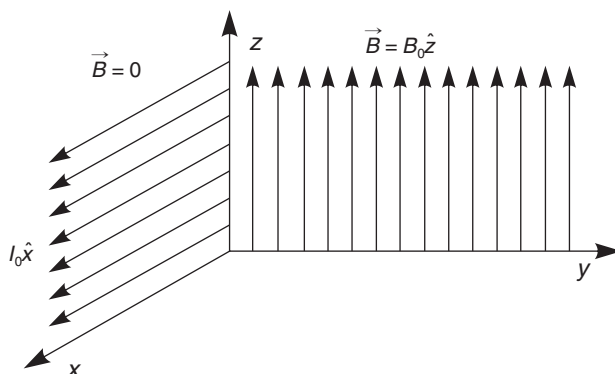
όπου  $V_A$  είναι η ταχύτητα Alfvén. Δηλαδή, αυτά τα κύματα διαδίδονται με την ταχύτητα Alfvén κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου με ταχύτητα η οποία εξαρτάται από την ένταση αυτού του μαγνητικού πεδίου και την πυκνότητα του πλάσματος. Όταν τα κύματα διαδίδονται υπό γωνία  $\theta$  ως προς το πεδίο, η ταχύτητά τους  $\omega/|\vec{k}|$  είναι μικρότερη. Στα κύματα Alfvén τα ιόντα κινούνται υπό την επίδραση της δύναμης επαναφοράς της μαγνητικής τάσης των καμπυλωμένων μαγνητικών γραμμών.

- Τα κύματα Alfvén προτάθηκαν για πρώτη φορά από τον Hannes Alfvén το 1942. Το 1970 ο Alfvén έλαβε το βραβείο Nobel «για τη θεμελιώδη εργασία του και ανακαλύψεις στη Μαγνητοϋδροδυναμική με πολλές εφαρμογές σε διάφορες περιοχές της Φυσικής Πλάσματος». Ο ίδιος το 1950 δημοσιεύει το βιβλίο *Cosmical Electrodynamics* όπου περιγράφει το ρόλο των κυμάτων σε εργαστηριακά και αστροφυσικά πλάσματα.
- Το 1949 ο S. Lundquist παρήγαγε στο εργαστήριο κύματα Alfvén σε μαγνητισμένο πλάσμα υδραργύρου και μέτρησε ότι η ταχύτητα διάδοσής τους ισούται με την ταχύτητα που είχε προτείνει ο Alfvén. Το 1952 τα κύματα ανιχνεύονται σε πειράματα ιονισμένου ηλίου από τους Winston Bostick και Morton Levine, το 1954 ο Bo Lehnert παράγει κύματα Alfvén σε υγρό Νάτριο και το 1959 ο D. F. Jephcott σε σωλήνες εκκενώσεων.
- Το 1949 ο Fermi χρησιμοποιεί τα κύματα Alfvén στην θεωρία του διάδοσης των κοσμικών ακτίνων.

- Το 1958 ο Eugene Parker μελετά το ρόλο των κυμάτων Alfvén στη μεσοαστρική ύλη και τον Ηλιακό άνεμο, ενώ το 1973 στο ενδογαλαξιακό μέσο.
- Το 1958 οι Berthold, Harris, Hope ανιχνεύουν τα κύματα στην Ιονόσφαιρα κατά το πείραμα της διαστημικής πυρηνικής έκρηξης Argus, το έτος 1960 οι Coleman, et al. ανακοινώνουν την ανίχνευση κυμάτων από το μαγνητόμετρα των διαστημοσυσκευών Pioneer και Explorer και το ίδιο έτος ο Sugiura εντοπίζει αυτά τα κύματα στο μαγνητικό πεδίο της Γης. Το 1974 ο Hollweg μελετά τα κύματα Alfvén στο ενδοπλανητικό χώρο και οι Ip και Mendis στην κόμη του κομήτη Kohoutek.
- Το 2007 οι De Pontieu et al. επισημαίνουν ότι τα κύματα Alfvén μπορούν να θερμάνουν το Ηλιακό στέμμα και να επιταχύνουν τον Ηλιακό άνεμο. Το ίδιο έτος, στο τεύχος Δεκεμβρίου του περιοδικού Science δημοσιεύεται συλλογή 10 άρθρων με τις νεώτερες εξελίξεις πάνω στα κύματα Alfvén.

## 4.9 Η μαγνητική πίεση

Στα επόμενα δίνουμε μία σύντομη φυσική εξήγηση του όρου *μαγνητική πίεση*. Στο ακόλουθο σχήμα έχουμε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο στην κατακόρυφη διεύθυνση  $\hat{z}$  για  $y > 0$  :



**Σχήμα 4.4:** Διάταξη όπου στο χώρο  $y > 0$  υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B_0$  στην κατακόρυφη διεύθυνση  $\hat{z}$  το οποίο παράγεται από ένα ηλεκτρικό ρευματικό φύλλο επιφανειακής πυκνότητας  $\vec{J} = J_x \hat{x}$ .

Το πεδίο αυτό συνδέεται με ένα ρεύμα πυκνότητας  $\vec{J} = J_x \hat{x}$  από το νόμο του Ampere,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} \Rightarrow \frac{4\pi}{c} J_x = \frac{\partial B_z}{\partial y} \Rightarrow \frac{4\pi}{c} \frac{I_x}{\Delta y \Delta z} = \frac{\Delta B_z}{\Delta y} \Rightarrow \frac{4\pi}{c} \frac{I_x}{\Delta z} = \Delta B_z = B_0.$$

Από το άλλο μέρος, ο νόμος του Laplace μας δίνει τη δύναμη που ασκείται στο πλάσμα

$$\vec{F} = \frac{\ell \vec{I} \times \vec{B}}{c} \Rightarrow F_y = -\frac{\Delta x I_x B_z}{c} \Rightarrow -\frac{F_y}{\Delta x \Delta z} = \frac{I_x B_z}{c \Delta z} = \frac{B_0^2}{8\pi},$$

όπου αντικαταστήσαμε τη μέση τιμή του  $B_z$  στο επίπεδο  $y = 0$ ,  $B_z = B_0/2$ . Συνεπώς, η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας (δηλαδή η πίεση) είναι,

$$P_M = \frac{B_0^2}{8\pi},$$

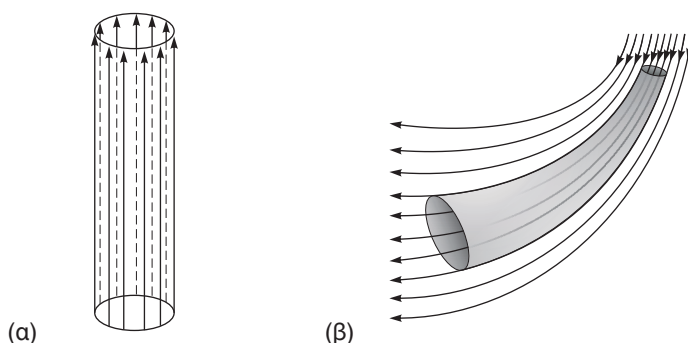
δηλαδή, το μαγνητικό πεδίο ασκεί πίεση  $P_M$  όπως και ένα κοινό αέριο. Είναι προφανές τότε, ότι στο εσωτερικό ενός *μαγνητικού σωλήνα ροής* όπως στο επόμενο σχήμα, η πίεση του αερίου είναι *μειωμένη*.

#### 4.10 Η μαγνητική άνωση

Έστω ένας μαγνητικός σωλήνας στο εσωτερικό του Ήλιου. Υποθέτοντας ότι η θερμοκρασία εντός και εκτός του σωλήνα είναι η ίδια, εξισώνοντας την ολική πίεση στα τοιχώματα του σωλήνα παίρνουμε,

$$P_{\text{εσωτ.}} + \frac{B_0^2}{8\pi} = P_{\text{εξωτ.}},$$

και επομένως,  $P_{\text{εσωτ.}} < P_{\text{εξωτ.}}$ .



Σχήμα 4.5: Σωλήνες μαγνητικής ροής.

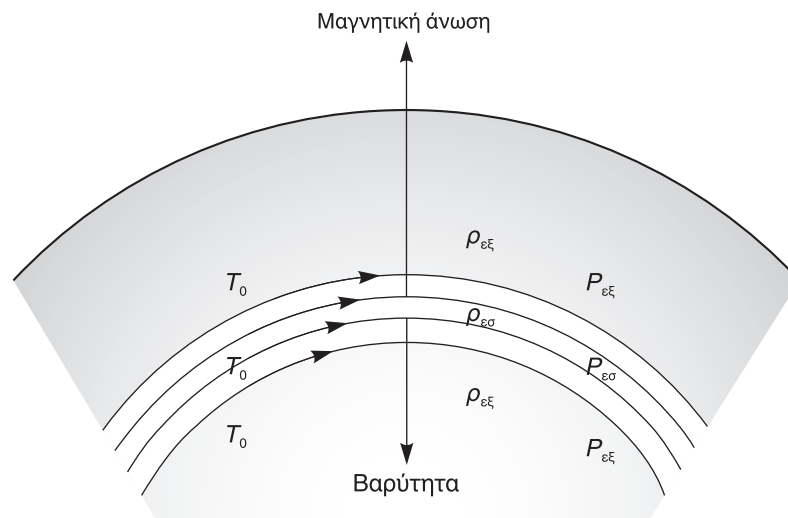
Για την καταστατική εξίσωση,

$$P = \frac{k}{m} \rho,$$

με  $T_{\text{εσωτ.}} = T_{\text{εξωτ.}} = T_0$  προκύπτει ότι  $\rho_{\text{εσωτ.}} < \rho_{\text{εξωτ.}}$ . Έτσι, ο σωλήνας ροής υφίσταται άνωση και ανέρχεται λόγω αυτής στην ηλιακή φωτόσφαιρα, όπως ακριβώς μία φυσαλίδα αέρα ανέρχεται προς την επιφάνεια ενός ενυδρείου, ή μιας πισίνας.

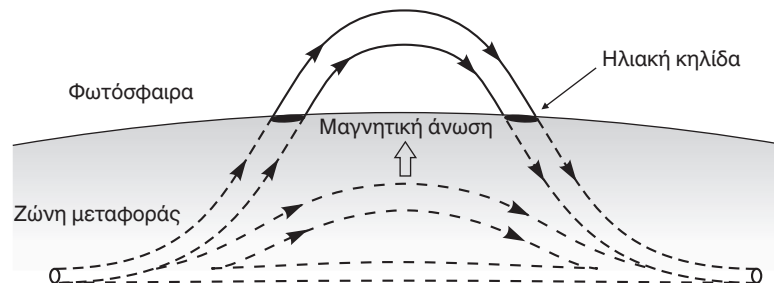
#### 4.11 Η αστάθεια Parker

Η αστάθεια Parker (1966) είναι μια άμεση συνέπεια της μαγνητικής άνωσης την οποία υφίσταται πλάσμα εντός ενός σωλήνα μαγνητικής ροής που βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του Γαλαξία.



**Σχήμα 4.6:** Μαγνητική άνωση σε σωλήνα μαγνητικής ροής στο εσωτερικό του Ηλιου, όπου η βαρύτητα είναι  $\vec{g}\hat{r}$ , η πίεση και πυκνότητα είναι  $P_{\epsilon\sigma}$  -  $\rho_{\epsilon\sigma}$ , και  $P_{\epsilon\xi}$  -  $\rho_{\epsilon\xi}$ , αντίστοιχα στο εσωτερικό και εξωτερικό του σωλήνα, ενώ η θερμοκρασία είναι ομογενής,  $T_0$ .

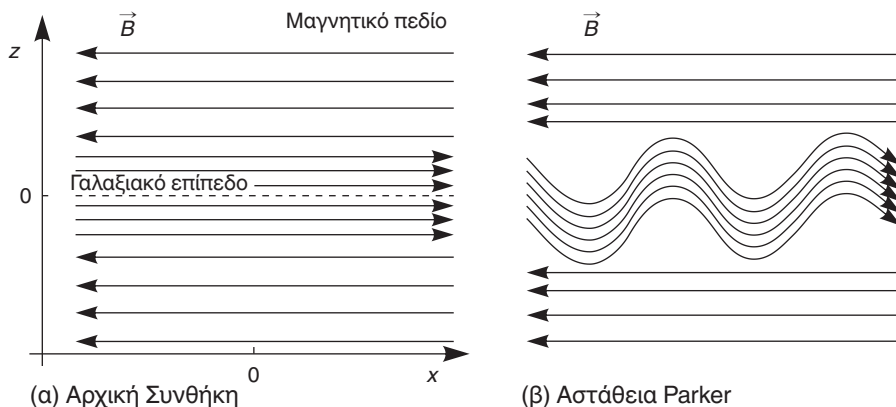
Ας θεωρήσουμε λοιπόν μια αρχική κατάσταση όπου το μεσοαστρικό μαγνητικό πεδίο είναι ομοιογενές και παράλληλο στο γαλαξιακό δίσκο, ενώ το πλάσμα είναι παγωμένο στο μαγνητικό αυτό πεδίο.



**Σχήμα 4.7:** Ένας σωλήνας μαγνητικής ροής που δημιουργείται μέσω του μηχανισμού του δυναμό στο βαθύτερο σημείο της ζώνης μεταφοράς του Ηλιου, αναδύεται λόγω της μαγνητικής άνωσης στη φωτόσφαιρα, δημιουργώντας μια διπολική μαγνητική περιοχή.

Εάν το αρχικό αυτό μαγνητικό πεδίο διαταραχθεί τοπικά, δημιουργούνται *κοιλιάδες* και *κορυφές*, δηλαδή, η άνωση θα δημιουργήσει βρόχους σχήματος  $\Omega$ . Τότε η βαρύτητα του γαλαξιακού δίσκου εκκενώνει το πλάσμα κατά μήκος των μαγνητικών γραμμών από την κορυφή προς τα *πόδια* των μαγνητικών βρόχων. Αυτό επιτείνει την αστάθεια καθώς ο μαγνητικός σωλήνας γίνεται ακόμα πιο ελαφρύς στην κορυφή του κι επομένως πιο έντονα ανοδικός. Έτσι αναμένεται ο σωλήνας να ανέβει ακόμα ψηλότερα μέχρις ότου οι δυνάμεις της μαγνητικής τάσης ισχυροποιηθούν και αναχαιτίσουν τελικά την μαγνητική άνωση. Λεπτομερείς αριθμητικοί υπολογισμοί έχουν επιβεβαιώσει την αστάθεια αυτή. Ένα αποτέλεσμα της αστάθειας

Parker είναι η παρατήρηση της εμφάνισης μεσοαστρικής ύλης σε πυκνώματα και αραιώματα. Τα πυκνώματα αντιστοιχούν στις κοιλάδες των μαγνητικών γραμμών ενώ τα αραιώματα στις κορυφές. Τα πυκνώματα των κοιλάδων αποτελούν περιοχές στις οποίες με την βαρυτική αστάθεια Jeans θα δημιουργηθούν νέοι αστέρες.



**Σχήμα 4.8:** Η αστάθεια Parker στο Γαλαξιακό επίπεδο. Παράλληλες μαγνητικές γραμμές και πυκνό-ψυχρό πλάσμα στο γαλαξιακό επίπεδο σε συνδυασμό με αντιπαράλληλες μαγνητικές γραμμές λόγω δυνάμεων Coriolis και αραιό-θερμό πλάσμα στην υπερκείμενη γαλαξιακή άλω. Η αστάθεια Parker εκκινεί με τυχαίες διαταραχές στο γαλαξιακό επίπεδο που δημιουργούν **κοιλάδες** και **κορυφές** στην τοπολογία των μαγνητικών γραμμών που έτσι φέρνουν σε επαφή αντίθετες μαγνητικές γραμμές στις κορυφές, δημιουργώντας έτσι τη μαγνητική επανασύνδεση. Το πλάσμα ολισθαίνει κατά μήκος των μαγνητικών γραμμών από τις κορυφές προς τις κοιλάδες, αυξάνοντας την πυκνότητά του σε αυτές και δημιουργώντας θύλακες θερμού και πυκνού πλάσματος που αποτελούν εστίες αστρικής γένεσης.

