

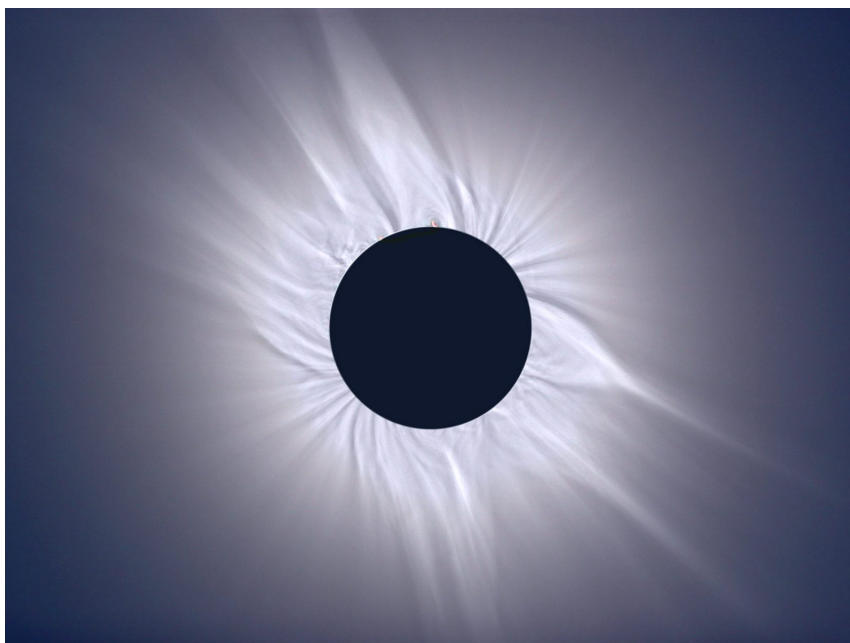
ΚΑΝΑΡΗΣ Χ. ΤΣΙΓΚΑΝΟΣ

ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - Θερμικά διεγερμένοι αστροφυσικοί άνεμοι

ΑΘΗΝΑ 2018

Θερμικά Διεγερμένοι Αστροφυσικοί Άνεμοι



Σχήμα 6.1: Το Ηλιακό στέμμα κατά τη διάρκεια μίας ολικής Ηλιακής έκλειψης (Καστελλόριζο, 29 Μαρτίου, 2006)

6.1 Εισαγωγή

Στην σύγχρονη Αστροφυσική η μελέτη του ηλιακού ανέμου παίζει αδιαμφισβήτητα ένα κεντρικό ρόλο, αφού διάφοροι κλάδοι της, όπως η *Διαστημική Φυσική*, ο *Διαστημικός Καιρός*, αλλά και άλλα αστροφυσικά φαινόμενα έχουν ως αφετηρία τους την μελέτη του ηλιακού ανέμου (ΗΑ) και των αστρικών ανέμων εκροών γενικότερα, γεγονός που φανερώνει τον ενοποιητικό ρόλο των τελευταίων. Συνοπτικά, η ιστορική εξέλιξη της μελέτης αυτού του φαινομένου έχει ως εξής.

2 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

- Πριν το 1958 : Πρώιμες παρατηρήσεις του ηλιακού ανέμου,
- 1958-1965 : Ισόθερμο & πολυτροπικό μοντέλο του Parker,
- Δεκαετία του 1960 : Μοντέλο του ηλιακού ανέμου με αγωγιμότητα,
- Δεκαετία του 1970 : Παρατηρήσεις του ταχύτατου ηλιακού ανέμου,
- Δεκαετία του 1980 : Μοντέλο του ταχύτατου ηλιακού ανέμου,
- Δεκαετία του 1990 : Παρατηρήσεις του *ΟΛΥΣΣΕΑ* εκτός εκλειπτικής.

Παρά το γεγονός ότι η βασική θεωρία, όπως αρχικά παρουσιάστηκε από τον Parker (1958), είναι φυσική συνέπεια των εξισώσεων της μαγνητουδροδυναμικής, όπως συζητούνται στο βιβλίο αυτό, η θεωρία του ηλιακού ανέμου έγινε αποδεκτή από την επιστημονική κοινότητα μόνο όταν αυτή επιβεβαιώθηκε πλήρως από διαστημικές παρατηρήσεις στις αρχές της δεκαετίας του 1960. Αξίζει να σημειωθεί επίσης ότι η παρατηρησιακή επαλήθευση της θεωρίας του ηλιακού ανέμου (1958) αποτελεί μοναδικό παράδειγμα στην αστροφυσική, εξαιτίας της άμεσης και σύντομης επιβεβαίωσής της από τις παρατηρήσεις (1960).

Η θεωρία του Parker για τον ηλιακό άνεμο παραμένει ακόμη και σήμερα ως ένα από τα πλέον όμορφα κεφάλαια της σύγχρονης Αστροφυσικής, τόσο για την απλότητά της, όσο και για τον ευλογοφανή και θαυμάσιο τρόπο εξήγησης ενός όχι και τόσο απλού φυσικού φαινομένου.

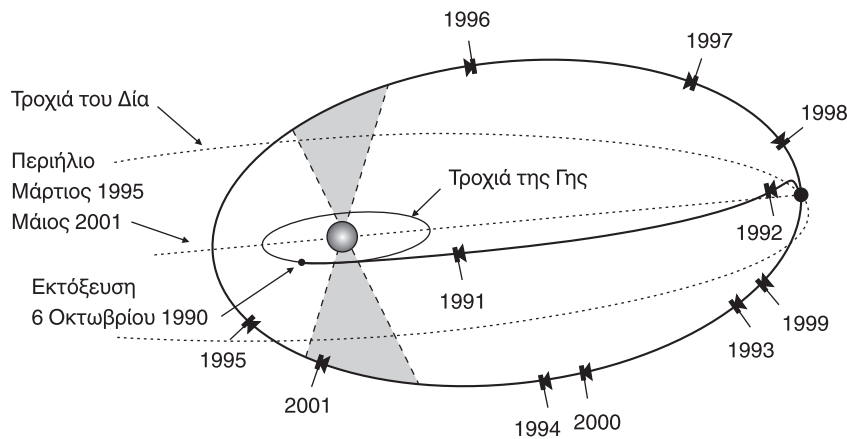
6.2 Ιστορική Εξέλιξη

Η μελέτη του φαινομένου του ηλιακού ανέμου ξεκινά αρκετά χρόνια πριν την θεωρητική αντιμετώπισή του, όπως συζητήθηκε διεξοδικά στο προηγούμενο Κεφάλαιο. Συγκεκριμένα και κατά χρονολογική σειρά, ακολουθεί την ακόλουθη πορεία.