### 4.12 Πάγωμα των μαγνητικών γραμμών στο πλάσμα

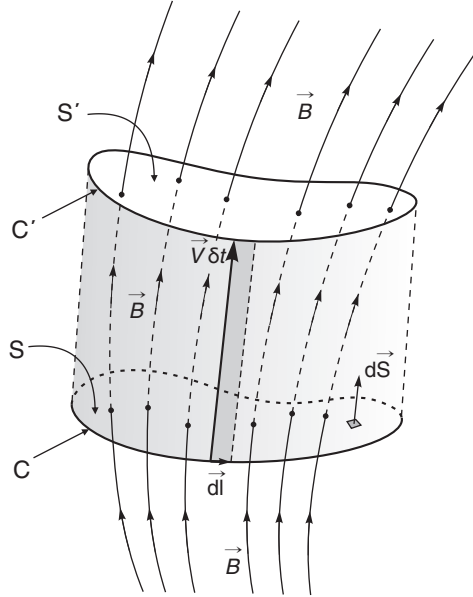
Έστω  $C$  μια κλειστή καμπύλη στο πλάσμα η οποία είναι το σύνορο μιας επιφάνειας  $S$ . Μέσα από την  $C$  τη χρονική στιγμή  $t$  διαπερνά ένας αριθμός μαγνητικών γραμμών, δηλαδή, μία δεδομένη μαγνητική ροή  $\Phi$ . Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι την  $C$  απαρτίζουν κάποια συγκεκριμένα ιόντα και ηλεκτρόνια. Μετά από χρόνο  $\delta t$  η καμπύλη  $C$  μετακινείται από το κινούμενο πλάσμα σε μια νέα θέση  $C'$  όπου εκεί περικλείει την επιφάνεια  $S'$ . Θέλουμε να υπολογίσουμε αν στο χρονικό διάστημα  $\delta t$  μεταβλήθηκε η μαγνητική ροή μέσα από την  $S$ , δηλαδή, αν η ροή μέσα από την  $S'$  είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη της αρχικής ροής από την  $S$ . Έτσι,

Η αρχική ροή από την  $S$  είναι: 
$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

Η μεταβολή της ροής είναι :

$$\delta\Phi = \underbrace{\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}}_{\delta\Phi_1} \cdot \delta t + \underbrace{\int_C (\vec{V} \delta t) \times d\vec{\ell} \cdot \vec{B}}_{\delta\Phi_2},$$

όπου η μεταβολή της ροής  $\delta\Phi_1$  οφείλεται μόνο στη μεταβολή της ροής λόγω της χρονικής μεταβολής του πεδίου  $\vec{B}$  (αύξησης ή ελάττωσης), ενώ η μεταβολή της ροής  $\delta\Phi_2$  οφείλεται στην κίνηση του πλάσματος μέσα στο διάστημα  $\delta t$  από την αρχική  $C$  στην τελική  $C'$  (δηλαδή, η  $\delta\Phi_2$  οφείλεται στο αν μαγνητικές γραμμές τέμνουν την παράπλευρη επιφάνεια και επομένως διέφυγε ή εισήλθε ροή μέσω αυτής της επιφάνειας στην νέα θέση  $C'$  σε σχέση με την αρχική  $C$ ).



**Σχήμα 4.9:** Αρχικά, τη χρονική στιγμή  $t$ , από μια τυχούσα καμπύλη  $C$  που περικλείει μια επιφάνεια  $S$  διέρχεται μαγνητική ροή  $\Phi$  σε ένα μαγνητικό σωλήνα ροής. Τη μεταγενέστερη χρονική στιγμή  $(t + dt)$ , λόγω κινήσεων στο πλάσμα η καμπύλη  $C$  έχει μετατεθεί στη  $C'$  η οποία περικλείει την επιφάνεια  $S'$ . Το αποτέλεσμα ότι από την καμπύλη  $C'$  διέρχεται ακριβώς η ίδια μαγνητική ροή, οδηγεί στην έννοια του **παγώματος των μαγνητικών γραμμών** στο πλάσμα.

Αλλά,

$$(\vec{V} \times d\vec{\ell}) \cdot \vec{B} \delta t = (\vec{B} \times \vec{V}) \cdot d\vec{\ell} \delta t = -(\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} \delta t.$$

Επειδή,

$$\delta\Phi_2 = - \int_C (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} \delta t \stackrel{\text{θεώρ. Stokes}}{=} - \iint_{\vec{S}} \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} \delta t,$$

έχουμε ότι,

$$\frac{\delta\Phi}{\delta t} = \iint_{\vec{S}} \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) \right) \cdot d\vec{S} = 0,$$

λόγω της σχέσης,

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}).$$

Με απλά λόγια αυτό το αποτέλεσμα μας λέγει ότι οι μαγνητικές γραμμές κινούνται μαζί με το πλάσμα, ή, όπως χαρακτηριστικά λέμε, είναι *παγωμένες πάνω στο πλάσμα*. Το μαγνητικό πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα παραμορφώσιμο πλαστικό υλικό, το οποίο κάμπτεται, παραμορφώνεται, συστρέφεται, κλπ., ακολουθώντας της κίνηση του πλάσματος. Αυτή η συμπεριφορά του μαγνητικού πεδίου στην Αστροφυσική είναι αντίθετη αυτής στο εργαστήριο όπου το μαγνητικό πεδίο έχει μια παθητική συμπεριφορά ανταποκρινόμενο στα ηλεκτρικά ρεύματα που εμείς μπορούμε να επιβάλουμε και να ρυθμίσουμε κατά βούληση. Στην Αστροφυσική το μαγνητικό πεδίο φαίνεται να έχει τη δική του ξεχωριστή προσωπικότητα.

### 4.13 Επιφάνειες μαγνητικής ροής

Σε ένα σύστημα κυλινδρικών συντεταγμένων  $(z, r, \phi)$  ένα αξονικά συμμετρικό μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}(r, z)$  μπορεί να γραφεί συναρτήσει ενός διανυσματικού δυναμικού ως εξής:

$$\vec{B}(r, z) = \vec{\nabla} \times \left( \frac{A(r, z)\hat{\phi}}{r} \right) + \vec{B}_\phi(r, z)\hat{\phi} = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \hat{z} - \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \hat{r} + B_\phi \hat{\phi}.$$

Η συνάρτηση  $A(r, z) = \text{σταθ.}$  ορίζει μια καμπύλη στο μεσημβρινό επίπεδο  $\phi = \text{σταθ.}$  Το πολοειδές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}_p = B_z \hat{z} + B_r \hat{r}$  είναι παράλληλο και εφάπτεται της μαγνητικής αυτής γραμμής  $A(r, z) = \text{σταθ.}$  διότι

$$\begin{aligned} \frac{B_r}{dr} = \frac{B_z}{dz} &\Rightarrow dr B_z - dz B_r = 0 \\ &\Rightarrow dr \frac{\partial A}{\partial r} + dz \frac{\partial A}{\partial z} = dA(r, z) = 0 \quad \Rightarrow \quad A(r, z) = \text{σταθερό.} \end{aligned}$$

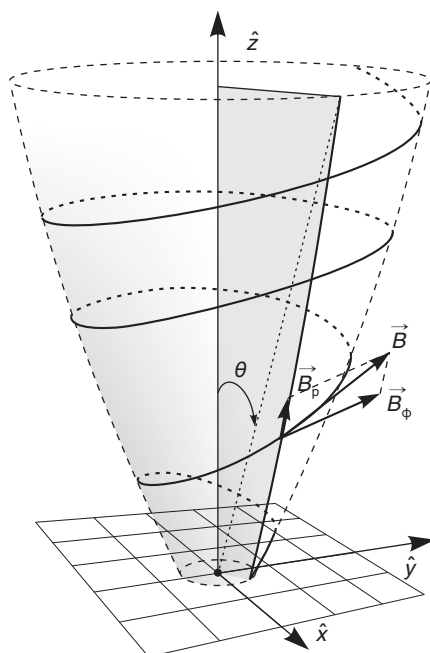
Περιστρέφοντας αυτή την καμπύλη  $A = \text{σταθ.}$  γύρω από τον άξονα των  $z$  παράγουμε μια επιφάνεια. Το ολικό μαγνητικό πεδίο,

$$\vec{B}(r, z) = \vec{B}_p(r, z)\hat{p} + \vec{B}_\phi(r, z)\hat{\phi},$$

αποτελείται από γραμμές που περιελίσσονται γύρω από την επιφάνεια  $A(r, z) = \text{σταθ.}$  στον 3-διάστατο χώρο. Η μαγνητική ροή  $F_B$  που διέρχεται από μία τυχούσα τομή της 3-διάστατης αυτής επιφάνειας είναι,

$$F_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{\nabla} \times \left( \frac{A}{r} \hat{\phi} \right) \cdot d\vec{S} = \oint_C A d\phi = 2\pi A_{\gamma p},$$

μέσω του θεωρήματος του Stokes, όπου  $A_{\gamma p}$  η σταθερή τιμή του  $A$  πάνω στη γραμμή ροής, η οποία περικλείει την επιφάνεια. Επομένως, σε ένα αξονικά συμμετρικό μαγνητικό πεδίο η τιμή της συνάρτησης  $2\pi$  μας δίδει την μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα μαγνητικό σωλήνα που σχηματίζεται περιστρέφοντας την συνάρτηση  $A = \text{σταθ.}$  γύρω από τον άξονα  $z$ .



**Σχήμα 4.10:** Ένα αξονικά συμμετρικό μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}(r, z) = B_p(r, z)\hat{p} + B_\phi(r, z)\hat{\phi}$  με πολοειδή ( $B_p$ ) και τοροειδή ( $B_\phi$ ) συνιστώσες αποτελείται από γραμμές που περιελίσσονται γύρω από την καμπυλο-κωνική μαγνητική επιφάνεια  $A(r, z) = \text{σταθ.}$  στον 3-διάστατο χώρο. Η συνάρτηση  $A(r, z) = \text{σταθ.}$  ορίζει μια καμπύλη στο μεσημβρινό επίπεδο  $\phi = \text{σταθ.}$  Περιστροφή της καμπύλης αυτής γύρω από τον άξονα-z δημιουργεί την αντίστοιχη μαγνητική επιφάνεια, ή, μαγνητικό σωλήνα, από τυχούσα τομή της οποίας διέρχεται μαγνητική ροή ίση με  $F_B = 2\pi A$ .

#### 4.14 Ο νόμος ισοπεριστροφής των μαγνητικών επιφανειών

Ας θεωρήσουμε ένα μαγνητισμένο πλάσμα πολύ υψηλής ηλεκτρικής αγωγιμότητας που περιστρέφεται αξιμουθιακά με ταχύτητα  $\vec{V} = \Omega(r, z)r\hat{\phi}$  και έχει μαγνητικό πεδίο σε κυλινδρικές συντεταγμένες,

$$\vec{B}(r, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \hat{z} - \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \hat{r} + B_\phi \hat{\phi}.$$

Σε ένα τέτοιο χρόνο-ανεξάρτητο μαγνητικό πεδίο, από το νόμο του Faraday η στροφή του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \eta \nabla^2 \vec{B} = 0.$$

Αντικαθιστώντας στη  $\phi$ -συνιστώσα της στροφής του γινομένου  $\vec{V} \times \vec{B}$ ,

$$\frac{\partial}{\partial z} V_\phi B_z + \frac{\partial}{\partial r} V_\phi B_r = 0,$$



τις προηγούμενες εκφράσεις του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της συνάρτησης  $A(r, z)$  έχουμε,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \Omega \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \Omega \frac{\partial A}{\partial z} \right) = 0,$$

ή,

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{\partial \Omega}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial z} = [\Omega, A] = 0,$$

που είναι η Ιακωβιανή  $[\Omega, A]$  των συναρτήσεων  $(\Omega, A)$  ως προς τις μεταβλητές  $(r, z)$ . Η γενική λύση της εξίσωσης αυτής είναι  $\Omega = f(A)$ , όπου  $f$  είναι τυ-  
χούσα συνάρτηση. Αυτό σημαίνει ότι κάθε μαγνητική επιφάνεια  $A(r, z) = \text{σταθ.}$  περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ . Έτσι, η συνθήκη του παγώματος ρευστού-μαγνητικού πεδίου απαιτεί οι μαγνητικές επιφάνειες να περιστρέφονται σαν στερεά σώματα, σε κάθε χρονοανεξάρτητη κατάσταση.

Εάν η γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$  ήταν μεταβλητή πάνω σε μία μαγνητική γραμμή  $A(r, z) = \text{σταθ.}$ , τότε οι πολοειδείς μαγνητικές γραμμές θα τεντωνόντουσαν στις περιοχές που έχουν μεγαλύτερο  $\Omega$  με αποτέλεσμα την παραγωγή τορροειδούς μα-  
γνητικού πεδίου, όπως στην περίπτωση του ηλιακού δυναμό, και δεν θα είχαμε μια χρονοανεξάρτητη κατάσταση. Όταν το μαγνητικό πεδίο ενισχύεται, όπως στο ηλιακό δυναμό, αυτό σημαίνει ότι η μαγνητική ενέργεια αυξάνει, λόγω του έργου που επιτελεί σε αυτό η κίνηση του πλάσματος. Όταν όμως το μαγνητικό πεδίο γίνει αρκούντως ισχυρό, τότε οι μαγνητικές δυνάμεις αντιστέκονται σε περισσότερη πα-  
ραμόρφωσή τους από το ρευστό. Τότε το μαγνητικό πεδίο θα επιβάλλει στο πλάσμα την στερεά περιστροφή που απαιτεί ο νόμος της ισοπεριστροφής.

Μια συνέπεια του νόμου της ισοπεριστροφής είναι το μαγνητικό φρενάρισμα. Ας υποθέσουμε ότι ένα νεφέλωμα ακτίνας  $r = \alpha$  περιστρέφεται με γωνιακή ταχύ-  
τητα  $\Omega$ . Εκτός του νεφελώματος αυτού υπάρχει πλάσμα που περιστρέφεται με μι-  
κρότερη γωνιακή ταχύτητα, αλλά είναι συνδεδεμένο με τις ίδιες μαγνητικές γραμ-  
μές του χώρου  $r < \alpha$ . Τότε, οι μαγνητικές τάσεις θα προσπαθήσουν να επιταχύνουν και το εξωτερικό πλάσμα στην ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ . Λόγω όμως της διατή-  
ρησης της στροφορμής αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα την ελάττωση της γωνιακής ταχύτητας του κεντρικού νεφελώματος. Αυτό ονομάζεται *μαγνητικό φρενάρισμα* και είναι ένας τρόπος εξήγησης του δεδομένου ότι ενώ τα νεαρά άστρα περιστρέ-  
φονται πολύ γρήγορα, όταν φθάσουν στην ηλικία του Ήλιου περιστρέφονται πολύ αργότερα, λόγω του μαγνητικού φρεναρίσματος, που προέρχεται από την μαγνη-  
τική σύνδεση των νέων άστρων με το νεφέλωμα από το οποίο προήλθαν. Έτσι, το μαγνητικό πεδίο παίζει και το ρόλο του μεταφορέα στροφορμής από μια περιοχή του χώρου σε μια άλλη με την οποία υπάρχει μαγνητική σύνδεση.

#### 4.15 Στήλη μαγνητικά παγιδευμένου πλάσματος

Ας δούμε πως μπορούμε να έχουμε μια κυλινδρική στήλη πλάσματος, όπου το μα-  
γνητικό πεδίο που δημιουργεί ένα ηλεκτρικό ρεύμα κατά μήκος του άξονα του κυ-  
λίνδρου περιορίζει το πλάσμα σε κάποια ακτίνα  $\alpha$  σε ισορροπία με την εσωτερική

πίεση του  $P$ . Σε κυλινδρικές συντεταγμένες  $(z, r, \phi)$ , η σωληνοειδής συνθήκη του μαγνητικού πεδίου  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  γράφεται,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} = 0.$$

Υποθέτοντας ότι δεν έχουμε μεταβολή του μαγνητικού πεδίου στις διευθύνσεις  $\phi$  και  $z$ ,  $\partial/\partial\phi = \partial/\partial z = 0$ , και εφόσον το πεδίο είναι πεπερασμένο στον άξονα  $r = 0$ , έχουμε  $B_r = 0$ ,  $B_z = B_z(r)$ ,  $B_\phi = B_\phi(r)$ . Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις αυτές στη συνθήκη μαγνητοστατικής ισορροπίας,

$$-\vec{\nabla}P + \frac{(\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{4\pi} = 0,$$

έχουμε, αν υποθέσουμε ότι η πίεση εξαρτάται μόνο από το  $r$ ,

$$\frac{d}{dr} \left( P + \frac{B_\phi^2 + B_z^2}{8\pi} \right) + \frac{B_\phi^2}{4\pi r} = 0.$$

Ας υποθέσουμε ότι το μαγνητικό πεδίο  $B_\phi(r)$  παράγεται από ένα ρεύμα πυκνότητας  $J(r)\hat{z}$ . Τότε από την εξίσωση του Ampere έχουμε

$$\frac{1}{r} \frac{d(rB_\phi)}{dr} = \frac{4\pi J}{c}.$$

Αν το ρεύμα είναι σταθερής πυκνότητας,  $J = \text{σταθ.}$ , τότε,

$$B_\phi = \frac{2\pi}{c} Jr.$$

Αντικαθιστώντας αυτή την έκφραση του  $B_\phi(r)$  στην εξίσωση μαγνητοστατικής ισορροπίας και υποθέτοντας ότι  $B_z = \text{σταθερό}$  έχουμε,

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{2\pi}{c^2} J^2 r \Rightarrow P(r) = P_0 - \frac{\pi J^2 r^2}{c^2},$$

όπου  $P_0$  είναι η πίεση του πλάσματος στο κέντρο  $r = 0$  της στήλης. Η πίεση ελαττώνεται με την κυλινδρική ακτίνα  $r$  για να εξισορροπήσει από μέσα την προς το κέντρο δύναμη του μαγνητικού πεδίου  $B_\phi(r)$ . Παρατηρούμε επίσης από την έκφραση της πίεσης  $P(r)$  ότι σε κάποια ακτίνα  $\alpha$  η πίεση μηδενίζεται και

$$\alpha^2 = \frac{P_0 c^2}{\pi J^2}.$$

Με αυτό τον τρόπο το μαγνητικό πεδίο περιορίζει το πλάσμα στον κύλινδρο ακτίνας  $\alpha$  με μηδενική πίεση στην πεπερασμένη ακτίνα του κυλίνδρου  $\alpha$ .

Στη γενικότερη περίπτωση όπου  $J = J(r)$  και η στήλη του πλάσματος πάλι εκτείνεται στο διάστημα  $r = 0$  μέχρι  $r = \alpha$ , το συνολικό ρεύμα που διαρρέει τον κύλινδρο είναι

$$I = \int_0^\alpha J(r) 2\pi r dr = \frac{c\alpha}{2} B_\phi(\alpha) \Rightarrow B_\phi(\alpha) = \frac{2I}{c\alpha}.$$

Η εξίσωση της μαγνητοστατικής ισορροπίας για  $B_z = \text{σταθ.}$  δίνει,

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2 B_\phi^2}{8\pi} \right).$$

Η μέση πίεση μέσα στην κυλινδρική στήλη ακτίνας  $r = \alpha$  είναι,

$$\bar{P} = \frac{1}{\pi\alpha^2} \int_0^\alpha P(r) 2\pi r dr = \frac{2}{\alpha^2} \left( \frac{r^2 P}{2} \right)_0^\alpha - \int_0^\alpha \frac{r^2}{\alpha^2} \frac{dP}{dr} dr = \frac{B_\phi^2(\alpha)}{8\pi} = \frac{I^2}{2\pi c^2 \alpha^2}.$$

Η σχέση αυτή, που ονομάζεται **συνθήκη του Bennett**, συνδέει τη μέση πίεση  $\bar{P}$  του πλάσματος με το συνολικό ρεύμα  $I$  που απαιτείται να διαρρέει μία στήλη ακτίνας  $\alpha$  έτσι ώστε, το σύστημα να βρίσκεται σε ισορροπία.

#### Πρόβλημα 4.1

Σε μια κυλινδρική στήλη πλάσματος, το μαγνητικό πεδίο  $B_r = 0$ ,  $B_z = B_0$ ,  $B_\phi = B_\phi(r)$  παράγεται από ένα ηλεκτρικό ρεύμα που ρέει κατά μήκος του άξονα του κυλίνδρου με επιφανειακή πυκνότητα,

$$J_z = J_o \left( \frac{r}{r_o} \right)^n,$$

όπου τα  $(J_o, r_o, n)$  είναι σταθερές.

- Να υπολογισθεί το παραγόμενο αζιμουθιακό μαγνητικό πεδίο  $B_\phi(r)$ .
- Έστω  $P_0$  η πίεση του πλάσματος στο κέντρο  $r = 0$  της στήλης. Να υπολογισθεί η ακτίνα  $r = \alpha$  όπου η πίεση του πλάσματος  $P(r)$  μηδενίζεται,  $P(\alpha) = 0$ .
- Να υπολογισθεί το συνολικό ρεύμα  $I$  που διαρρέει τη στήλη και να συσχετισθεί με την τιμή του αζιμουθιακού μαγνητικού πεδίου στην ακτίνα της στήλης,  $B_\phi(\alpha)$ .
- Αν  $\bar{P}$  είναι η μέση πίεση μέσα στη στήλη, ναδειχθεί ότι ισχύει η συνθήκη του Bennett,

$$\bar{P} = \frac{1}{\pi\alpha^2} \int_0^\alpha P(r) 2\pi r dr = \frac{B_\phi^2(\alpha)}{8\pi} = \frac{I^2}{2\pi c^2 \alpha^2},$$

που συνδέει τη μέση πίεση  $\bar{P}$  του πλάσματος με το συνολικό ρεύμα  $I$  που απαιτείται να διαρρέει τη στήλη ακτίνας  $\alpha$  έτσι ώστε το σύστημα να βρίσκεται σε ισορροπία.

#### Πρόβλημα 4.2

Σε μια στήλη που το πλάσμα ευρίσκεται σε χρονοανεξάρτητη ισορροπία, το

μαγνητικό πεδίο είναι αξιμουθιακό  $\vec{B} = B(r)\hat{\phi}$ , η πίεση είναι  $P = P(r)$ , ενώ το πλάσμα περιστρέφεται σαν στερεό σώμα με ταχύτητα  $\vec{V} = \Omega r\hat{\phi}$ .

Στην επιφάνεια της στήλης  $r = \alpha$  γνωρίζουμε τις τιμές του πεδίου  $B(r = \alpha) = B_\alpha$  και της πίεσης  $P(r = \alpha) = P_\alpha$ .

Με δεδομένο ότι οι τρεις δυνάμεις που σχετίζονται με την μαγνητική τάση, την μαγνητική πίεση και την θερμική πίεση είναι όλες ίσες μεταξύ τους, ζητούνται το μαγνητικό πεδίο, το ρεύμα  $\vec{J}$ , η πίεση και η πυκνότητα σαν συναρτήσεις της κυλινδρικής ακτίνας  $r$ .

### Πρόβλημα 4.3

Σε μια κυλινδρική στήλη πλάσματος ακτίνας  $\alpha$ , το μαγνητικό πεδίο  $B_r = B_z = 0$ ,  $B_\phi = B_\phi(r)$  παράγεται από ένα ηλεκτρικό ρεύμα που ρέει κατά μήκος του άξονα του κυλίνδρου με επιφανειακή πυκνότητα,

$$J_z = J_0 \frac{r^2/\alpha^2}{(1 + r^2/\alpha^2)^3},$$

όπου τα  $(J_0, \alpha)$  είναι σταθερές.

- (α) Να υπολογισθεί το συνολικό ρεύμα  $I(r)$  που διαρρέει τη στήλη από το κέντρο της μέχρι την ακτίνα  $r$ .
- (β) Να υπολογισθεί το παραγόμενο αξιμουθιακό μαγνητικό πεδίο  $B_\phi(r)$  συναρτήσει του  $I(r)$ .
- (γ) Να υπολογισθεί η πίεση του πλάσματος στο κέντρο  $r = 0$  της στήλης  $P_0$  έτσι ώστε η πίεση του πλάσματος στην ακτίνα  $r = \alpha$  να μηδενίζεται,  $P(\alpha) = 0$ .

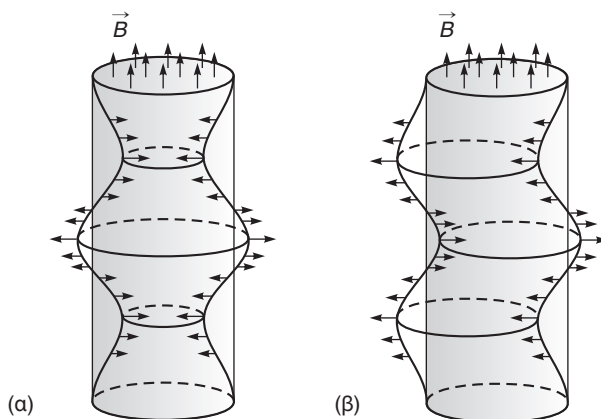
Δίδεται η στροφή της διανυσματικής συνάρτησης  $\vec{A} = A(r)\hat{\phi}$  σε κυλινδρικές συντεταγμένες  $(z, r, \phi)$ ,

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \hat{z} \frac{d}{dr} [rA(r)].$$

## 4.16 Ευστάθεια μιας στήλης μαγνητικά παγιδευμένου πλάσματος

Ένα εύλογο ερώτημα σε σχέση με την προηγούμενη ανάλυση όπου ένα αξιμουθιακό μαγνητικό πεδίο περιορίζει το πλάσμα σε στήλη πεπερασμένης ακτίνας, είναι αν αυτή η κατάσταση ισορροπίας είναι ευσταθής. Αν δεν είναι ευσταθείς αυτές οι καταστάσεις ισορροπίας, τότε προφανώς δεν υπάρχουν στη φύση, το εργαστή-

ριο ή την Αστροφυσική. Επειδή μια λεπτομερής ανάλυση της ευστάθειας αυτών των ισοροπιών είναι αρκετά περίπλοκη, θα αρκεσθούμε εδώ να δείξουμε με απλά φυσικά επιχειρήματα ότι αυτές οι καταστάσεις ισοροπίας είναι ασταθείς.



**Σχήμα 4.11:** Αριστερά η **αστάθεια λουκάνικου** (sausage instability) και δεξιά η **αστάθεια κύρτωσης** (kink instability) ενός μαγνητικού σωλήνα ροής.

Συγκεκριμένα, ας θεωρήσουμε μια στήλη πλάσματος με αξιμουθιακό μόνο μαγνητικό πεδίο. Κατ' αρχήν θεωρούμε μία διαταραχή, όπως στο ακόλουθο σχήμα, όπου ο άξονας της στήλης δεν είναι πλέον ευθύγραμμος. Τότε, παρατηρούμε ότι στα σημεία που βρίσκονται στο εσωτερικό του κυρτωμένου άξονα, οι μαγνητικές γραμμές έρχονται πιο κοντά μεταξύ τους, ενώ σε σημεία που βρίσκονται στην εξωτερική πλευρά του κυρτωμένου άξονα, οι μαγνητικές γραμμές αραιώνουν. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ένταση του μαγνητικού πεδίου να είναι ισχυρότερη στα σημεία που είναι εσωτερικά του κυρτωμένου άξονα από ότι ήταν αρχικά. Ομοίως, η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ασθενέστερη της αρχικής σε σημεία που είναι εξωτερικά του κυρτωμένου άξονα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η κύρτωση της διαταραχής να ενισχύεται ακόμη περισσότερο και επομένως όταν δημιουργηθεί αυτή η διαταραχή το σύστημα αποκλίνει όλο και περισσότερο της αρχικής του κατάστασης ισοροπίας. Με άλλα λόγια, όταν εφαρμοσθούν στο πλάσμα αυτού του τύπου οι διαταραχές το οδηγούν όλο και περισσότερο μακριά από την κατάσταση ισοροπίας. Λέμε λοιπόν ότι η στήλη πλάσματος είναι ασταθής σε διαταραχές του τύπου αυτού (kink instability, αστάθεια κύρτωσης). Ο μόνος τρόπος να σταθεροποιήσουμε αυτή την αστάθεια είναι εισάγοντας ένα αξονικό μαγνητικό πεδίο  $B_z$ . Τότε, η τάση του κυρτωμένου  $B_z$  δρα προς το κέντρο καμπυλότητας της κύρτωσης και εξουδετερώνει το αποτέλεσμα της αύξησης του μαγνητικού πεδίου λόγω αύξησης του  $B_\phi$  εσωτερικά της κύρτωσης. Αποδεικνύεται ότι όταν  $B_z \approx B_\phi$  τότε η στήλη είναι ευσταθής.

Ένα απλό παράδειγμα επίδειξης αυτής της αστάθειας γίνεται με ένα ευθύγραμμο, αλλά ελικοειδώς τυλιγμένο, καλώδιο τηλεφώνου. Εάν αυξήσουμε τον αριθμό των περιελίξεων στρίβοντας το ένα άκρο του καλωδίου, ενώ διατηρούμε σταθερό το άλλο άκρο, παρατηρούμε ότι ο άξονας του καλωδίου δεν παραμένει ευθύγραμμος,

αλλά δημιουργεί μικρούς βρόχους λόγω ακριβώς της αστάθειας που συζητήσαμε πιο πάνω.

Μια συναφής αστάθεια προέρχεται από διαταραχές της ακτίνας της κυλινδρικής στήλης, κατά μήκος του κυλινδρικού άξονα της στήλης και ονομάζεται *αστάθεια λουκάνικου* (sausage instability). Συγκεκριμένα, αν στενέψει η διατομή του σωλήνα, το αζιμουθιακό πεδίο στο ίδιο  $r$  αυξάνει λόγω της αύξησης του  $J$ . Αυτό συμβαίνει γιατί λόγω του στενέματος της διατομής, το ίδιο ρεύμα  $I$  περνά από μικρότερη επιφάνεια και έτσι το  $J$  αυξάνει. Αποτέλεσμα του αυξημένου  $B_\phi$  είναι η διατομή να μικραίνει ακόμα περισσότερο και το σύστημα να οδηγείται έτσι σε αστάθεια. Και αυτή η αστάθεια σταθεροποιείται από την ύπαρξη αξονικού μαγνητικού πεδίου  $B_z$ . Η συμπίεση της διατομής αυξάνει τοπικά το  $B_z$  του οποίου η αυξημένη πίεση αντιστέκεται σε περαιτέρω μείωση της διατομής του σωλήνα, δηλαδή, αντισταθμίζει την αστάθεια.

## 4.17 Μαγνητικό πεδίο μηδενικής μαγνητικής δύναμης

Σε πολύ αραιά μαγνητισμένα πλάσματα που ευρίσκονται σε ισορροπία, όταν δηλαδή η βαθμίδα της πίεσης του πλάσματος είναι αμελητέα, όπως για παράδειγμα στην ανώτερη ηλιακή ατμόσφαιρα, ισορροπία μπορεί να υπάρξει μόνο όταν η μαγνητική δύναμη μηδενίζεται,

$$\frac{(\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{4\pi} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \lambda(\vec{r})\vec{B},$$

όπου  $\lambda(\vec{r})$  είναι κάποια συνάρτηση των χωρικών συντεταγμένων, Όμως επειδή,

$$0 = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda\vec{B}) = \lambda\vec{\nabla} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{\nabla}\lambda,$$

συνάγεται ότι η ποσότητα  $\lambda$  πρέπει να είναι σταθερά κατά μήκος των μαγνητικών γραμμών  $\vec{B}$ . Δηλαδή, αν και η  $\lambda$  μπορεί να έχει διαφορετική τιμή σε διαφορετικές μαγνητικές γραμμές, πρέπει να έχει σταθερή τιμή πάνω σε μια δεδομένη μαγνητική γραμμή.