1. Πρώιμες παρατηρήσεις:
 - Συνεχής δραστηριότητα του Πολικού Σέλαος (Birkeland 1908, 1913).
 - Περιοδικότητα 27 ημερών της γεωμαγνητικής δραστηριότητας (Chapman, Bartels, 1940).
 - Προσανατολισμός των ιονισμένων ουρών των κομητών σε κατεύθυνση αντίθετη από τον Ήλιο (Biermann 1951).
2. Στεμματική διαστολή: : Ανάπτυξη της θεωρητικής βάσης του φαινομένου του ηλιακού ανέμου σαν μία φυσική συνέπεια των υδροδυναμικών εξισώσεων των ιδανικών αερίων (Parker 1958).
3. Διαστημικές παρατηρήσεις:
 - Παρατηρήσεις με διαστημόπλοια εκτός της Γήινης μαγνητόσφαιρας επιβεβαιώνουν την ύπαρξη του ηλιακού ανέμου (1958-1964).

6.3. ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΟΥΡΑΣ ΤΩΝ ΚΟΜΗΤΩΝ 3

- Παρατηρήσεις από τον πρώτο διαστημικό σταθμό της NASA Sky-Lab (1973 - 1979) αποδεικνύουν τη συσχέτιση των *ταχύτατων ροών* του ηλιακού ανέμου, μία ονομασία που τότε είχε δοθεί στις στεμματικές εκτινάξεις πλάσματος (CME's), με τις υψηλές ταχύτητες των 700 – 800 km/sec και των *στεμματικών οπών*.
- Παρατηρήσεις των *ταχύτατων ροών* του ηλιακού ανέμου έξω από την εκλειπτική με τον Ευρωπαϊκό δορυφόρο *ΟΔΥΣΣΕΑΣ* - (ULYSSES).



Σχήμα 6.2: Η τροχιά του διαστημοπλοίου ΟΔΥΣΣΕΑΣ (ULYSSES).

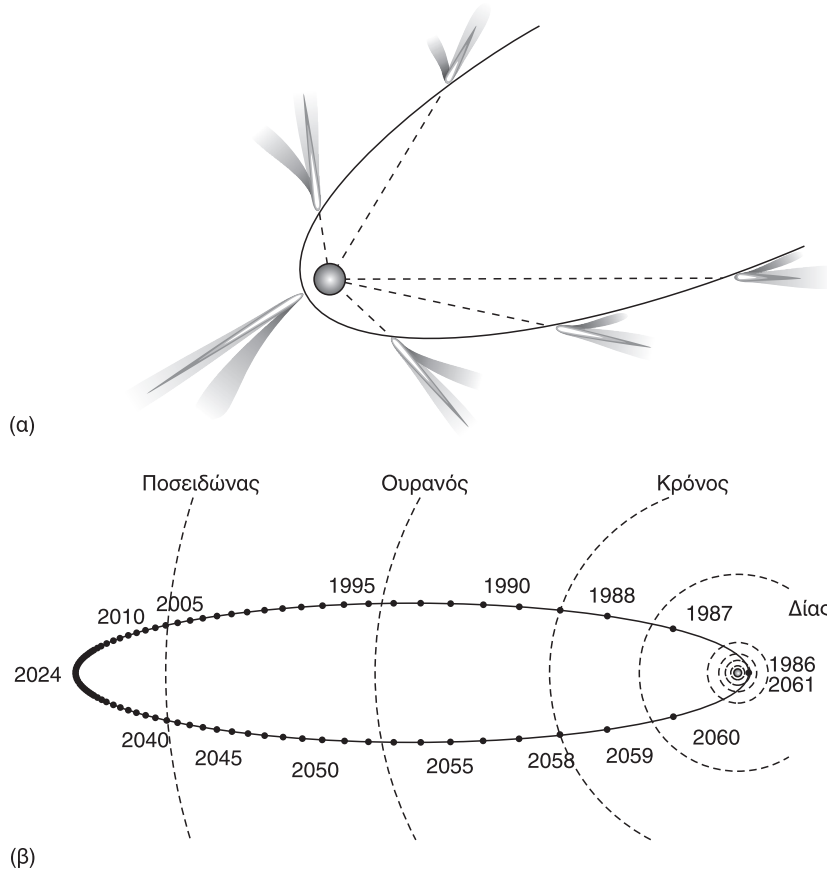
Ο όρος *στεμματικές οπές* αναφέρεται στις περιοχές του ηλιακού στέμματος με χαμηλή πυκνότητα και θερμοκρασία, και συνεπώς χαμηλή εκπομπή στις ακτίνες-X. Από αυτές τις περιοχές πηγάζουν ροές πλάσματος υψηλής ταχύτητας. Αποτελούν τις *πηγές ανοικτών μαγνητικών γραμμών* στην επιφάνεια του Ήλιου με κατάληξη τον μεσοπλανητικό χώρο. Στις περιοχές αυτές η ύπαρξη του μαγνητικού πεδίου αλλοιώνει σημαντικά τη γεωμετρία της ροής. Το ρευστό εκεί δεν εκτονώνεται ακτινικά, ακολουθώντας μια μετωπική επιφάνεια που μεγαλώνει ταχύτερα του R^2 . Αυτή η γεωμετρία μπορεί να προκαλέσει έντονη επιτάχυνση του ρευστού σε αυτή την περιοχή, κάτι που εξηγεί την απότομη επιτάχυνση του ΗΑ κοντά στον Ήλιο.

6.3 Προσανατολισμός της ουράς των κομητών

Μιά από τις πιο χαρακτηριστικές και εμφανείς επιδράσεις του ηλιακού ανέμου είναι ο *προσανατολισμός των ουρών των κομητών*. Όπως φαίνεται στο Σχ. 6.1, καθώς και στην έγχρωμη εικόνα Α.6.1 του Παραρτήματος, κάθε κομήτης εμφανίζεται με δύο ουρές: μια καμπυλωμένη ουρά σκόνης/ουδετέρων ατόμων και μορίων και μια αρκετά ευθυγραμμισμένη ουρά ιόντων. Γρήγορα ωστόσο έγινε αντιληπτό πως η ουρά ιόντων είχε πάντοτε φορά αντίθετη από τον Ήλιο (βλ. Σχ. 6.1) και το λογικό συμπέρασμα ήταν ότι ο τελευταίος με κάποιο φυσικό μηχανισμό την πιέζει. Ας δούμε

4 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

ποιοι φυσικοί μηχανισμοί θα μπορούσαν να προκαλέσουν ένα τέτοιο προσανατολισμό:



Σχήμα 6.3: (α) Κάθε κομήτης εμφανίζεται με μια καμπυλωμένη ουρά σκόνης/ουδετέρων ατόμων και μορίων και μια αρκετά ευθυγραμμισμένη ουρά ιόντων που έχει πάντοτε φορά αντίθετη από τον Ήλιο. (β) Η τροχιά του Κομήτη του Halley ανάμεσα στις τροχιές των πλανητών του Ηλιακού μας συστήματος, από το τελευταίο περασμά του από τον Ήλιο (1986) μέχρι το επόμενο περιήλιο (2061).