Η απλούστερη περίπτωση είναι να έχουμε  $\lambda = \text{σταθ.}$  οπότε και το μαγνητικό πεδίο ονομάζεται *γραμμικό πεδίο μηδενικής μαγνητικής δύναμης*. Σε αυτή την περίπτωση, εάν γράψουμε σε κυλινδρικές συντεταγμένες την εξίσωση ισορροπίας υποθέτοντας ότι δεν έχουμε εξάρτηση του πεδίου από τις  $\phi$  και  $z$ , παίρνουμε,

$$-\frac{dB_z}{dr} = \lambda B_\phi, \quad \frac{1}{r} \frac{d(rB_\phi)}{dr} = \lambda B_z.$$

Οι εξισώσεις αυτές έχουν την ακόλουθη απλή λύση,

$$B_z = B_0 J_0(\lambda r), \quad B_\phi = B_0 J_1(\lambda r),$$

όπου  $J_0$  και  $J_1$  είναι οι πρώτες συναρτήσεις Bessel, μηδενικής και πρώτης τάξεως, για τις οποίες ισχύει,

$$J'_0(x) = -J_1(x), \quad xJ'_1(x) + J_1(x) = xJ_0.$$

Αυτή η απλή λύση αποτελεί τον πρώτο όρο σε ανάπτυγμα της γενικής λύσης του γραμμικού πεδίου μηδενικής μαγνητικής δύναμης σε συναρτήσεις Bessel όλων των τάξεων.

Στη γενικότερη περίπτωση που το  $\lambda$  μεταβάλλεται από γραμμή σε γραμμή, έχουμε το μη γραμμικό πεδίο μηδενικής μαγνητικής δύναμης. Εισάγοντας την συνάρτηση  $F(r)$  της ολικής μαγνητικής πίεσης,

$$F(r) = \frac{B_\phi^2 + B_z^2}{8\pi},$$

η εξίσωση μαγνητοστατικής ισορροπίας γράφεται,

$$-\frac{d}{dr} \left( \frac{B_\phi^2 + B_z^2}{8\pi} \right) - \frac{B_\phi^2}{4\pi r} = 0, \quad B_\phi^2 = -4\pi r \frac{dF}{dr}, \quad B_z^2 = 8\pi \left( F + \frac{r}{2} \frac{dF}{dr} \right).$$

Από τη γεννήτρια  $F(r)$  μπορούμε τότε να υπολογίσουμε τις συνιστώσες  $B_\phi$  και  $B_z$ . Οι περιορισμοί στην συνάρτηση  $F(r)$  είναι ότι πρέπει να είναι μονότονα φθίνουσα (έτσι ώστε  $B_\phi^2 > 0$ ) και επίσης  $2F + r dF/dr > 0$ . Για διάφορες εκφράσεις της γεννήτριας  $F(r)$  μπορούν να κατασκευασθούν διάφορα μαγνητικά πεδία μηδενικής μαγνητικής δύναμης.

#### Πρόβλημα 4.4

Θεωρώντας την γεννήτρια συνάρτηση

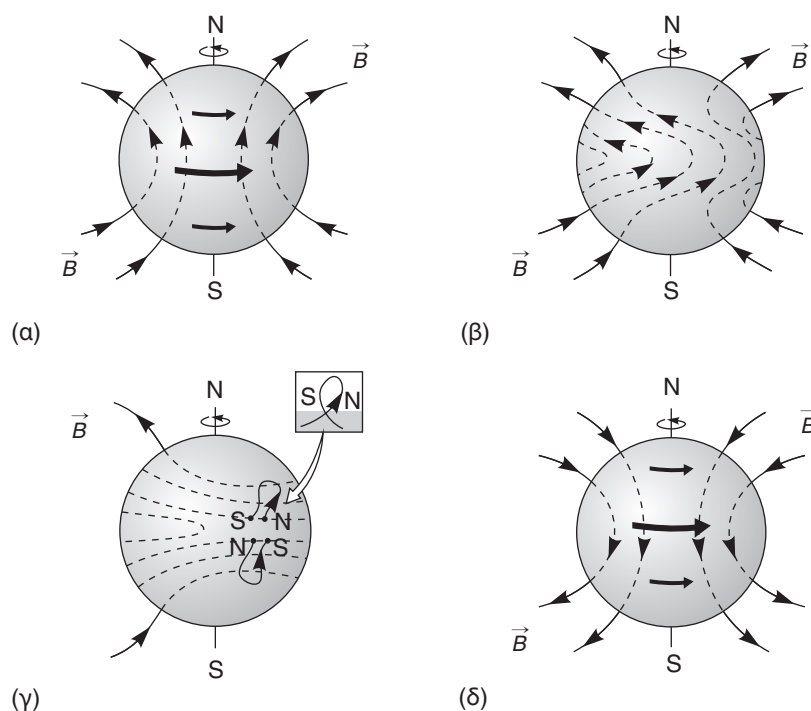
$$F(r) = \frac{B_0^2/8\pi}{1 + r^2/\alpha^2},$$

όπου τα  $B_0$  και  $\alpha$  είναι σταθερές, να υπολογισθούν τα  $B_\phi(r)$ ,  $B_z(r)$  και η συνάρτηση  $\lambda(r)$ .

### 4.18 Η Εξίσωση του Δυναμό

Στα επόμενα θεωρούμε την εξίσωση που περιγράφει την αλληλεπίδραση του μαγνητικού πεδίου με ένα πεδίο ταχυτήτων. Η εξίσωση αυτή ονομάζεται και εξίσωση του δυναμό γιατί χρησιμοποιείται για την εξήγηση της δημιουργίας του μαγνητικού πεδίου εντός ενός κινουμένου πλάσματος (όπως το δυναμό ενός ποδηλάτου). Συνδυάζοντας τις εξισώσεις Faraday, Laplace και Ohm, έχουμε

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \text{με} & \quad \frac{\vec{J}}{\sigma} - \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} = \vec{E}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}, \\ & \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left[ \frac{c}{4\pi\sigma} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right] = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ & \Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}), \end{aligned}$$



**Σχήμα 4.12:** Σχηματική αναπαράσταση της δημιουργίας του ηλιακού μαγνητικού πεδίου με το μηχανισμό του δυναμού. Το αρχικό πολοειδές μαγνητικό πεδίο (α) δημιουργεί ένα τοροειδές μαγνητικό πεδίο (β) εντός της ζώνης μεταφοράς, λόγω της ηλιακής διαφορικής περιστροφής. Στη συνέχεια, λόγω της μαγνητικής άνωσης αναδύεται στη φωτοσφαίρα το πεδίο αυτό σε διπολικές περιοχές αντίθετου προσανατολισμού στα δύο ημισφαίρια (γ), ενώ λόγω της δύναμης Coriolis δημιουργείται και πολοειδές μαγνητικό πεδίο αντίθετης πολικότητας της αρχικής (δ).

Υποθέτοντας στη συνέχεια σταθερή αγωγιμότητα,

$$\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma} = \text{σταθερό},$$

και χρησιμοποιώντας την διανυσματική ταυτότητα,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{\nabla}^2 \vec{B} = -\vec{\nabla}^2 \vec{B},$$

έχουμε

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{B}.$$

Αυτή η εξίσωση ονομάζεται *εξίσωση του δυναμού*. Ας δούμε στη συνέχεια το σχετικό μέγεθος των δύο όρων της στα αριστερά. Έστω,

$$|\vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B})| \simeq \frac{VB}{L}, \quad |\eta \vec{\nabla}^2 \vec{B}| \sim \frac{c^2 B}{4\pi\sigma L^2},$$



ενώ μπορούμε να εισάγουμε και τον μαγνητικό αριθμό *Reynolds*

$$R_m = \frac{VL}{\eta} = \frac{4\pi\sigma VL}{c^2}.$$

Τότε, αν  $R_m \gg 1$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \simeq \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}),$$

ενώ αν,  $R_m \leq 1$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \simeq \eta \nabla^2 \vec{B}.$$

Στην τελευταία περίπτωση η χρονική εξέλιξη του μαγνητικού πεδίου ακολουθεί το γνωστό νόμο της διάχυσης.

---

### Παράδειγμα 4.1

#### Υπολογισμός τιμών του μαγνητικού αριθμού Reynolds:

- Ηλιακός Άνεμος:

$$V \sim 400 \text{ km/sec}, L \sim 1 \text{ AU} \sim 10^{13} \text{ cm}, \sigma \simeq 10^{14} \text{ sec}^{-1} \\ \Rightarrow R_m \simeq 10^{14}.$$

- Γαλαξιακός δίσκος:

$$V \sim 10 \text{ km/sec}, L \sim 100 \text{ pc} \sim 10^{20} \text{ cm}, \sigma \simeq 10^{11} - 10^9 \text{ sec}^{-1} \\ \Rightarrow R_m \simeq 10^{17} - 10^{15}.$$

- Ηλιακή Φωτόσφαιρα:

$$V \sim 1 \text{ km/sec}, L \sim 10^8 \text{ cm}, \sigma \simeq 10^{11} - 10^9 \text{ sec}^{-1} \\ \Rightarrow R_m \simeq 10^4 - 10^2.$$


---

Το ηλεκτρικό πεδίο στο σύστημα αναφοράς του κινούμενου πλάσματος είναι

$$\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} \simeq \frac{\vec{J}}{\sigma}.$$

Επειδή

$$\frac{J}{\sigma} \simeq \frac{c}{4\pi\sigma} \frac{B}{L} = \eta \frac{B}{cL}, \quad \text{και} \quad R_m = \frac{V\ell}{\eta} \Rightarrow \frac{J}{\sigma} \simeq \frac{1}{R_m} \left( \frac{V}{c} B \right),$$

έχουμε ότι:

- το  $E'$  είναι μικρότερο από το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο ( $VB/c$ ) κατά τον παράγοντα  $1/R_m$ .

- Σε πλάσματα υψηλής θερμοκρασίας το ηλεκτρικό πεδίο  $E'$  που αισθάνεται το πλάσμα είναι **αμελητέο** εν σχέση με το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο,

$$\vec{E} = -\frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B}.$$

### Παράδειγμα 4.2

#### Ένα απλό παράδειγμα δυναμό

Έστω ότι έχουμε ένα ασθενές αρχικό μαγνητικό πεδίο  $\vec{B} = B_o \hat{y}$  σε πλάσμα άπειρης ηλεκτρικής αγωγιμότητας  $\sigma$ . Έστω επίσης ότι επιβάλλουμε και ένα πεδίο ταχυτήτων το οποίο δρα από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και μετά,

$$\vec{V} = V_o \exp\left[-\frac{y^2}{y_o^2}\right] \hat{x}.$$

Τότε,

$$\vec{V} \times \vec{B} = V_o B_o \exp\left[-\frac{y^2}{y_o^2}\right] \hat{z},$$

και

$$\vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) = \hat{x} V_o B_o \frac{\partial}{\partial y} \exp\left[-\frac{y^2}{y_o^2}\right] = -\hat{x} V_o B_o \frac{2y}{y_o^2} \exp\left[-\frac{y^2}{y_o^2}\right] = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Έτσι δημιουργείται ένα νέο μαγνητικό πεδίο με μέτρο που γραμμικά αυξάνεται με το χρόνο, στη διεύθυνση  $\hat{x}$ ,

$$B_x = -\frac{2V_o B_o y t}{y_o^2} \exp\left[-\frac{y^2}{y_o^2}\right].$$

Έτσι, από ένα αρχικό ασθενές μαγνητικό πεδίο στη διεύθυνση  $\hat{y}$  παράγεται - κυρίως κοντά στον άξονα  $\hat{y}$  - ένα ισχυρό μαγνητικό πεδίο στην ορθόγωνα διεύθυνση  $\hat{x}$ .

## 4.19 Διάχυση μαγνητικών γραμμών

Για καταστάσεις όπου ο μαγνητικός αριθμός Reynolds είναι μικρός, η εξίσωση του δυναμό γίνεται

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \vec{B}.$$

Έστω  $L$  το χαρακτηριστικό μήκος μεταβολής του  $\vec{B}$  και  $\tau$  ο χαρακτηριστικός χρόνος μεταβολής του. Τότε,

$$\frac{1}{\tau} \simeq \frac{\eta}{L^2} \Rightarrow \tau = \frac{L^2}{\eta} \quad \text{ή} \quad L^2 = \tau \eta.$$

Για χρόνους  $t \ll \tau$ , τα φαινόμενα της διάχυσης των μαγνητικών γραμμών είναι αμελητέα. Όπως συζητήσαμε πριν, τότε ισχύει η ιδέα των παγωμένων στο πλάσμα μαγνητικών γραμμών και οι αγωγοί θεωρούνται τέλειοι.

#### Πρόβλημα 4.5

Θεωρείστε την εξιδανικευμένη κατάσταση όπου ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B_z$  είναι περιορισμένο στην αρχή  $x = \pm\alpha$ . Έστω ότι το πλάτος της περιοχής  $\alpha$  τείνει στο μηδέν ενώ το μέγεθος του  $B_z$  στο άπειρο άλλα η ροή  $\Phi_0 = 2B_z\alpha$  παραμένει σταθερή.

(α) Δείξτε ότι η λύση

$$B_z(x, t) = \frac{\Phi_0}{\sqrt{4\pi\eta t}} \exp\left[-\frac{x^2}{4\eta t}\right],$$

ικανοποιεί την εξίσωση της διάχυσης,  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \vec{B}$  ενώ παράλληλα διατηρεί τη μαγνητική ροή,  $\Phi_0$ .

(β) Δείξτε ότι το εύρος της περιοχής όπου έχει διαχυθεί το πεδίο είναι  $L \sim \sqrt{\eta t}$ , σε συμφωνία με την εκτίμηση τάξης μεγέθους από την εξίσωση της διάχυσης.

(γ) Υπολογίστε τη θέρμανση Joule και την ενέργεια που θερμαίνει το πλάσμα ανά μονάδα όγκου,

$$\frac{J^2}{\sigma} \tau = \frac{J^2}{\sigma} \frac{x^2}{\eta}$$

και συγκρίνετέ την με τη μαγνητική ενέργεια  $B_z^2/8\pi$ .

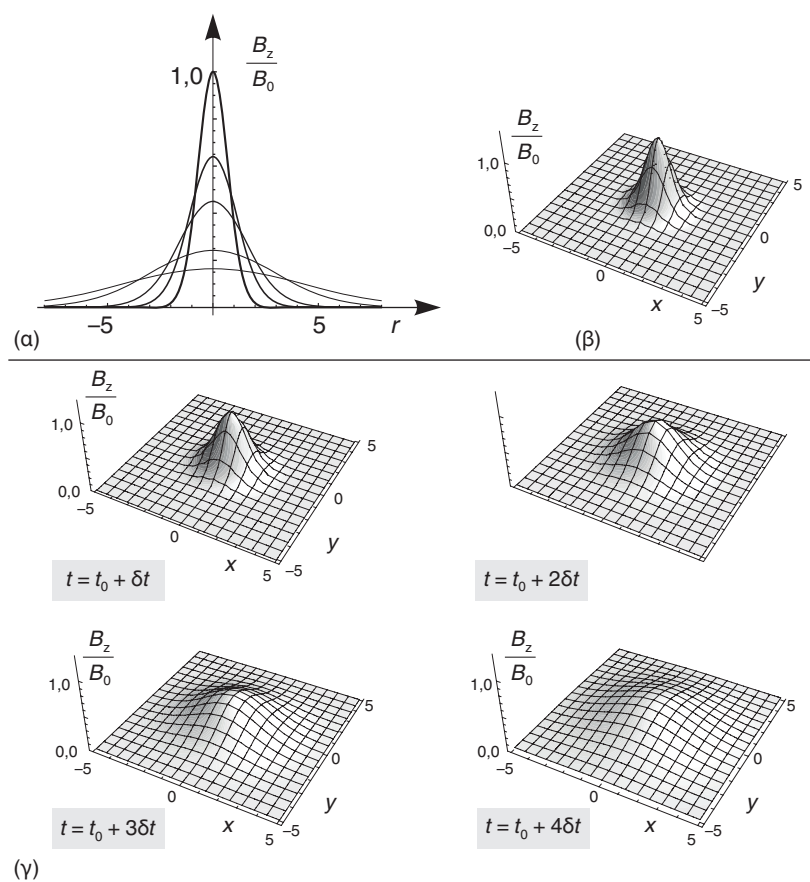
#### Πρόβλημα 4.6

Το μαγνητικό πεδίο  $B_z(r, t)$  ενός κυλινδρικά συμμετρικού μαγνητικού σωλήνα ροής την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  δίδεται από την έκφραση

$$B_z(t_0, r) = B_0 \exp\left[-\frac{r^2}{4\eta t_0}\right].$$

Στη συνέχεια το μαγνητικό αυτό πεδίο αφήνεται να διαχυθεί στο πλάσμα με συντελεστή διάχυσης  $\eta = c^2/4\pi\sigma$ , όπου  $\sigma$  είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα του πλάσματος.

(α) Εξάγετε την εξίσωση που καθορίζει την χρονική εξέλιξη του μαγνητικού πεδίου στο πλάσμα, όπου η μέση ταχύτητα είναι  $\vec{V}$  και ο συντελεστής



**Σχήμα 4.13:** Διάχυση των μαγνητικών γραμμών στο πλάσμα του Προβλήματος 4.5 σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα. Στο (α) φαίνεται η κατανομή του μεγέθους της συνιστώσας  $B_z/B_0$  του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της κυλινδρικής απόστασης  $r$  την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  και τέσσερα διαδοχικά χρονικά διαστήματα,  $t_0 + \delta t$ ,  $t_0 + 2\delta t$ ,  $t_0 + 3\delta t$  και  $t_0 + 4\delta t$ . Στα (β) και (γ) φαίνεται η χωρική κατανομή του μαγνητικού πεδίου, την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  και τα τέσσερα διαδοχικά χρονικά διαστήματα.

διάχυσης είναι  $\eta$ .

(β) Για καταστάσεις που ο μαγνητικός αριθμός Reynolds είναι μικρός, δείξτε ότι η εξίσωση αυτή ανάγεται στην εξίσωση διάχυσης του μαγνητικού πεδίου.

(γ) Αναζητώντας μία λύση αυτής της εξίσωσης διάχυσης της μορφής,

$$B_z(t, r) = f(t) \exp\left[-\frac{r^2}{4\eta t}\right],$$

υπολογίστε την έκφραση του μαγνητικού πεδίου σε τυχούσα μεταγενέ-

στερη χρονική στιγμή  $t$ .

- (δ) Υπολογίστε την συνολική μαγνητική ροή τη χρονική στιγμή  $t_0$  και συγκρίνετέ την με αυτή την τυχούσα χρονική στιγμή  $t$ .
- (ε) Δείξτε ότι σε δεδομένη απόσταση  $r$ , η μαγνητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου μειώνεται μετά από ένα χρονικό διάστημα μεγαλύτερο του χαρακτηριστικού χρόνου διάχυσης.
- (ζ) Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής της συνολικής μαγνητικής ενέργειας ανά μονάδα μήκους  $z$  και δείξτε ότι ο ρυθμός αυτός είναι αρνητικός, δηλαδή, η ενέργεια μειώνεται. Που πάει αυτή η ενέργεια;

#### Πρόβλημα 4.7

Το μαγνητικό πεδίο  $B_z(r, t)$  ενός κυλινδρικά συμμετρικού μαγνητικού σωλήνα την χρονική στιγμή  $t_0$  είναι

$$B_z(r, t_0) = B_0 \exp\left[-\frac{r^2}{4\eta t_0}\right].$$

Στη συνέχεια διαχέεται σύμφωνα με την εξίσωση της διάχυσης,

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial B_z}{\partial r} \right].$$

Βρείτε το  $B_z(r, t)$  και κάνετε γραφικές παραστάσεις αυτού σε διάφορα χρονικά διαστήματα. Υπολογίστε τη μαγνητική ροή και δείξτε ότι διατηρείται. Εξηγήστε γιατί ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ενέργειας είναι αρνητικός.

## 4.20 Θέρμανση του Ηλιακού στέμματος σε λεπτά φύλλα ρεύματος

Στα επόμενα θα υπολογίσουμε το χαρακτηριστικό χρόνο θέρμανσης του Ηλιακού στέμματος με το μηχανισμό Joule καθώς επίσης και την κλίμακα των ρευματικών φύλλων όπου καταναλώνεται η ηλεκτρική ενέργεια. Όταν σε πλάσμα έχουμε θέρμανση Joule, λόγω πεπερασμένης ηλεκτρικής αγωγιμότητας, ο ρυθμός αύξησης της ενέργειας στη μονάδα όγκου του πλάσματος είναι,

$$\frac{dE}{dV dt} \simeq EV \cdot \tau = \frac{I^2 R}{S \cdot \ell} = \frac{SJ^2}{\ell} \cdot \frac{1}{\sigma S} = \frac{J^2}{\sigma} \left( \frac{\text{erg}}{\text{sec cm}^3} \right).$$

Από το νόμο του Ampere έχουμε την προσεγγιστική σχέση πυκνότητας του ρεύματος και της μεταβολής του μαγνητικού πεδίου,  $J = cB/4\pi\ell$ . Επομένως η θέρ-

μανση Joule είναι,

$$\frac{J^2}{\sigma} = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{B^2}{4\pi} \frac{1}{\ell^2} = \frac{\eta}{\ell^2} \frac{B^2}{4\pi}, \quad \eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \left\{ \begin{array}{l} \text{συντελεστής} \\ \text{διάχυσης} \end{array} \right\}.$$

Επειδή όμως, όπως έχουμε δείξει, η ηλεκτρική αγωγιμότητα και ο αντίστοιχος συντελεστής διάχυσης δίδονται από τις εκφράσεις,

$$\sigma \simeq 10^7, \quad T^{3/2}, \quad \eta = 10^{13}, \quad T^{-3/2},$$

ο χαρακτηριστικός χρόνος θέρμανσης υπολογίζεται ότι είναι,

$$\tau = \frac{E/V}{\eta \frac{B^2}{4\pi}} \ell^2.$$

Έστω ότι στο πλάσμα έχουμε θερμοκρασία της τάξεως των εκατομμυρίων βαθμών, όπως στο Ηλιακό στέμμα,  $T \sim 10^6$  K οπότε ο συντελεστής διάχυσης είναι  $\eta \simeq 10^3$ . Για ένα τυπικό μαγνητικό πεδίο μερικών εκατοντάδων Gauss,  $B \simeq 100$  Gauss έχουμε,

$$\tau = \frac{(E/V)}{10^3 \cdot 10^3} \ell^2.$$

Επειδή σε ένα αέριο N ατόμων θερμοκρασίας T η συνολική του ενέργεια είναι  $E = NkT$ , ή,  $E/V = nkT$ , όπου n είναι η αριθμητική πυκνότητα, στο ηλιακό στέμμα έχουμε  $E/V \sim nkT \sim 14 \text{ erg/cm}^3$

$$\Rightarrow \tau = \frac{14}{10^6} \ell^2 \simeq 10^{-5} \ell^2.$$

Αυτή είναι μια σχέση μεταξύ του χαρακτηριστικού χρόνου  $\tau$  και του χαρακτηριστικού μήκους  $\ell$ .

## 4.21 Χαρακτηριστικός χρόνος θέρμανσης του Ηλιακού στέμματος

Από το άλλο μέρος, οι ενεργειακές απώλειες, κυρίως με ακτίνες X, UV, του ηλιακού στέμματος παρατηρείται ότι είναι,

$$F \simeq 10^7 \text{ erg/cm}^2 \text{ sec}.$$

Επειδή όμως,

$$F \simeq \frac{E}{V} \frac{\Lambda}{\tau},$$

όπου  $\Lambda \simeq 10^{10}$  cm είναι το ύψος της βαθμίδος της ατμόσφαιρας, μπορούμε να υπολογίσουμε το χαρακτηριστικό χρόνο θέρμανσης του ηλιακού στέμματος,

$$\tau \simeq \frac{E/V \Lambda}{F} \simeq \frac{10 \cdot 10^{10}}{10^7} \sim 10^4 \text{ sec} \simeq 2 \text{ ώρες}.$$

Έτσι,

$$\ell = \sqrt{10^5 \tau} \simeq 10^5 \text{ cm} \simeq 1 \text{ km}.$$

δηλαδή, η θέρμανση γίνεται μέσα από πολύ λεπτά φύλλα ρεύματος. Μέσα στα πολύ λεπτά αυτά φύλλα ρεύματος, η πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος είναι αρκετά υψηλή έτσι ώστε παρά τη μεγάλη τιμή της ηλεκτρικής αγωγιμότητας, το πηλίκο  $J^2/\sigma$  να είναι τελικά σημαντικό, δηλαδή, να έχουμε θέρμανση του πλάσματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι η σημερινή διακριτική ικανότητα παρατήρησης στο ηλιακό στέμμα είναι περί τα 100 km.

Τα λεπτά αυτά φύλλα ρεύματος αντιστοιχούν σε αλλαγή της πολικότητας του μαγνητικού πεδίου στην κλίμακα  $\ell$ , εντός της οποίας τα αντίθετα μαγνητικά πεδία επανασυνδέονται, όπως συζητάμε στη συνέχεια.

## 4.22 Μαγνητική Επανασύνδεση

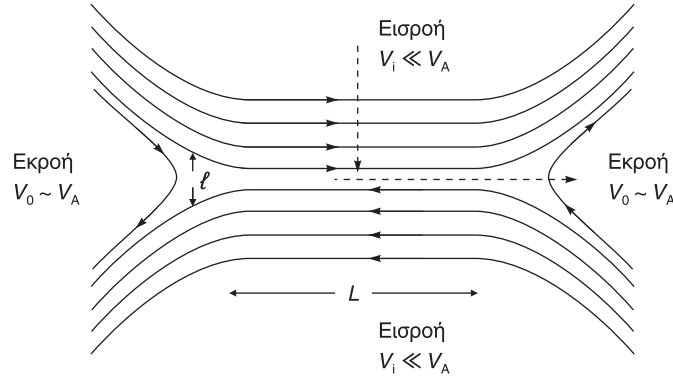
Ο συντελεστής διάχυσης του μαγνητικού πεδίου  $\eta$  είναι πολύ μικρός σε αστροφυσικά πλάσματα. Όμως στην εξίσωση της επαγωγής,

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) + \eta \nabla^2 \vec{B}.$$

ο συντελεστής διάχυσης πολλαπλασιάζεται με τον παράγοντα  $\nabla^2 \vec{B}$ . Ακόμη και όταν η τομή του συντελεστή διάχυσης του μαγνητικού πεδίου  $\eta$  είναι μικρή, ο όρος  $\eta \nabla^2 \vec{B}$  μπορεί να είναι σημαντικός σε ένα στρώμα του πλάσματος όπου υπάρχει μεγάλη μεταβολή του μαγνητικού πεδίου. Επειδή μεγάλες χωρικές μεταβολές του μαγνητικού πεδίου συνοδεύονται από μεγάλες πυκνότητες ρεύματος, οι περιοχές αυτές ονομάζονται φύλλα ρεύματος. Σε πλάσμα μεγάλης αγωγιμότητας μέσα σε αυτά τα φύλλα ρεύματος μπορεί να κοπούν και να επανασυνδεθούν μαγνητικές γραμμές, αν και το μαγνητικό πεδίο μπορεί να θεωρηθεί παγωμένο στο πλάσμα έξω από τα ρευματικά αυτά φύλλα, έτσι ώστε η μαγνητική τοπολογία παραμένει αναλλοίωτη σε όλο το πλάσμα, με την εξαίρεση των περιοχών όπου υπάρχουν τα φύλλα ρεύματος.

Έστω ότι έχουμε ένα τυπικό φύλλο ρεύματος με τα μαγνητικά πεδία να έχουν αντίθετες διευθύνσεις εκατέρωθεν αυτού. Η μεγάλη τιμή του  $\nabla^2 \vec{B}$  στο ρευματικό φύλλο έχει σαν αποτέλεσμα να καταστρέφεται μαγνητική ροή στην κεντρική περιοχή του. Επειδή το μαγνητικό πεδίο ασκεί πίεση  $B^2/8\pi$ , καταστροφή του πεδίου συνεπάγεται μείωση της μαγνητικής πίεσης στην κεντρική αυτή περιοχή. Εάν το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  του πλάσματος είναι της τάξεως της μονάδας ή μικρότερο, τότε η καταστροφή του  $\vec{B}$  στο ρευματικό φύλλο συνεπάγεται ελάττωση της ολικής πίεσης με αποτέλεσμα πλάσμα από τις περιοχές εκατέρωθεν του φύλλου να προσροφάται στην κεντρική περιοχή. Όμως και αυτή η νέα μαγνητική ροή που καταφθάνει στην κεντρική περιοχή καταστρέφεται καθώς εξουδετερώνεται από νέα μαγνητική ροή που προσροφάται από την άλλη πλευρά του ρευματικού φύλλου. Αυτή ακριβώς η αυτοτροφοδοτούμενη διαδικασία ονομάζεται *μαγνητική επανασύνδεση* και συνεχίζεται όσο νέα μαγνητική ροή αναπληρώνει αυτήν που καταστρέφεται.

Η πρώτη μελέτη του φαινομένου της μαγνητικής επανασύνδεσης έγινε από τους Parker (1957) και Petschek (1958). Επειδή η μαθηματική ανάλυση του φαινομένου αυτού είναι αρκετά περίπλοκη, ο Parker αντικατέστησε τις διαφορικές εξισώσεις με προσεγγιστικές αλγεβρικές εξισώσεις και έτσι μπόρεσε να δώσει ένα προσεγγιστικό αλλά απλό υπολογισμό του ρυθμού με τον οποίο διαδραματίζεται η επανασύνδεση. Αυτή την ανάλυση συζητάμε στα επόμενα.



**Σχήμα 4.14:** Σχηματική αναπαράσταση του μηχανισμού της μαγνητικής επανασύνδεσης Sweet – Parker, όπου στα αντίθετα μαγνητικά πεδία σε μια περιοχή πάχους  $\ell$  και έκτασης  $L$  το πλάσμα εισέρχεται με ταχύτητα  $V_i$  και εξέρχεται με ταχύτητα  $V_0$ .

Έστω  $L$  το μήκος της κεντρικής περιοχής κατά μήκος της οποίας τα αντίθετα μαγνητικά πεδία αναιρούνται, προσερχόμενα με ταχύτητα  $V_i$ . Από το άλλο μέρος έστω  $\ell$  το μικρό πάχος του ρευματικού φύλλου από το οποίο μετά την επανασύνδεση των μαγνητικών γραμμών το πλάσμα υπό την επίρεια της μαγνητικής τάσης των δύο επανασυνδεδεμένων μαγνητικών γραμμών εκτοξεύεται με ταχύτητα  $V_0$ . Τότε, η εξίσωση της συνέχειας μπορεί προσεγγιστικά να αναπληρωθεί από τη σχέση,

$$V_i L \approx V_0 \ell.$$

Η εκτόξευση του πλάσματος από το λεπτό πάχος του ρευματικού φύλλου οφείλεται στη μαγνητική τάση. Γι αυτό μπορούμε να αντικαταστήσουμε την εξίσωση κίνησης με την έκφραση ότι η κινητική ενέργεια του εκτοξευόμενου πλάσματος ισούται με την μαγνητική ενέργεια του καταστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου.

$$\frac{\rho V_0^2}{2} = \frac{B^2}{8\pi} \Rightarrow V_0 \approx V_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}.$$

Τέλος, πρέπει να λάβουμε υπόψη την χρονοανεξάρτητη μορφή της εξίσωσης της επαγωγής,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) + \eta \nabla^2 \vec{B} = 0.$$

Ο όρος της διάχυσης είναι τάξεως μεγέθους  $\eta B / \ell^2$ , ενώ ο όρος που παρέχει τη νέα μαγνητική ροή είναι τάξεως μεγέθους  $V_i B / \ell$ ,

$$\frac{\eta B}{\ell^2} \approx \frac{V_i B}{\ell} \Rightarrow \ell \approx \frac{\eta}{V_i}.$$



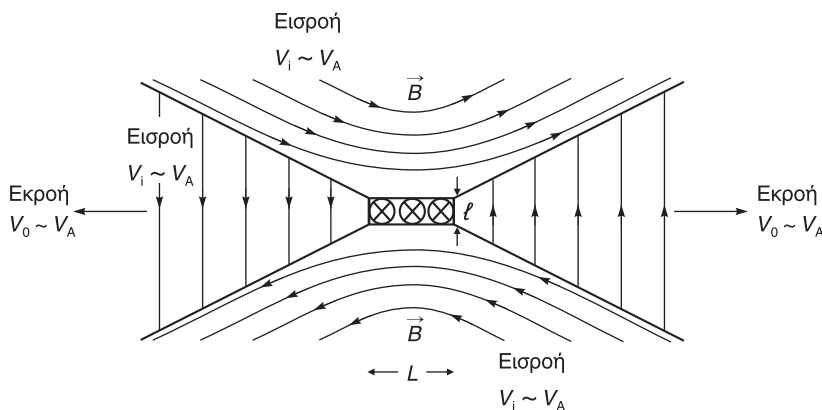
Αντικαθιστώντας στην εξίσωση της συνέχειας έχουμε για την ταχύτητα εισροής,

$$V_i \approx V_0 \frac{\ell}{L} \approx V_A \frac{\eta}{V_i} \frac{1}{L} \Rightarrow V_i^2 \approx \frac{V_A^2}{V_A L} = \frac{V_A^2}{R_m},$$

συναρτήσει του μαγνητικού αριθμού Reynolds. Τελικά,

$$V_i \approx \frac{V_A}{\sqrt{R_m}}.$$

Έχουμε ήδη δει ότι ο μαγνητικός αριθμός Reynolds είναι αριθμητικά ένας πολύ μεγάλος αριθμός. Επομένως, προκύπτει το συμπέρασμα ότι η ταχύτητα με την οποία προχωρεί το φαινόμενο της μαγνητικής επανασύνδεσης,  $V_i$ , είναι ένα πολύ μικρό ποσοστό της ταχύτητας Alfven.