1. **Ακτινοβολιακή άπωση στα ελεύθερα ηλεκτρόνια της ιοντικής κομητικής ουράς:** Η προσπίπτουσα ροή ηλιακών φωτονίων πάνω στο ιοντισμένο αέριο της ουράς του κομήτη είναι,

$$\frac{L_{\odot}}{4\pi r^2 h\nu} = f, \left[\frac{\text{φωτόνια}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}} \right].$$

Θεωρώντας ελαστική σκέδαση Thomson της ηλιακής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του πλάσματος της ουράς ιόντων του κομήτη, η ενεργός διατομή αυτής της σκέδασης των ηλιακών φωτονίων

6.3. ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΟΥΡΑΣ ΤΩΝ ΚΟΜΗΤΩΝ 5

από τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του πλάσματος της ουράς ιόντων του κομήτη είναι ίση με $\sigma_T = 6.6 \times 10^{-25} \text{cm}^2$. Η μεταφορά ορμής στα ελεύθερα ηλεκτρόνια από τα φωτόνια είναι ίση με $\Delta P \cong h\nu/c$. Συνεπώς, η δύναμη που ασκείται στα ελεύθερα ηλεκτρόνια από το πεδίο της ηλιακής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι ίση με,

$$F_{\text{Ακτ}} = \left(\frac{L_{\odot}}{4\pi r^2 h\nu} \right) \times \left(\frac{h\nu}{c} \right) \times \sigma_T = \frac{L_{\odot} \sigma_T}{4\pi c r^2}. \quad (6.1)$$

όπου $L_{\odot} \simeq 4 \times 10^{33} \text{ergs/sec}$ είναι η ηλιακή λαμπρότητα και r η απόσταση του κομήτη από τον Ήλιο.

2. **Απωση των πρωτονίων του ηλιακού ανέμου πάνω στην ιονισμένη κομητική ουρά:** Σε αυτή την περίπτωση το κινούμενο ρευστό των πρωτονίων του ΗΑ πιέζει την ιοντική ουρά. Η δύναμη που ασκεί δίνεται από την ακόλουθη σχέση,

$$F_{\text{HA}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = (m_p V) \times f \times \sigma_{\text{σκεδ}} = m_p V \times \frac{f E r_E^2}{r^2} \times \sigma_{\text{σκεδ}}, \quad (6.2)$$

όπου f_E είναι η ροή των πρωτονίων σε απόσταση ίση με την ακτίνα περιστροφής της Γης ($\simeq 10^8 \text{πρωτόνια/cm}^2 \cdot \text{sec}$) και $\sigma_{\text{σκεδ}}$ είναι η ενεργός διατομή της ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης των πρωτονίων του ηλιακού ανέμου με τα ηλεκτρόνια της ιονισμένης ουράς του κομήτη. Ισοδύναμα, στο σύστημα των ηλιακών πρωτονίων, σκεδάζονται τα ηλεκτρόνια της ιοντικής ουράς. Σύμφωνα με τον υπολογισμό του Κεφ. 1, § 1.17, για την ελαστική σκέδαση Coulomb $e - p$, η διατομή αυτή ισούται με,

$$\sigma_{\text{σκεδ}} = \frac{1}{\lambda n} \cong \frac{2\pi e^4 \ln \Lambda}{9k^2 T^2} = \frac{2\pi \times (4.8 \times 10^{-10})^4 \times 20}{9 \times (1.38 \times 10^{-16} \times 10^5)^2} = 3.89 \times 10^{-15} \text{cm}^2$$

για μία μέση θερμοκρασία του πλάσματος των ηλεκτρονίων του ΗΑ σε αποστάσεις τάξεως AU , $T \simeq 10^5 K$, $k = 1.38 \times 10^{-16}$ σε μονάδες CGS, και για την τυπική τιμή του λογαρίθμου της παραμέτρου πλάσματος Λ για υψηλής θερμοκρασίας πλάσματα $\ln \Lambda \simeq 20$ (βλ. § 1.17).

3. **Βαρυτική έλξη πάνω στα σωματίδια της ουράς (πρωτόνια και ηλεκτρόνια)**, τα οποία έλκονται βαρυστικά από τον Ήλιο:

$$F_{\text{Βαρ.}} = \frac{G M_{\odot} m}{r^2}. \quad (6.3)$$

Ας συγκρίνουμε καταρχήν την ακτινοβολιακή απωση Thomson πάνω στα ελεύθερα ηλεκτρόνια της ιοντικής ουράς με την ελκτική βαρύτητα από τον Ήλιο πάνω στα ελεύθερα ηλεκτρόνια αυτής της ουράς

6 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

$$\frac{F_{\text{Ακτ}}}{F_{\text{Βαρ}}} = \frac{L_{\odot} \sigma T}{4\pi c G M_{\odot} m_e} = \frac{4 \times 10^{33} \times 6.6 \times 10^{-25}}{4\pi \times 3 \times 10^{10} \times 6.6 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33} \times 9.1 \times 10^{-28}} \approx 5.83 \times 10^{-2}, \quad (6.4)$$

ενώ κάνοντας το ίδιο για την δύναμη από τον ηλιακό άνεμο προκύπτει:

$$\frac{F_{\text{ΗΑ}}}{F_{\text{Βαρ}}} = \frac{V_{\text{ΗΑ}} f_E r_E^2 \sigma_{\text{σκεδ}}}{G M_{\odot}} \approx \frac{4 \times 10^7 \times 10^8 \times 1.5^2 \times 10^{26} \times 3.89 \times 10^{-15}}{6.6 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33}} \approx 26.5 \quad (6.5)$$

Από αυτά τα αποτελέσματα γίνεται φανερό πως ο ηλιακός άνεμος είναι πολύ πιο αποτελεσματικός στην επιτάχυνση των ουρών των κομητών, απ' ό τι η ηλεκτρομαγνητική ηλιακή ακτινοβολία.