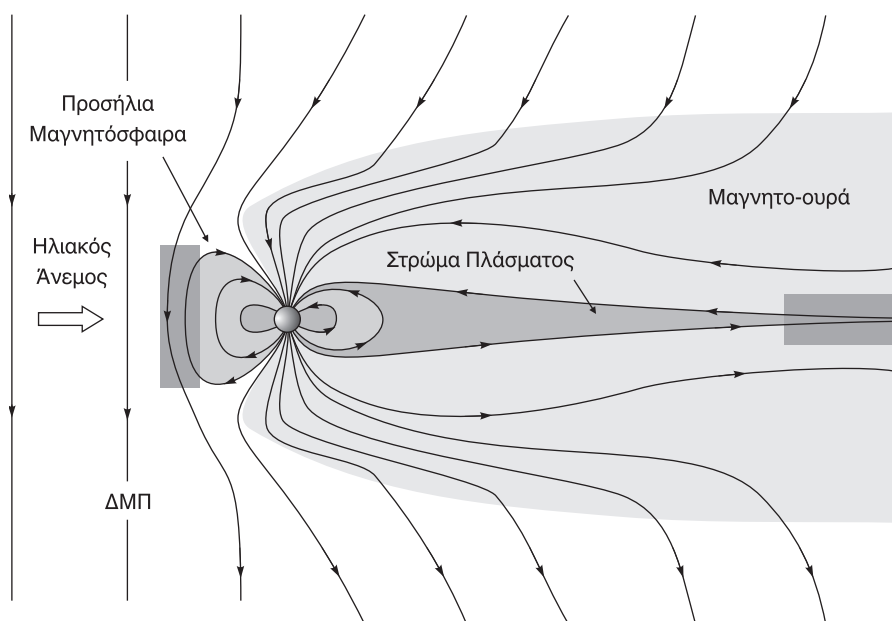
**Σχήμα 4.15:** Σχηματική αναπαράσταση του μηχανισμού της μαγνητικής επανασύνδεσης Petschek, όπου στα αντίθετα μαγνητικά πεδία που έρχονται σε επαφή σε μια περιοχή πάχους  $\ell$  και μικρής σχετικά έκτασης  $L$ , το πλάσμα εισέρχεται με ταχύτητα  $V_i$  και εξέρχεται με ταχύτητα  $V_0$ .

Ωστόσο, στον Ήλιο παρατηρούνται εκλάμψεις κατά τις οποίες τεράστια ποσά ενέργειας,  $10^{32}$  erg απελευθερώνονται στα πολύ μικρά σχετικά χρονικά διαστήματα των λίγων λεπτών. Επειδή αναμένουμε το φαινόμενο της μαγνητικής επανασύνδεσης σε λεπτά ρευματικά φύλλα να τροφοδοτεί τις ηλιακές αυτές εκλάμψεις, πρέπει με κάποιο τρόπο να εξηγηθεί πως αυτό συμβαίνει με ταχύτερους ρυθμούς, δηλαδή με ταχύτητα που είναι συγκρίσιμη με την ταχύτητα Alfven. Ο μηχανισμός Sweet-Parker που σκιαγραφήσαμε προηγουμένως φαίνεται να μην επαρκεί να εξηγήσει το φαινόμενο αυτό των ηλιακών εκρήξεων. Γι αυτό έχουν γίνει προσπάθειες να δοθούν ταχύτερες ταχύτητες της διαδικασίας μαγνητικής επανασύνδεσης. Ένα τέτοιο μοντέλο εδόθη από τον Petschek (1964) και προβλέπει ότι η τελική ταχύτητα είναι,

$$V_i \approx \frac{V_A}{\log R_m}.$$

και ονομάζεται ο *ρυθμός Petschek μαγνητικής επανασύνδεσης*. Προφανώς ο ρυθμός αυτός είναι πολύ μεγαλύτερος από εκείνον του μηχανισμού Sweet-Parker. Ο δύσκολος υπολογισμός του ρυθμού της μαγνητικής επανασύνδεσης εξαρτάται ευαίσθητα από πολλούς παράγοντες, όπως οι οριακές συνθήκες μακριά από το ρευματικό φύλλο, το θρυμματισμό του ρευματικού φύλλου σε μικρότερα με τον μηχανισμό της αστάθειας *tearing mode*.

Παραδείγματα μαγνητικής επανασύνδεσης έχουμε στη γήινη μαγνητόσφαιρα, τις στεμματικές εκτινάξεις μάζας, κλπ, όπως φαίνεται στα επόμενα σχήματα.



**Σχήμα 4.16:** Σχηματική αναπαράσταση μαγνητικής επανασύνδεσης στην γήινη μαγνητοσφαιρα, όπου στην προσήλια πλευρά της Γης, το ηλιακό μαγνητικό πεδίο που μεταφέρει ο ηλιακός άνεμος (Διαπλανητικό Μαγνητικό πεδίο, ΔΜΠ) έχει αντίθετη διεύθυνση από το γήινο μαγνητικό πεδίο (γκρίζο ορθογώνιο). Παρόμοιες συνθήκες μαγνητικής επανασύνδεσης υπάρχουν επίσης και στη μαγνητο-ουρά όπου επίσης έχουμε μαγνητική επανασύνδεση (γκρίζο ορθογώνιο).

## 4.23 Μερικά ηλιακά μαγνητικά φαινόμενα

Διάφορα ηλιακά μαγνητικά φαινόμενα μπορούν να μελετηθούν αρκετά καλά και με σχετικά απλό τρόπο χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες βασικές έννοιες και τις εξισώσεις της Μαγνητοϋδροδυναμικής. Τέτοια φαινόμενα είναι, η περιγραφή και κατανόηση των *ηλιακών προεξοχών*, η παραγωγή του ηλιακού μαγνητικού πεδίου σε ένα 11ετή επαναλαμβανόμενο κύκλο με το μηχανισμό του *δυναμό*, καθώς επίσης και η περιγραφή και κατανόηση των *στεμματικών βρόχων*, των *στεμματικών εκτινάξεων πλάσματος*, αλλά και των *ηλιακών κηλίδων* στις οποίες έχουμε αναστολή της μεταφοράς της θερμότητας λόγω του ισχυρού μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$ , με επα-

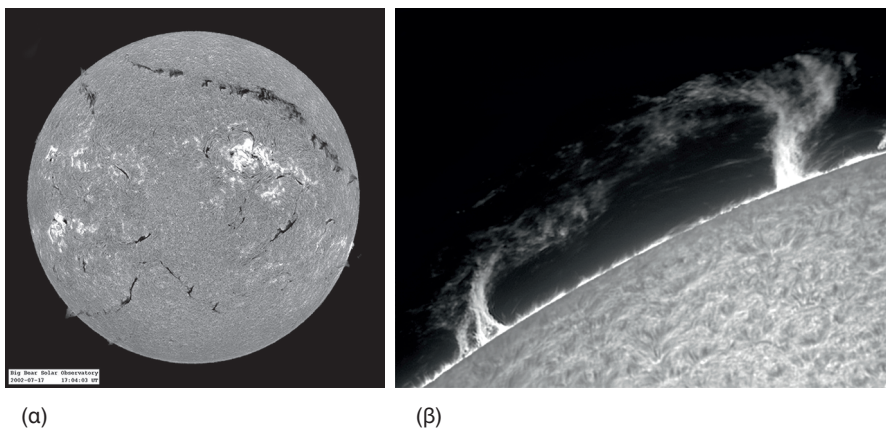
κόλουθη ψύξη του εσωτερικού του σωλήνα μαγνητικής ροής, με αποτέλεσμα εν συνεχεία η βαρύτητα να αδειάζει το εσωτερικό του και να αυξάνει το μέγεθος του μαγνητικού πεδίου στις παρατηρούμενες τιμές  $\vec{B} \simeq 3000 \text{ Gauss}$ . Επίσης, χρησιμοποιώντας ΜΥΔ μπορούμε να έχουμε μια περιγραφή και κατανόηση των *ηλιακών jets* και των *ηλιακών εκλάμψεων* στις οποίες έχουμε μετατροπή της μαγνητικής ενέργειας σε κινητική του πλάσματος, το οποίο έτσι διαφεύγει με την ταχύτητα Alfvén  $V_A$ ,

$$\frac{B^2}{8\pi} = \frac{1}{2}\rho V^2 \Rightarrow V^2 = V_A^2 = \frac{B^2}{4\pi\rho}.$$

Στα επόμενα, ας δούμε μερικά στοιχεία για τη χρήση της ΜΥΔ στην κατανόηση των Ηλιακών Προεξοχών, ενώ μια λεπτομερή περιγραφή και κατανόηση του Ηλιακού Ανέμου, θα συζητήσουμε στο επόμενο Κεφάλαιο.

#### 4.23.1 Περιγραφή και κατανόηση των ηλιακών προεξοχών.

Οι ηλιακές προεξοχές είναι *κουρτίνες* ψυχρού και πυκνού πλάσματος που αιωρούνται μέσα στο ηλιακό βαρυτικό πεδίο του θερμότερου και αραιότερου ηλιακού στέμματος. Τα μοντέλα των προεξοχών αποσκοπούν στο να περιγράψουν τις φυσικές συνθήκες εντός και στην άμεση γειτονία τους καθώς και τις φυσικές συνθήκες που οδηγούν στο σχηματισμό και διατήρησή τους, αλλά και την τελική διάλυσή τους.



**Σχήμα 4.17:** Ηλιακές προεξοχές (νήματα) πάνω στον ηλιακό δίσκο (α) και στο χείλος του ηλιακού δίσκου, (β).

Στο πλάσμα εντός των προεξοχών ασκούνται τρεις δυνάμεις:

1. η δύναμη Lorentz  $\vec{J} \times \vec{B}/c$ ,
2. η δύναμη βαρύτητας  $-\rho g \hat{z}$ , όπου  $\rho(\vec{r})$  είναι η πυκνότητα του πλάσματος,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $\hat{z}$  η προς τα έξω κάθετος στην ηλιακή επιφάνεια,

3. η δύναμη που οφείλεται στη βαθμίδα της πίεσης του πλάσματος,  $P(\vec{r})$ . Σε κατάσταση ισορροπίας αυτές οι τρεις δυνάμεις εξισορροποούνται,

$$-\vec{\nabla}P - \rho g \hat{z} + (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \times \vec{B}/4\pi = 0,$$

όπου χρησιμοποιήσαμε το νόμο του Ampere,  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 4\pi \vec{J}/c$ .

Η πίεση, πυκνότητα και θερμοκρασία του πλάσματος συνδέονται με την καταστατική εξίσωση

$$P = \frac{k\rho T}{\bar{m}},$$

όπου  $T(\vec{r})$  είναι η θερμοκρασία,  $k$  η σταθερά του Boltzmann και  $\bar{m}$  η μέση μάζα των σωματιδίων, με τιμές μεταξύ 0,6 και 1,3 τη μάζα του πρωτονίου, ανάλογα με τη σύσταση και κατάσταση ιονισμού του πλάσματος.

Το πρώτο και απλούστερο μοντέλο ηλιακών προεξοχών παρουσιάστηκε από τους Kirpenhahn και Schluter (1957) οι οποίοι σε ένα σύστημα συντεταγμένων  $x - z$ , με τον άξονα- $x$  οριζόντιο και τον άξονα- $z$  κατακόρυφο, θεώρησαν την προεξοχή σαν μια λεπτή κατακόρυφη κουρτίνα μέσα στην οποία η πίεση  $P(x)$ , η πυκνότητα  $\rho(x)$  και η κατακόρυφη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου  $B_z(x)$  εξαρτώνται μόνο από την οριζόντια συντεταγμένη  $x$  κάθετα στο επίπεδο της προεξοχής. Η θερμοκρασία  $T$  και η οριζόντια συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου  $B_x$  θεωρούνται σταθερές,  $T_0$  και  $B_0$ , αντίστοιχα.

Με αυτές τις υποθέσεις, η εξίσωση ισορροπίας στην οριζόντια διεύθυνση-  $\hat{x}$  δίνει

$$\frac{d}{dx} \left( P + \frac{B_z^2}{8\pi} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad P + \frac{B_z^2}{8\pi} = \frac{B_{z\infty}^2}{8\pi},$$

θεωρώντας ως οριακές συνθήκες σε μεγάλες οριζόντιες αποστάσεις από την προεξοχή ότι  $P(x \rightarrow \pm\infty) \rightarrow 0$ , και  $B_z(x \rightarrow \pm\infty) \rightarrow \pm B_{z\infty}$ .

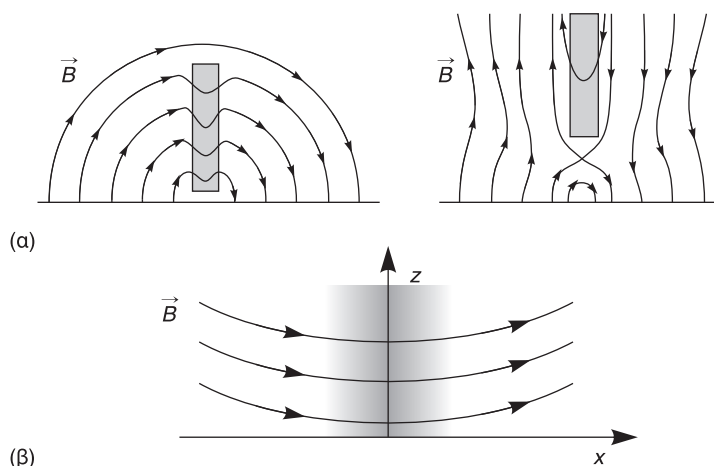
Η εξίσωση ισορροπίας στην κατακόρυφη διεύθυνση- $\hat{z}$  δίνει

$$-\rho g + \frac{B_x}{4\pi} \frac{dB_z}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{B_{z\infty}^2 - B_z^2}{2\Lambda} = B_0 \frac{dB_z}{dx},$$

συναρτήσει της βαθμίδας του ύψους  $\Lambda$ , που εκφράζει πόσο γρήγορα ελαττώνονται η πίεση και η πυκνότητα με το ύψος κατά μήκος των μαγνητικών γραμμών,  $\Lambda = kT_0/\bar{m}g$  (εντός των προεξοχών  $\Lambda \approx 200$  km). Στην τελευταία εξίσωση ισορροπίας στην κατακόρυφη διεύθυνση- $\hat{z}$ , αντικαταστήσαμε την πυκνότητα συναρτήσει της πίεσης από την καταστατική εξίσωση και εν συνεχεία την πίεση συναρτήσει του  $B_z(x)$  από την εξίσωση ισορροπίας στην οριζόντια διεύθυνση  $\hat{x}$ . Τελικά, παίρνουμε ως λύση της προκύπτουσας διαφορικής για το  $B_z(x)$ ,

$$B_z(x) = B_{z\infty} \tanh \frac{B_{z\infty}}{B_0} \frac{x}{2\Lambda}, \quad P(x) = B_{z\infty}^2 8\pi \operatorname{sech}^2 \frac{B_{z\infty}}{B_0} \frac{x}{2\Lambda}.$$

Σε αυτή τη λύση αξίζει να παρατηρήσουμε τα εξής. Πρώτον, η πίεση του πλάσματος στο κέντρο της προεξοχής είναι ίση με την μαγνητική πίεση του κατακόρυφου μαγνητικού πεδίου σε μεγάλες οριζόντιες αποστάσεις. Δεύτερον, το εύρος



**Σχήμα 4.18:** Δύο μοντέλα προεξοχών : το μοντέλο ηλιακής προεξοχής σε βρόχο (normal polarity, dip prominence), όπου θερμό πλάσμα από τα πόδια του βρόχου ανεβαίνει στην κορυφή, ψύχεται και σχηματίζει την ψυχρή και πυκνή προεξοχή, (α). Το μοντέλο ηλιακής προεξοχής αντίστροφης πολικότητας (inverse polarity, flux rope prominence), (β). Η τοπική γεωμετρία του μαγνητικού πεδίου στην προεξοχή, (γ). Επιπρόσθετα, μπορεί να υπάρχει και συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου κάθετα στο επίπεδο του σχήματος, δηλ το πεδίο να έχει ένα ελικοειδές σχήμα.