6.4 Το ηλιακό στέμμα και οι υποθέσεις του Parker

Το ηλιακό στέμμα αποτελεί την εξωτερική ατμόσφαιρα του Ήλιου. Είναι ορατό μόνο κατά την διάρκεια των ολικών ηλιακών εκλείψεων, οπότε και αντανακλά το φως της φωτόσφαιρας. Η πυκνότητά του είναι εξαιρετικά χαμηλή, της τάξης των 10^8 cm^{-3} , (δηλαδή, 10^{11} φορές μικρότερη από την πυκνότητα της γήινης ατμόσφαιρας!).

Μόλις ένα στα 10^6 φωτοσφαιρικά φωτόνια σκεδάζεται από το στέμμα, δίνοντάς του μια μικρή, σε σχέση με τον Ήλιο, λαμπρότητα,

$$L_{\text{Στέμμα}} = 10^{-6} L_{\odot} = 4 \times 10^{27} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1},$$

$$\frac{L_{\text{Στέμμα}}}{4\pi r^2} = \frac{4 \times 10^{27}}{4\pi \times 49 \times 10^{18}} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}} \sim 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}.$$

Η κλίμακα ύψους H του ηλιακού στέμματος είναι της τάξης του $0.1 R_{\odot}$, δηλαδή περίπου 70.000 km, το οποίο σημαίνει ότι είναι ένας αρκετά εκτεταμένος σχηματισμός. Η θερμοκρασία του ξεπερνά τους 10^6 K. Το αποτέλεσμα αυτό για την θερμοκρασία του στέμματος συνάγεται από την παρατήρηση γραμμών εκπομπής πολλαπλώς ιονισμένων στοιχείων, όπως ο FeXIV (Edlen 1940). Το γεγονός αυτό μάλιστα είχε προκαλέσει σύγχυση στους ερευνητές, οι οποίοι αρχικά θεώρησαν πως πρόκειται για νέα στοιχεία που ζουν μόνο στο ηλιακό στέμμα (νέο στοιχείο Coronium)!

Η μέση ελεύθερη διαδρομή των ηλεκτρονίων στο πλάσμα του στέμματος κοντά στον Ήλιο δείξαμε στο Κεφ. 1 ότι είναι,

$$\lambda \sim \frac{9k^2 T^2}{2\pi e^4 n \ln \Lambda} \approx 1.7 \times 10^{-9} \frac{T^2}{n} \text{ AU},$$

όπου $\Lambda = n\lambda_D^3$. Το λ_D είναι το μήκος Debye το οποίο ισούται με $\lambda_D \approx 6.9 \sqrt{T/n}$.

6.4. ΤΟ ΗΛΙΑΚΟ ΣΤΕΜΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΤΟΥ PARKER 7

Κοντά στην Γη, όπου $n \approx 5 \text{ cm}^{-3}$ και $T \approx 10^5 \text{ K}$ προκύπτει μήκος ελεύθερης διαδρομής $\lambda \approx 1 \text{ AU}$. Όμως, στο ηλιακό στέμμα, όπου $n \approx 10^8 \text{ cm}^{-3}$ και $T \approx 10^6 \text{ K}$ προκύπτει $\lambda \approx 1.7 \times 10^{-5} \text{ AU}$ ($\lambda \approx 0.0036 R_{\odot}$).

Έτσι, οι συγκρούσεις στο πλάσμα κοντά στον Ήλιο είναι αρκετές ώστε το αέριο να συμπεριφέρεται σαν κοινό ρευστό. Σε μακρινότερες αποστάσεις όμως οι κρούσεις είναι ελάχιστες και θα μπορούσε κάποιος να ισχυριστεί ότι δεν πρόκειται για πλάσμα, αλλά για ένα σύνολο ανεξάρτητων φορτισμένων σωματιδίων. Όμως η παρουσία του μαγνητικού πεδίου αποτελεί τον δεσμό αλληλεπίδρασης μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων και έτσι το πλάσμα μπορεί και εκεί να προσεγγισθεί ως συνεχές ρευστό.

Το πλάσμα στο στέμμα είναι ισχυρά μαγνητισμένο και υπεραγώγιμο, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται εξαιρετικά μεγάλοι αριθμοί Reynolds και συνεπώς το μαγνητικό πεδίο είναι παγωμένο μέσα στο πλάσμα (βλ. Κεφ. 4). Πιο αναλυτικά, ξεκινώντας από τις εξισώσεις του Maxwell, όπως αυτές γράφονται σε πλάσμα υψηλής θερμοκρασίας και ηλεκτρικής αγωγιμότητας,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} \cong \frac{4\pi}{c} \vec{J}, \quad \vec{J} = \sigma \left(\vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right),$$

προκύπτει διαδοχικά,

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{J}}{\sigma} - \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} \right) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\frac{c}{4\pi\sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B} \right) - \frac{1}{c} \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}), \end{aligned}$$

δηλαδή, η γνωστή εξίσωση του δυναμό. Συναρτήσεϊ του συντελεστή διάχυσης, $\eta = c^2/4\pi\sigma$ και χρησιμοποιώντας και την διανυσματική ταυτότητα,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \underbrace{\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})}_0 - \vec{\nabla}^2 \vec{B} = -\vec{\nabla}^2 \vec{B},$$

η εξίσωση του δυναμό (ή εξίσωση της επαγωγής) γράφεται στη μορφή,

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{B}.$$

Είναι φανερό από την παραπάνω σχέση πως το μαγνητικό πεδίο του πλάσματος σε ένα συγκεκριμένο σημείο του χώρου μπορεί να αλλάξει με δύο φυσικούς μηχανισμούς: είτε με τη μεταφορά μαγνητικού πεδίου λόγω της κίνησης του υλικού, η οποία εκφράζεται από τον πρώτο όρο του δεξιού μέλους της τελευταίας σχέσης,

8 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

είτε με διάχυση του πεδίου λόγω της πεπερασμένης αγωγιμότητας του πλάσματος. Έτσι, οι δύο μηχανισμοί προκαλούν μεταβολή του μαγνητικού πεδίου σε ένα χαρακτηριστικό χρόνο.

Αν κυριαρχεί η μεταφορά, και το μαγνητικό πεδίο εξελίσσεται με ένα χαρακτηριστικό χρόνο $t_{\text{μεταφ.}}$. εξαιτίας του φαινομένου και αν L είναι το χαρακτηριστικό μήκος της χωρικής μεταβολής του πεδίου, τότε η σχέση επαγωγής γράφεται προσεγγιστικά ως εξής :

$$\frac{B}{t_{\text{μεταφ.}}} \approx \frac{VB}{L} \quad \Rightarrow \quad t_{\text{μεταφ.}} \approx \frac{L}{V}.$$

Εξάλλου, αν κυριαρχεί η διάχυση, με χαρακτηριστικό χρόνο $t_{\text{διαχ.}}$. τότε η εξίσωση της επαγωγής γράφεται ως εξής :

$$\frac{B}{t_{\text{διαχ.}}} \approx \eta \frac{B}{L^2} \quad \Rightarrow \quad t_{\text{διαχ.}} \approx \frac{L^2}{\eta}$$

Ο λόγος των δύο παραπάνω χαρακτηριστικών χρόνων αποτελεί ένα χαρακτηριστικό μέγεθος του μαγνητισμένου πλάσματος, τον *μαγνητικό αριθμό Reynolds*,

$$\frac{t_{\text{διαχ.}}}{t_{\text{μεταφ.}}} = \frac{\frac{L^2}{\eta}}{\frac{L}{V}} = \frac{L \cdot V}{\eta} = R_m.$$

Είναι φανερό πως αν $t_{\text{διαχ.}} \gg t_{\text{μεταφ.}}$, τότε το φαινόμενο της διάχυσης είναι πρακτικά ασήμαντο, αφού εξελίσσεται πολύ πιο αργά από τα φαινόμενα μεταφοράς. Άρα, όταν $R_m \gg 1$ η μεταφορά κυριαρχεί, ενώ όταν $R_m \ll 1$ κυριαρχεί η διάχυση.

Για το πλάσμα του ηλιακού στέμματος, όπου οι χαρακτηριστικές τιμές των φυσικών μεγεθών εκεί είναι,

$$L \simeq 10^{11} \text{ cm} \quad V \approx 10 \frac{\text{km}}{\text{sec}} = 10^6 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

$$\eta \approx 10^{13} T^{-3/2}, \quad T \sim 10^6, \quad \Rightarrow \quad \eta \simeq 10^4 \text{ cm}^2/\text{sec},$$

οπότε ο μαγνητικός αριθμός Reynolds προκύπτει

$$R_m \simeq 10^{13} \gg 1!$$

Επομένως ο χρόνος που χρειάζεται το μαγνητικό πεδίο του στέμματος για να διαχυθεί στο πλάσμα είναι περίπου 10^{13} φορές μεγαλύτερος από τον χρόνο που χρειάζεται για να μεταφερθεί *σαν οντότητα* σε μία απόσταση ίση με L , λόγω της κίνησης των θυλάκων πλάσματος. Το πλάσμα συμπαρασύρει στην κίνησή του το μαγνητικό πεδίο για αυτό τον λόγο λέμε ότι το μαγνητικό πεδίο είναι *παγωμένο εντός του πλάσματος* (βλ. Κεφ. 4).

Συνεκτιμώντας όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά του ηλιακού στέμματος, ο Parker έκανε τις ακόλουθες υποθέσεις για την αντιμετώπιση του προβλήματος της στεμματικής διαστολής:

6.5. Η ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ 9

1. Χρήση υδροδυναμικής - αγνοώντας τα μαγνητικά φαινόμενα σε μία πρώτη προσέγγιση του προβλήματος.
2. Το ρευστό θεωρείται ομοιογενές έτσι ώστε δεν γίνεται διάκριση μεταξύ ηλεκτρονίων και πρωτονίων.
3. Μελέτη της χρονοανεξάρτητης κατάστασης του φαινομένου ($\partial_t = 0$).
4. Απουσία φαινομένων εσωτερικής τριβής του ρευστού (αμελητέο ιξώδες).
5. Ακτινική και σφαιρικά συμμετρική εκτόνωση του πλάσματος.
6. Αμελητέα φαινόμενα περιστροφής.
7. Στέμμα πολύ μεγάλης αγωγιμότητας και συνεπώς ισόθερμο.

6.5 Η θερμική αγωγιμότητα του πλάσματος

Η ροή θερμότητας στο πλάσμα, όπως και σε κάθε υλικό μέσο, ικανοποιεί σε πρώτη προσέγγιση, τη σχέση του Fourier που εκφράζει το νόμο διατήρησης της ενέργειας:

$$\vec{J}_q = -\kappa \vec{\nabla} T,$$

όπου κ είναι ο συντελεστής της θερμικής αγωγιμότητας. Μια ποιοτική προσέγγιση της παραπάνω εξίσωσης μας δίνει:

$$J_q \approx \kappa \frac{\Delta T}{\Delta z},$$

με z τη διεύθυνση κατά μήκος της οποίας ρέει η θερμότητα. Εξάλλου, η ροή θερμότητας οφείλεται στη μεταφορά εσωτερικής ενέργειας μέσω συγκρούσεων Coulomb των ηλεκτρονίων. Άρα:

$$J_q = n V \Delta E = n V \lambda \frac{\Delta (kT)}{\Delta z} = k n V \lambda \frac{\Delta T}{\Delta z},$$

οπότε,

$$\kappa = k n V \lambda,$$

όπου το λ είναι η μέση ελεύθερη διαδρομή των ηλεκτρονίων στις σκεδάσεις τους με τα πρωτόνια και V είναι η μέση ταχύτητα. Αν οι σκεδάσεις θεωρηθούν ηλεκτρομαγνητικής φύσης δείξαμε ότι (βλ. ??),

10 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

$$\begin{aligned} \lambda n &= \frac{1}{\sigma_{\text{σκεδ.}}} \cong \frac{m_e^2 V^4}{2\pi e^4 \ln \Lambda} \cong \frac{9k^2 T^2}{2\pi e^4 \ln \Lambda} \quad \Rightarrow \\ \kappa &= \frac{9\sqrt{3}k^{7/2} T^{5/2}}{2\pi e^4 \sqrt{m_e} \ln \Lambda} = \kappa_0 T^{5/2}, \\ \kappa &\cong 2.4 \times 10^{-6} T^{5/2} \frac{\text{erg}}{\text{cm} \cdot \text{K} \cdot \text{sec}}. \end{aligned}$$

Η θερμική αγωγιμότητα του χαλκού σε θερμοκρασία δωματίου είναι ίση με

$$\kappa_{\text{Cu}} \cong 1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{K} \cdot \text{sec}}.$$

Επομένως, στο ηλιακό στέμμα, όπου η θερμοκρασία είναι της τάξης των 10^6 K , η θερμική αγωγιμότητα του πλάσματος εκεί προκύπτει ($1 \text{ cal} = 4.18 \times 10^7 \text{ erg}$),

$$\kappa \approx 2.4 \times 10^9 \frac{\text{erg}}{\text{cm} \cdot \text{K} \cdot \text{sec}} \cong 57 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{K} \cdot \text{sec}} \cong 57\kappa_{\text{Cu}}!$$

Δηλαδή, η θερμική αγωγιμότητα του πλάσματος του ηλιακού στέμματος είναι πολύ υψηλή, υψηλότερη ακόμη και από τη θερμική αγωγιμότητα του χαλκού.