της προεξοχής είναι ίσο με  $\Delta x \approx 4\Lambda(B_0/B_{z\infty})$ . Τρίτον, με παρατηρησιακό δεδομένο ότι το παρατηρούμενο εύρος των προεξοχών είναι  $\Delta x \approx 8000$  km, και ότι  $\Lambda \approx 200$  km, πρέπει να έχουμε  $B_{z\infty} \approx 0,1B_0$ . Δηλαδή, η μαγνητική στήριξη των προεξοχών απαιτεί μόνο μια μικρή διαταραχή ( $B_z$ ) στο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο ( $B_0$ ). Γενικότερα πάντως, υπάρχει και μια τρίτη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος της προεξοχής ( $B_y$ ).

#### Πρόβλημα 4.8

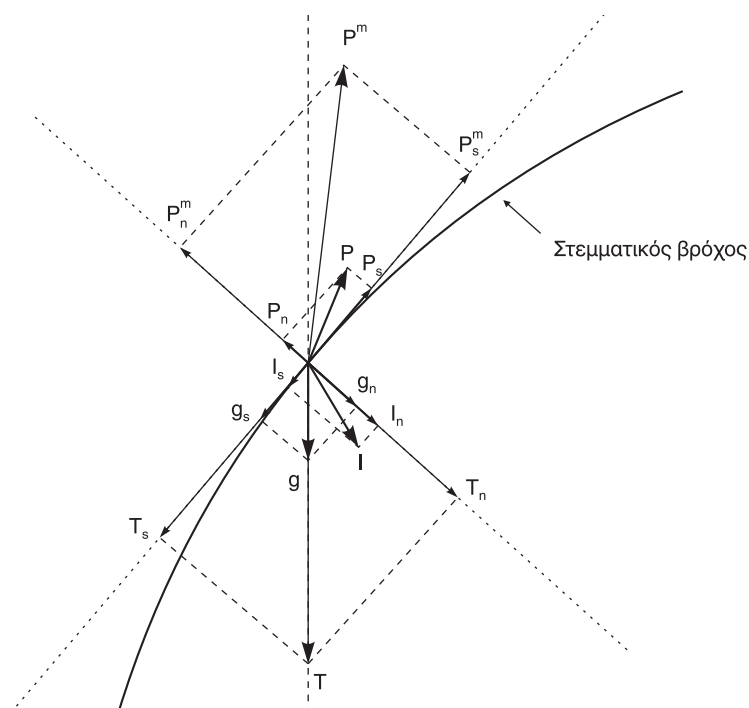
Βρείτε τις εκφράσεις του μαγνητικού πεδίου και της πίεσης σε ένα παρόμοιο μοντέλο μιας προεξοχής όπου η θερμοκρασία είναι μια δεδομένη συνάρτηση της απόστασης,  $T = T(x)$ .

(Δείτε τη δημοσίευση Milne, A. M.; Priest, E. R.; Roberts, B., *Astrophysical Journal*, vol. 232, 1979, p.304-317).

#### 4.23.2 Περιγραφή και κατανόηση των στεμματικών βρόχων

Οι στεμματικοί βρόχοι είναι τοξοειδείς δομές που κυριαρχούν στις εικόνες του στέμματος και αποτελούν τις βασικές μαγνητικές δομές του. Οι βρόχοι είναι πηγές που εκπέμπουν έντονα και για αυτό το λόγο είναι εύκολα παρατηρήσιμοι από διαστημικά τηλεσκόπια, όπως αυτά των αποστολών TRACE, SOHO, SDO, κλπ. Αποτελούν πραγματικά εργαστήρια της φυσικής πλάσματος για την κατανόηση φαινομένων όπως οι ταλαντώσεις πλάσματος και η κυματική δραστηριότητα, οι νανοε-

κλάμψεις, η θέρμανση και ακτινοβολία του πλάσματος, κ.α. Επίσης, οι στεμματικοί βρόχοι είναι ιδιαίτερα σημαντικοί για την κατανόηση του άλυτου ακόμη προβλήματος της θέρμανσης του ηλιακού στέμματος. Οι μαγνητικοί βρόχοι αναδύονται από το ηλιακό εσωτερικό λόγω της μαγνητικής άνωσης και είναι γεμάτοι με θερμό πλάσμα που εκπέμπει έντονα στις ακτίνες-X, αφού το πλάσμα που εγκλωβίζεται σε αυτές τις δομές έχει θερμοκρασίες πάνω από 1 εκατομμύριο βαθμούς Kelvin. Τα πόδια των βρόχων ευρίσκονται σε περιοχές υψηλών τιμών της παραμέτρου  $\beta$  του πλάσματος και γι'αυτό θεωρούνται στερεά αγκυροβολημένα στη φωτόσφαιρα και στη συνέχεια εκτείνονται διαμέσου της χρωμόσφαιρας ψηλά στο ηλιακό στέμμα.



**Σχήμα 4.19:** Σχηματική αναπαράσταση των διαφόρων δυνάμεων που ασκούνται πάνω σε ένα στεμματικό βρόχο της ηλιακής ατμόσφαιρας. Με  $g$  συμβολίζεται η ομογενής κατακόρυφη βαρύτητα, με  $P$  η βαθμίδα της πίεσης, με  $P^m$  η βαθμίδα της μαγνητικής πίεσης, με  $T$  η μαγνητική τάση, και με  $I$  η αδρανειακή δύναμη. Οι συνιστώσες των δυνάμεων αυτών κατά μήκος του βρόχου συμβολίζονται με το δείκτη  $s$ , ενώ κάθετα στο βρόχο με το δείκτη  $n$ .

Σε αντίθεση με τον ηλιακό άνεμο και τις στεμματικές σπές όπου οι μαγνητικές γραμμές είναι ανοικτές, στους βρόχους έχουμε κλειστές μαγνητικές γραμμές. Συνεχώς το πλάσμα των βρόχων κινείται από το ένα τους πόδι στο άλλο μέσω μιας σιφωνικής ροής εξαιτίας κάποιας διαφοράς πιέσεων αναμεταξύ τους. Οι στεμματικοί βρόχοι μπορεί να είναι είτε βραχύβιοι, καθώς μπορούν να διαρκέσουν μόνο μερικά δευτερόλεπτα ή λεπτά (στην περίπτωση των εκλάμψεων), ή, να επιβιώσουν για ώρες και σπανιότερα για ημέρες. Οι μακρόβιοτεροι βρόχοι είναι συνήθως γνωστοί ως **στεμματικοί βρόχοι σταθερής κατάστασης** ή **ήρεμοι βρόχοι** (quiescent

loops), όπου υπάρχει μια ισορροπία ανάμεσα στη θέρμανση του βρόχου και τις ενεργειακές του απώλειες.

Η εμφάνιση των στεμματικών βρόχων είναι συνάρτηση του ηλιακού κύκλου και ο αριθμός τους είναι ανάλογος του αριθμού των ηλιακών κηλίδων και γενικότερα της ηλιακής δραστηριότητας. Εμφανίζονται συχνά κοντά σε ηλιακές κηλίδες και εξαιτίας της έντονης μαγνητικής δραστηριότητας στις περιοχές των στεμματικών βρόχων, αυτοί είναι συχνά πρόδρομοι ηλιακών εκλάμψεων και στεμματικών εκτοξεύσεων πλάσματος. Στους βρόχους το πλάσμα μπορεί να ψυχθεί δημιουργώντας σκοτεινά νήματα πάνω από την ηλιακή επιφάνεια ή ηλιακές προεξοχές πάνω από το χείλος του Ηλίου.

#### Πρόβλημα 4.9

Σε ένα μοντέλο Ηλιακών μαγνητικών βρόχων, το μαγνητικό πεδίο έχει τις συνιστώσες

$$B_x = B_0 e^{-kz} \cos(kx), \quad B_z = -B_0 e^{-kz} \sin(kx),$$

με  $|x| < \pi/(2k) \ll r_0$ ,  $z > 0$ , όπου  $r_0$  η ηλιακή ακτίνα.

- (α) Το συγκεκριμένο μοντέλο του μαγνητικού πεδίου, διατηρεί την μαγνητική ροή;
- (β) Βρείτε την εξίσωση μιας μαγνητικής γραμμής στο επίπεδο  $x - z$  και σχεδιάστε την.
- (γ) Υπολογίστε την πυκνότητα  $\vec{J}$  του ηλεκτρικού ρεύματος που παράγει αυτό το μαγνητικό πεδίο.
- (δ) Αν οι βρόχοι αυτοί είναι ισόθερμοι, υπολογίστε πως μεταβάλλεται με το ύψος  $z$  η πυκνότητα του πλάσματος που περιέχουν, κατά το μήκος τους.

#### 4.23.3 Περιγραφή και κατανόηση των Ηλιακών jets

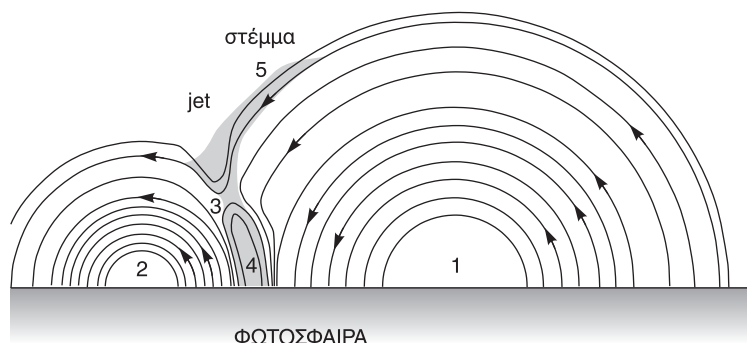
Τα ηλιακά jets είναι το κοντινότερο παράδειγμα της ευρείας κατηγορίας των αστροφυσικών jets και γιαυτό μπορούν να μελετηθούν με την υψηλότερη χωρική και χρονική διακριτική ικανότητα. Επομένως, η κατανόηση της φύσης των μας βοηθά να κατανοήσουμε τη φυσική των πολύ μεγαλύτερων αστροφυσικών συγγενών τους.

Υπάρχουν διάφοροι τύποι ηλιακών jets που έχουν ανακαλυφθεί στα διάφορα μήκη κύματος, όπως στη γραμμή Η $\alpha$ , το μακρινό υπεριώδες και τις ακτίνες-X, ενώ πρόσφατες ηλιακές διαστημικές αποστολές (π.χ. STEREO, Hinode, SDO) όπως και υψηλής διακριτικής ικανότητας επίγεια τηλεσκόπια (π.χ. DOT) μας έχουν δώσει σήμερα μία σχετικά λεπτομερή εικόνα τους.

Σε πολλές περιπτώσεις, τα ηλιακά jets συνδυάζονται με ενεργές και λαμπρές στις ακτίνες-X περιοχές που προκύπτουν από τη μαγνητική επανασύνδεση κάποιας αναδύμενης μαγνητικής ροής και η αλληλεπίδρασή της με κάποια άλλη προϋπάρ-

χουσα μαγνητική ροή στην περιοχή αυτή. Συχνά επίσης παρατηρούνται μέσα σε στεμματικές οπές, όπου η εκπομπή τους μπορεί εύκολα να ξεχωριστεί ανάμεσα στο σκοτεινό υπόβαθρο. Η ηλιακή αποστολή Hinode έδωσε εξαιρετικά δεδομένα των παραμέτρων των ηλιακών jets, όπως η ζώνη και το μήκος τους και αποκάλυψε ότι η ηλιακή χρωμόσφαιρα είναι γεμάτη από τέτοια μικρής κλίμακας jets τα οποία φαίνονται να συνεισφέρουν στη θέρμανση της χρωμόσφαιρας και του στέμματος. Άλλες μελέτες συμπεραίνουν ότι επίσης αυτά συνεισφέρουν στην εκροή του ηλιακού πλάσματος μέσω του ηλιακού ανέμου.

Τα πλέον καλά μελετημένα jets είναι αυτά που παρατηρούνται στις ακτίνες-X. Μια στατιστική μελέτη περίπου 100 jets στις ακτίνες-X που παρατηρήθηκαν με το τηλεσκόπιο των μαλακών ακτίνων-X (Soft X-ray Telescope, SXT) πάνω στο ηλιακό διαστημικό παρατηρητήριο Yohkoh παρείχε τα ακόλουθα χαρακτηριστικά τους: τα περισσότερα συνδυάζονται και συνυπάρχουν με μικρές εκρήξεις στα πόδια τους και εκτείνονται στις χωρικές κλίμακες στο διάστημα  $10^4 - 4 \times 10^5$  km, έχουν εύρος  $1 - 4 \times 10^1 - 4 \times 10^4$  km, φαινόμενες ταχύτητες  $150 - 800$  km s<sup>-1</sup> και μια μέση ταχύτητα περί τα  $200$  km s<sup>-1</sup>, ενώ η διάρκεια της ζωής τους εκτείνεται το πολύ σε μερικές ώρες. Οι παρατηρήσεις του ηλιακού διαστημικού παρατηρητηρίου Hinode στις περιοχές με στεμματικές τρύπες δείχνουν ότι οι εκτινάξεις στις ακτίνες-X έχουν κυρίως δυο ταχύτητες: μία κοντά στην ταχύτητα Alfvén ( $800$  km s<sup>-1</sup>) και μία άλλη κοντά στην ταχύτητα του ήχου ( $200$  km s<sup>-1</sup>). Χρωμοσφαιρικά jets φαίνονται να επαναλαμβάνονται κάθε 12-14 λεπτά, παρά να ενεργοποιούνται συνεχώς.



**Σχήμα 4.20:** Σχηματική αναπαράσταση της αλληλεπίδρασης ενός αναδύομενου μαγνητικού διπόλου (2) με ένα προϋπάρχον μαγνητικό δίπολο (1) στην ηλιακή φωτόσφαιρα με αποτέλεσμα τη δημιουργία 2 jets (4, 5) στην περιοχή γειτνίασης αυτών των δύο διπόλων λόγω μαγνητικής επανασύνδεσης στην περιοχή (3).