6.6 Το υποθετικό στατικό στέμμα του Charman (1957)

Στην προηγούμενη παράγραφο υπολογίσαμε ότι η θερμική αγωγιμότητα πλάσματος έχει την εξής εξάρτηση από την θερμοκρασία:

$$\kappa = \kappa_0 T^{5/2}, \quad \kappa_0 = 2.4 \times 10^{-6} \text{ (C.G.S.)}.$$

Επειδή απουσία πηγών ή καταναλωτών η ενέργεια διατηρείται, η ροή θερμότητας υπακούει στην εξίσωση:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T) = 0.$$

Σε σφαιρικές συντεταγμένες (r, θ, ϕ) , η εξίσωση αυτή γράφεται,

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \kappa_0 T^{5/2} \frac{dT}{dr} \right) &= 0, \quad r^2 \kappa_0 T^{5/2} \frac{dT}{dr} = -\frac{2}{7} \kappa_0 c_1 = \text{σταθ.} \\ \Rightarrow \frac{d}{dr} T^{7/2} &= -\frac{c_1}{r^2} \Rightarrow T^{7/2} = c_2 + \frac{c_1}{r}. \end{aligned}$$

Καθώς $r \rightarrow \infty$, $T \rightarrow 0$ και επομένως $c_2 = 0$. Άρα,

6.7. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΟΥ ΣΤΑΤΙΚΟΥ ΣΤΕΜΜΑΤΟΣ ΤΟΥ CHAPMAN 11

$$T_{\text{Chap}} = \frac{T_o}{R^{2/7}}, \quad R = \frac{r}{r_o}, \quad (6.6)$$

όπου r_o η ακτίνα της βάσης του στέμματος, π.χ., η ηλιακή ακτίνα. Επομένως έχουμε μία πολύ αργή πτώση της θερμοκρασίας ως συνάρτηση της απόστασης : το στέμμα προκύπτει περίπου ισόθερμο.

Για χαρακτηριστικά μεγέθη του διαπλανητικού χώρου στην απόσταση της Γης, $R_E \simeq 215$ και $T_o \simeq 10^6 \text{ K}$, προκύπτει $T_E \simeq 220.000 \text{ K}$, μία θερμοκρασία που είναι κάπως μεγαλύτερη από αυτή που παρατηρείται στο χώρο γύρω από τη Γη. Για το μακρινό μεσοπλανητικό διάστημα (ISM) και τα όρια του πλανητικού μας συστήματος με το μεσοαστρικό χώρο όπου $r \simeq 100 \text{ AU} \Rightarrow R \simeq 10^4$, έχουμε

$$T_{\text{Chap}} \sim \frac{T_o}{10^{8/7}} \sim \frac{10^6}{10^{8/7}} \simeq 72000 \text{ K}.$$

Στα επόμενα θα υπολογίσουμε την πίεση που ασκεί στο μεσοαστρικό χώρο ένα στατικό στέμμα σε δυναμική ισορροπία με την προηγούμενη κατανομή της θερμοκρασίας.

6.7 Δυναμική ισορροπία του στατικού στέμματος του Chapman

Συνεχίζουμε τη διερεύνηση της δυνατότητας για ένα στατικό στέμμα ($\vec{V} = 0$), όπου η βαθμίδα της πίεσης εξισορροπεί την βαρύτητα, ενώ λόγω διατήρησης της ενέργειας η θερμοκρασία πέφτει με το νόμο $T = T_o/R^{2/7}$. Έτσι έχουμε,

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{GM_\odot}{r^2}, \quad P = \frac{2k}{m} \rho T, \quad T(r) = T_o \left(\frac{r_o}{r}\right)^{2/7}.$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις αυτές προκύπτει

$$\frac{d \ln(P)}{dr} = -\frac{GM_\odot m_p}{2k r^2 T(r)} \Rightarrow \frac{d \ln(P)}{dR} = -\lambda \frac{1}{R^{12/7}}, \quad \lambda = \frac{GM_\odot m_p}{2k T_o r_o}.$$

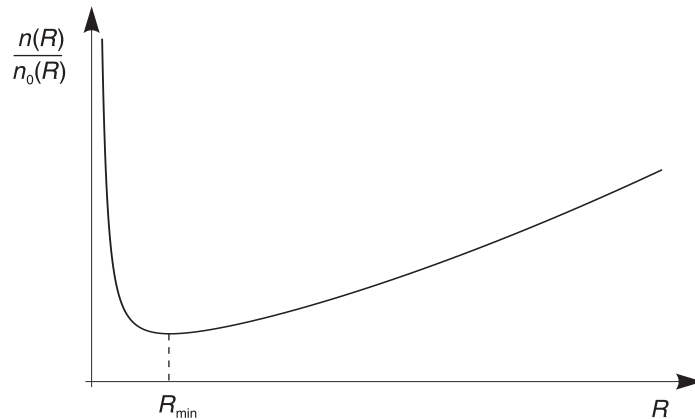
Επομένως,

$$\frac{P(R)}{P(1)} = \exp \left[-\frac{7\lambda}{5} \left(1 - R^{-5/7} \right) \right] \Rightarrow n(R) = n_o R^{2/7} \exp \left[-\frac{7\lambda}{5} \left(1 - R^{-5/7} \right) \right]$$

Αξίζει να διευκρινισθεί ότι αυτή η σταθερά λ δεν έχει καμμία σχέση με τη σταθερά για τη μέση ελεύθερη διαδρομή των σκεδάσεων *Coulomb* $e - p$ στο πλάσμα, η οποία υποδηλώνεται με το ίδιο σύμβολο.

Μια σύντομη διερεύνηση της τελευταίας σχέσης δίνει κάποια ενδιαφέροντα πορίσματα. Καταρχήν, βλέπουμε ότι η πυκνότητα έχει ένα ελάχιστο και μετά αυξάνει (βλ. Σχ. 6.4). Αυτή η αύξηση της πυκνότητας με την απόσταση δεν είναι φυσικά

12 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.4: Η αδιάστατη αριθμητική πυκνότητα των σωματιδίων του στατικού στέμματος $n(R)/n(R=1) = n(R)/n_0$ στο μοντέλο Charman ως συνάρτηση της απόστασης R .

αποδεκτή, αν και τουλάχιστον μέχρι την απόσταση της Γης η πυκνότητα ελαττώνεται.

Στη βάση του στέμματος όπου $R \rightarrow 1$, γράφοντας $R = 1 + \epsilon$, η πυκνότητα συμπεριφέρεται ως εξής,

$$n(r) \simeq n_0 e^{-\lambda(R-1)},$$

δηλαδή, μειώνεται εκθετικά. Στην απόσταση της Γης $R \simeq 215 (\simeq 1 \text{ AU})$ η πυκνότητα γίνεται ίση με $n_E \simeq (10^2 - 10^3) \text{ cm}^{-3}$, η οποία είναι υψηλότερη σε σχέση με αυτή που καταμετρούν οι δορυφόροι. Το ελάχιστο της πυκνότητας προκύπτει σε απόσταση,

$$R_{min} = \left(\frac{7\lambda}{2} \right)^{\frac{7}{5}}.$$

Όμως,

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{esc}}{V_s} \right)^2, \quad V_s^2 = \frac{2kT}{m} = \frac{P}{\rho}.$$

Για τις συνθήκες που επικρατούν στο ηλιακό στέμμα ($V_{esc} \simeq 617 \text{ km/sec}$, $T \simeq 10^6 \text{ K}$, $V_s \simeq 130 \text{ km/sec}$), έχουμε

$$\lambda \approx 11.5 \simeq 12,$$

$R_{min} = 42^{7/5} \simeq 187$, δηλαδή, το ελάχιστο αντιστοιχεί σε περίπου την απόσταση της Γης ($R \simeq 215$).

Τρίτον, σε μεγάλες αποστάσεις ($R \rightarrow \infty$) ισχύει,

$$\frac{P_{ISM}}{P(1)} \simeq \frac{P(\infty)}{P(1)} = e^{-\frac{7\lambda}{5}} \simeq 10^{-16.8/\ln 10} = 10^{-7.3},$$

6.8. ΓΙΑΤΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙΤΑΙ Ο ΗΛΙΑΚΟΣ ΑΝΕΜΟΣ; 13

($\ln 10 = 2.303$) και επειδή η πίεση στη βάση του στέμματος $P(1)$, είναι ίση με

$$P(1) = 2n_0 k T_0 = 2 \times 10^8 \times (1.4 \times 10^{-16}) \times 10^6 = 2.8 \times 10^{-2} \left(\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2} \right),$$

έχουμε για την πίεση του παρόντος μοντέλου Charman στην απόσταση του μεσοαστρικού αερίου, όπου το πλάσμα είναι σε δυναμική ισορροπία,

$$P_{\text{ISM}} \simeq 2.8 \times 10^{-9.3} \left(\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2} \right).$$

Βρήκαμε όμως προηγουμένως ότι στην απόσταση του μεσοαστρικού αερίου η θερμοκρασία Charman είναι, $T_{\text{Chap}} \sim T_o/10^{\frac{8}{7}} \sim 10^6/10^{\frac{8}{7}} \simeq 72000 \text{ K}$. Έτσι, η πίεση στην απόσταση του μεσοαστρικού αερίου πυκνότητας $n \simeq 1 \text{ cm}^{-3}$ είναι ,

$$P_{\text{ISM}}^{\text{para}} = 2n_{\text{ISM}} k T_{\text{ISM}} = 2 \times 1 \times (1.4 \times 10^{-16}) \times 7 \times 10^4 = 2 \times 10^{-11} \left(\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2} \right).$$

Δηλαδή, το μοντέλο μας δίνει ότι η Ηλιόσφαιρα ασκεί πίεση στο μεσοαστρικό χώρο P_{ISM} η οποία είναι 2 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από την παρατηρούμενη $P_{\text{ISM}}^{\text{para}}$.

Έτσι, αυτό το μοντέλο δίνει τιμή πίεσης στα όρια της Ηλιόσφαιρας που είναι αρκετά μεγαλύτερη από αυτή του μεσοαστρικού χώρου. Επομένως, εάν το στέμμα ήταν στατικό δεν θα μπορούσε να ισορροπίσει με το μεσοαστρικό αέριο. Γιαυτό, δεν έχει άλλη επιλογή από το να διαστέλλεται με τη μορφή του ηλιακού ανέμου. **Αυτό ακριβώς ήταν το σκεπτικό που οδήγησε τον Parker στην πρόταση του διαστελλόμενου ($V \neq 0$) Στέμματος** [Parker (1958) Phys. Fluids,1, 171].

Πρόβλημα 6.1

Κάνετε γραφικές παραστάσεις της θερμοκρασίας, πυκνότητας και πίεσης του πλάσματος στο μοντέλο του Charman σαν συνάρτηση της απόστασης R . Υπολογίστε την θερμοκρασία, πίεση και πυκνότητα στην απόσταση της Γης $R_E = 215$ και στο μεσοαστρικό χώρο υποθέτοντας στη βάση του στέμματος $T_o = 10^6 \text{ K}$, $n_o = 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $\lambda \simeq 12$. Υπολογίστε σε ποια απόσταση αντιστοιχεί το ελάχιστο της πυκνότητας. Στο διάγραμμα της πυκνότητας τοποθετείστε και την πυκνότητα $\rho_{\text{static}}(R) = e^{\lambda(\frac{1}{R}-1)}$ που αντιστοιχεί σε μία ισόθερμη ατμόσφαιρα σε δυναμική ισορροπία με την βαρύτητα [βλ. Εξ. (6.18)].

6.8 Γιατί δημιουργείται ο Ηλιακός άνεμος;

Συνοψίζοντας, η θεωρία του Parker για την δημιουργία του ηλιακού ανέμου στηρίζεται στα εξής γεγονότα:

14 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

1. Το στέμμα έχει υψηλή θερμοκρασία $T \sim 10^6 - 10^7$ K, σε αντίθεση με την χαμηλή θερμοκρασία του μεσοαστρικού χώρου $T \sim 100$ K.
2. Το πλάσμα έχει υψηλή θερμική αγωγιμότητα κ . Έτσι αν η μεταφορά θερμότητας γίνεται **μόνο** με αγωγή (στατικό στέμμα), τότε η ροή θερμότητας υπακούει το νόμο του Fourier:

$$J_Q = -\kappa(T)\vec{\nabla}T$$

Για υψηλής θερμοκρασίας πλάσμα ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας είναι:

$$\kappa(T) \approx 33 \times 10^{-15} T^{5/2} \frac{\text{cal}}{\text{cm sec K}},$$

και επομένως για τις θερμοκρασίες του ηλιακού στέμματος ($T \sim 10^6$ K) έχουμε $\kappa \approx 33 \text{ cal/cm sec K}$, (για χαλκό, ασήμι: $\kappa \approx 1 \text{ cal/cm sec K}$).