Ένας πιθανός μηχανισμός παραγωγής των jets είναι η μαγνητική επανασύνδεση ανάμεσα σε ένα αναδύομενο διπολικό πεδίο και ένα προϋπάρχον φωτοσφαιρικό μαγνητικό πεδίο. Ως γνωστόν, η μαγνητική επανασύνδεση είναι μια θεμελιώδης διαδικασία όπου αντίθετες μαγνητικές γραμμές δύο διαφορετικών μαγνητικών συστημάτων που έρχονται σε επαφή επανασυνδέονται και μετατρέπουν την ελεύθερη μαγνητική τους ενέργεια σε κινητική και θερμική ενέργεια του πλάσματος. Συγκεκριμένα, στις συνθήκες μεγέθους του ηλιακού μαγνητικού πεδίου, της πυκνότητας



του ηλιακού ατμοσφαιρικού πλάσματος και των ταχυτήτων μεταξύ των αναδύμενων μαγνητικών συστημάτων και των προυπαρχόντων φωτοσφαιρικών, προκύπτει η εκτόξευση υψηλής ενέργειας ( $\text{km s}^{-1}$ ) και υψηλής θερμοκρασίας ( $10^7 \text{ K}$ ) jets πλάσματος (Gontikakis, Archontis, and Tsinganos, 2009). Επίσης οι παρατηρήσεις μας έχουν δώσει και μια επαναληπτικότητα στην εμφάνιση και την εκπομπή αυτών των εκτινάξεων πλάσματος, ενώ αριθμητικά μοντέλα έχουν συμπεράνει ότι έχουμε επαναληπτική εκπομπή αυτών των jets κοντά σε μικρές ενεργές περιοχές (Archontis, Tsinganos, and Gontikakis, 2010).

Σε μία πρόσφατη εργασία, Moschou, S. P., Tsinganos, K., Vourlidas, A., Archontis, V. (2013) έχουν αναλυθεί στεματικά jets από παρατηρήσεις στα 304 Å που ελήφθησαν με το Atmospheric Imaging Assembly (AIA: Lemen et al., 2012) πάνω στο διαστημικό παρατηρητήριο SDO. Το δείγμα που αναλύθηκε περιείχε 4 jets της 25ης Ιουνίου 2010, 2 εκ των οποίων είναι κοντά στον ηλιακό ισημερινό και 2 της 30ης Ιουνίου 2010 με στόχο να αναλυθεί η εξέλιξη και οι βασικές φυσικές ιδιότητές τους. Όλα τα γεγονότα αυτά εξελίσσονται στα χρονικά διαστήματα των μερικών δεκάδων λεπτών ενώ φθάνουν σε ύψη από 10% – 30% της ηλιακής ακτίνας πάνω από την ηλιακή φωτόσφαιρα, ενώ ορισμένα από αυτά παρουσιάζουν επαναληπτικότητα. Υψηλής διακριτικής ικανότητας παρατηρήσεις αποκαλύπτουν ότι αυτά τα jets έχουν γενικά μια ελικοειδή δομή, κάτι που υπαινίσσεται σαφώς ότι οι μαγνητικοί μηχανισμοί εμπλέκονται και παίζουν σημαντικό ρόλο στην εκκίνηση και την εξέλιξη αυτών των ηλιακών εκτινάξεων.

#### 4.23.4 Περιγραφή και κατανόηση ηλιακών εκλάμψεων (flares)

Μία άλλη περίπτωση ηλιακού φαινομένου όπου η μαγνητική επανασύνδεση παίζει σημαντικό ρόλο και θεωρείται ως το αίτιό του, είναι οι ηλιακές εκλάμψεις (flares) οι οποίες θεωρούνται ως οι βιαιότερες και μεγαλύτερες εκρήξεις στο Ηλιακό σύστημα. Βρόχοι δεκάδες φορές μεγαλύτεροι από το μέγεθος της Γης εκτοξεύονται από την φωτόσφαιρα προς το διαπλανητικό χώρο, ενώ στη διαδικασία παράγεται ενέργεια ισοδύναμη με αυτή που ελευθερώνεται κατά τη διάρκεια της έκρηξης από δισεκατομμύρια βόμβες υδρογόνου: συγκεκριμένα, στις ηλιακές εκρήξεις μέσα σε λίγα λεπτά εκλύεται από μία μικρή περιοχή του στέμματος τόση ενέργεια όση εκλύεται από όλο τον ηλιακό δίσκο και θα ελευθερωνόταν κατά τη διάρκεια έκρηξης 40 δισεκατομμυρίων βομβών του τύπου της Χιροσίμα, ή, το ισοδύναμο 160,000,000,000 μεγατόνων TNT. Οι ηλιακές εκλάμψεις συμβαίνουν στο ηλιακό στέμμα και χρωμόσφαιρα, θερμαίνοντας το πλάσμα σε δεκάδες εκατομμύρια Kelvin, επιταχύνοντας τα ηλεκτρόνια, πρωτόνια και βαρύτερα ιόντα σε υψηλές ταχύτητες, κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Επιπρόσθετα, οι εκλάμψεις παράγουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία σε όλα τα μήκη κύματος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, από τα μακρά ραδιοφωνικά κύματα έως τα πολύ μικρά μήκη κύματος των ακτίνων-Χ και -γ.

Οι εκλάμψεις διαγείρουν τον Διαστημικό καιρό, προκαλώντας στη Γη αυξημένη ροή ενεργητικών πρωτονίων, γεωμαγνητικές καταιγίδες και έντονο πολικό σέλας. Καταρχήν, τα υψηλής ενέργειας πρωτόνια που εκτοξεύονται από τη θέση των ηλια-

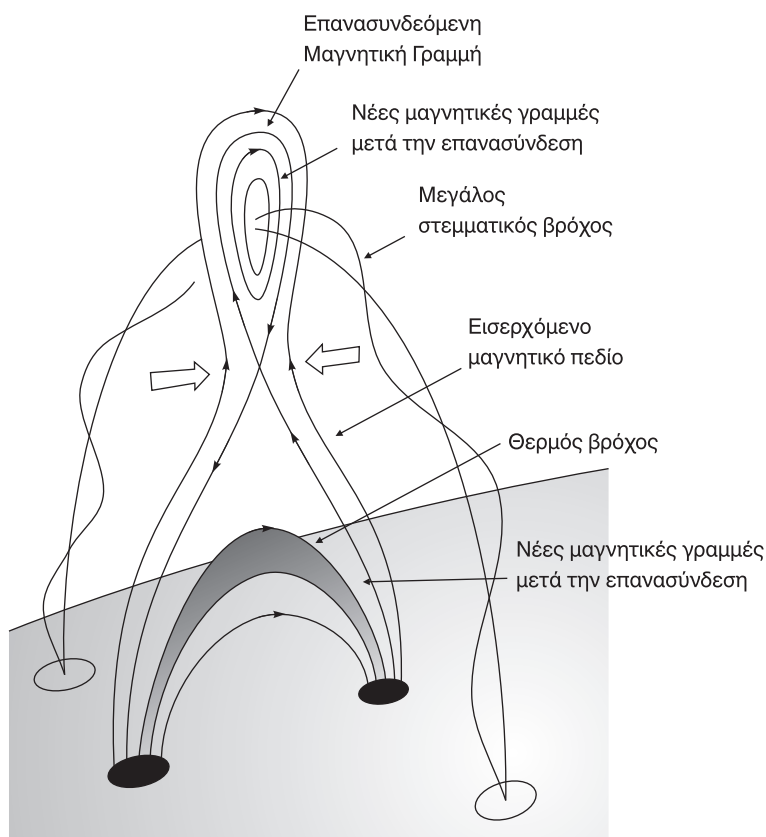
κών εκλάμψεων, φθάνουν εντός 30 περίπου λεπτών στη Γη και ορισμένα κινούνται σπειροειδώς κατά μήκος των γραμμών του γήινου μαγνητικού πεδίου φθάνοντας έως τα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας. Στο Διάστημα συχνά καταστρέφουν μικροτσιπς διαστημοπλοίων, ή φορτίζουν και βραχυκυκλώνουν άλλα ευαίσθητα όργανά τους. Επίσης, είναι ιδιαίτερα επικίνδυνα για αστροναύτες που ευρίσκονται στο διάστημα, αλλά και επιβάτες υπερηχητικών πτήσεων κοντά στις πολικές περιοχές. Για παράδειγμα, τον Οκτώβριο του 1989 μεγάλης έντασης ενεργητικά ηλιακά πρωτόνια θα μπορούσαν να θανατώσουν αστροναύτη που θα ευρισκόταν εκείνες τις ώρες ακάλυπτος στη Σελήνη ή στο διάστημα.

Κατά τη διάρκεια του ηλιακού μεγίστου έχουμε τη μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης εκλάμψεων και πολλές από αυτές καταγράφονται και παρακολουθούνται από διάφορα επίγεια και δορυφορικά ηλιακά παρατηρητήρια. Οι μικρότερες εκλάμψεις, είναι γνωστές ως εκλάμψεις "Α-τύπου", ακολουθούνται από τις εκλάμψεις Β, C και Μ ενώ οι ισχυρότερες είναι οι εκλάμψεις "Χ-τύπου", παρόμοια με την κλίμακα Richter για τους σεισμούς όπου κάθε γράμμα αντιπροσωπεύει μια αύξηση της έκλαμψης κατά παράγοντα του 10. Έτσι, μία έκλαμψη τύπου Χ είναι 10 φορές ισχυρότερη από μια έκλαμψη τύπου Μ, κλπ. Μέσα σε κάθε τύπο υπάρχει μια υποδιαίρεση που συμβολίζεται στην κλίμακα 1 ως 9. Ένα παράδειγμα αποτελεί η έκλαμψη της 24ης Φεβρουαρίου 2011 που κράτησε περίπου 90 λεπτά και ήταν αρκετά μεγάλη για να σηκώσει πάνω από τη χρωμόσφαιρα ένα τεράστιο βρόχο πλάσματος.

Επιπλέον, η ηλιακή φωτόσφαιρα καλύπτεται από εκατομμύρια μικρών μαγνητικών περιοχών με διαστάσεις από 50 ως 1000 km. Αυτοί τα μικρά μαγνητικά δίπολα αναδεύονται και αναταράσσονται από την κοκκίαση της φωτόσφαιρας έτσι ώστε συχνά να έρχονται σε επαφή περιοχές αντίθετων μαγνητικών γραμμών. Αποτέλεσμα αυτού είναι τοπικά το μαγνητικό πεδίο ψηλότερα στο στέμμα να υφίσταται σχεδόν συνεχώς επανασυνδέσεις, ανταποκρινόμενο στις κινήσεις αυτού του *φωτοσφαιρικού μαγνητικού χαλιού*. Η ενέργεια που απελευθερώνεται από τις μαγνητικές αυτές επανασυνδέσεις αποτελεί ένα φυσικό υποψήφιο για το αίτιο της στεμματικής θέρμανσης, με τη μορφή μιας σειράς *μικροεκλάμψεων* (nanoflares) που η καθεμιά ξεχωριστά αποδίδει πολύ λίγη ενέργεια, αλλά όλες μαζί εξασφαλίζουν την απαιτούμενη ενέργεια θέρμανσης του πλάσματος σε εκατομμύρια βαθμούς.

#### 4.23.5 Στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος (coronal mass ejections)

Σχετιζόμενες με τις εκλάμψεις είναι και οι στεμματικές εκτινάξεις μάζας πλάσματος όπου μέσα σε λίγα λεπτά δισεκατομμύρια τόνοι πλάσματος του ηλιακού στέμματος εκτοξεύονται στο μεσοπλανητικό διάστημα με ταχύτητες που φθάνουν τα 2.500 χιλιόμετρα το δευτερόλεπτο. Όταν ο Ήλιος ευρίσκεται στο μέγιστο της δραστηριότητάς του μπορεί να έχουμε έως και 10 στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος την ημέρα, ενώ όταν ευρίσκεται στο ελάχιστο έχουμε περίπου μια τέτοια έκρηξη την ημέρα. Αυτές οι εκρήξεις επηρεάζουν σημαντικά το Διαστημικό καιρό και τη Γη, όπως είδαμε στο Κεφ. 2.



**Σχήμα 4.21:** Σχηματική αναπαράσταση του επικρατέστερου μοντέλου κατά το οποίο η επανασύνδεση των μαγνητικών γραμμών ενός εκτεταμένου στεμματικού μαγνητικού βρόχου στην ηλιακή ατμόσφαιρα, οδηγεί στη δημιουργία μιας στεμματικής εκτίναξης μάζας (Coronal Mass Ejection, CME).

Οι στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος ποικίλουν ως προς τις μορφές που εμφανίζονται. Συνήθως έχουν την δομή τριών μερών, το συμπιεσμένο πλάσμα που ακτινοβολεί και προηγείται ενός flux rope ακολουθούμενο από μια κοιλότητα (cavity) που περικλείει ένα λαμπρό νήμα ή μια προεξοχή. Επίσης οι στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος ποικίλουν σε μέγεθος και άλλοτε εμφανίζονται ως στενές δομές σαν πίδακες, και άλλες σαν εκρήξεις που προέρχονται από ολόκληρο τον Ήλιο. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση που το γωνιακό τους πλάτος είναι  $360^\circ$ , ονομάζονται Halo CMEs. Στην πραγματικότητα αυτές οι CMEs προέρχονται από μία κεντρική περιοχή του Ήλιου και κατευθύνονται προς τον ανιχνευτή, με αποτέλεσμα να παρατηρούνται σαν να προέρχονται από ολόκληρη της ηλιακή επιφάνεια. Η συχνότητα εμφάνισης των CMEs έχει παρατηρηθεί ότι ακολουθεί σε φάση και ένταση τον ηλιακό κύκλο και η σχέση που συνδέει τον αριθμό των CMEs με τον αριθμό των κηλίδων είναι περίπου γραμμική.

Οι ταχύτητες των CMEs ποικίλουν από περίπου  $20 \text{ km s}^{-1}$  έως και μεγαλύτερες των  $2500 \text{ km s}^{-1}$ . Από μετρήσεις του SoHO/LASCO, κυμαίνονται από  $300 - 550 \text{ km s}^{-1}$

κατά τη διάρκεια του 23ου ηλιακού κύκλου. Η μέση τιμή της ταχύτητας όλων των CMEs καθ' όλη τη διάρκεια του ηλιακού κύκλου 1996 - 2007 ήταν περίπου  $475 \text{ km s}^{-1}$ , μία τιμή ελαφρώς μεγαλύτερη από την μέση ταχύτητα του ηλιακού ανέμου που ήταν  $466 \text{ km s}^{-1}$ . Συνήθως έχουμε τρεις φάσεις της κινηματικής εξέλιξης των CMEs: αρχικά, μια αργή άνοδος ( $< 80 \text{ km s}^{-1}$ ) για μερικές δεκάδες λεπτά, μία δεύτερη φάση απότομης επιτάχυνσης της τάξης των  $100 - 500 \text{ m s}^{-2}$  σε αποστάσεις  $(1.4 - 1.5) R_{\odot}$  και μία τρίτη φάση διάδοσης του CME με σταθερή ή μειούμενη ταχύτητα. Η μέση μάζα των CMEs είναι  $3.5 \times 10^{14} \text{ g}$  και η μέση κινητική ενέργεια  $2.9 \times 10^{29} \text{ erg}$ . Σε αποστάσεις  $< 7 R_{\odot}$ , η μάζα και η ενέργεια αυξάνουν μονότονα, και μετά σχεδόν σταθεροποιούνται.

Οι στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος συχνά συνοδεύονται από ηλιακές εκλάμψεις και θεωρείται ότι υπάρχει στενή συσχέτιση ανάμεσα στα δύο φαινόμενα, αν και ορισμένες στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος δεν φαίνονται να συσχετίζονται με εκλάμψεις. Ωστόσο, μπορεί αυτό να συμβαίνει είτε διότι η περιοχή της έκλαμψης βρίσκεται πίσω από το ηλιακό δίσκο, ή γιατί η έκλυση της ενέργειας είναι τέτοια, που το γεγονός δεν χαρακτηρίζεται ως έκλαμψη. Από την άλλη, υπάρχουν όντως και πολλές εκλάμψεις οι οποίες δεν φαίνονται να συσχετίζονται καθόλου με στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος.

Οι στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος επίσης συνδέονται και με τα νήματα και τις στεμματικές προεξοχές. Μέρος της στεμματικής προεξοχής που εκρήγνυται γίνεται ο λαμπρός πυρήνας του CME και το υπόλοιπο μέρος της προεξοχής πέφτει προς την ηλιακή επιφάνεια. Αυτός ο ισχυρός συσχετισμός είναι καθοριστικός για την μοντελοποίηση των στεμματικών εκτινάξεων πλάσματος. Θεωρείται ότι όταν οι εκλάμψεις και στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος συσχετίζονται, αποτελούν διαφορετικές πλευρές της ίδιας μαγνητικής έκρηξης.