3. Εξαιτίας της υψηλής θερμικής αγωγιμότητας σε ένα στατικό στέμμα ($\vec{V} = 0$), η ροή θερμότητας ικανοποιεί την εξίσωση διατήρησης της ενέργειας:

$$\vec{\nabla} \left[\kappa(T)\vec{\nabla}T \right] = 0 \Rightarrow T = \frac{T_0}{R^{2/7}}.$$

Στα όρια της ηλιόσφαιρας, $R \approx 10^4 \Rightarrow T = 10^6 / 10^{8/7} \approx 10^5 \gg 100 \text{ K} \sim T_{ISM}$. Επομένως μια στατική ατμόσφαιρα δεν μπορεί να δώσει το σωστό *ταίριασμα* στέμματος - μεσοαστρικού χώρου. Άρα, απαιτείται *διαστολή της ηλιακής ατμόσφαιρας*.

4. Ο νόμος του Bernoulli, κατά τον οποίο το άθροισμα της θερμικής, κινητικής και βαρυτικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας είναι σταθερό, στην περίπτωση του ηλιακού ανέμου δίνει

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{2kT_0}{m} + \underbrace{\frac{V_0^2}{2}}_0 - \frac{GM_\odot}{r_0} = \underbrace{\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{2kT_\infty}{m}}_0 + \frac{V_\infty^2}{2} - \underbrace{\frac{GM_\odot}{r_\infty}}_0.$$

Άρα το στέμμα μπορεί να διαστέλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε να αποκτά μια μεγάλη και περίπου σταθερή ταχύτητα σε μεγάλες αποστάσεις. Από αυτή την εξίσωση φαίνεται ότι η ασυμπτωτική (πεπερασμένη) ταχύτητα του ηλιακού ανέμου V_∞ προέρχεται από την μετατροπή της θερμικής ενέργειας στη βάση, σε κινητική. Αυτή ακριβώς η συλλογιστική οδήγησε τον Parker (1958) στο να προβλέψει την ύπαρξη του *ηλιακού ανέμου*, κάτι που επιβεβαίωσαν οι μετρήσεις των πρώτων διαστημοπλοίων, Mariner 2 (1962).

6.9 Μετατροπή τυχαίων κινήσεων σε κατευθυνόμενες κινήσεις

Ο ηλιακός άνεμος είναι μια υπερηχητική εκτόνωση του πλάσματος της ατμόσφαιρας του Ήλιου. Η αναλυτική/μαθηματική επίλυση του προβλήματος ίσως να μην παρουσιάζει με σαφήνεια την φυσική διαδικασία που κρύβεται πίσω από αυτό το φαινόμενο. Για το λόγο αυτό, ας μελετήσουμε πρώτα ένα φαινόμενο το οποίο έχει μαθηματική ομοιότητα με τον Ηλιακό άνεμο, τη ροή αερίου από ένα ακροφύσιο του Laval που συναντάμε στην έξοδο των καυσίμων ενός πυραύλου (βλ. Σχ. 6.5).

Έστω λοιπόν ένας σωλήνας μεταβλητής διατομής $A(s)$, με s το την απόσταση κατά μήκος του σωλήνα, εντός του οποίου κινείται ένα αέριο. Η εξίσωση της συνέχειας για αυτή την περίπτωση, αν θεωρηθεί ότι η μακροσκοπική κίνηση του ρευστού γίνεται μόνο κατά μήκος του σωλήνα, μπορεί να γραφτεί ως εξής,

$$\rho V A = \text{σταθ.} \quad (6.7)$$

Επίσης, η εξίσωση της ορμής ($2^{\text{ος}}$ νόμος του Νεύτωνα), αγνοώντας την βαρύτητα, γράφεται,

$$\rho V dV = -dP, \quad (6.8)$$

όπου P η πίεση. Η εξίσωση αυτή μπορεί να ξαναγραφεί ως εξής,

$$\frac{dP}{\rho} = \frac{dP}{d\rho} \frac{d\rho}{\rho} = -V dV. \quad (6.9)$$

Προσδιορίζοντας την φύση της θερμοδυναμικής μεταβολής που υφίσταται το αέριο, είναι δυνατός ο προσδιορισμός της ποσότητας $dP/d\rho$. Εάν η ροή είναι αδιαβατική για παράδειγμα, τότε

$$\frac{dP}{d\rho} = V_s^2, \quad (6.10)$$

όπου V_s είναι η ταχύτητα του ήχου.

Έτσι, η εξίσωση της κίνησης γράφεται,

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{V}{V_s^2} dV.$$

Επιστρέφοντας στην εξίσωση της συνέχειας, αν την διαφορίσουμε έχουμε

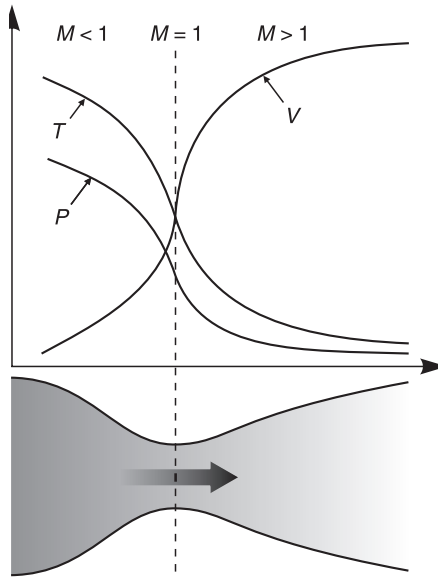
$$\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} + \frac{d\rho}{\rho} = 0.$$

Η ποσότητα $d\rho/\rho$ έχει υπολογιστεί προηγουμένως, άρα

$$\frac{dA}{A} = \left(\frac{V^2}{V_s^2} - 1 \right) \frac{dV}{V} = (M^2 - 1) \frac{dV}{V}. \quad (6.11)$$

Η τελευταία εξίσωση είναι θεμελιώδης και συνδέει το νόμο μεταβολής της ταχύτητας με το νόμο μεταβολής της διατομής του ακροφυσίου. Μια σύντομη διερεύνηση αυτής της εξίσωσης μας δίνει τα εξής συμπεράσματα:

16 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.5: Μεταβολή της ταχύτητας (V), αριθμού Mach (M), θερμοκρασίας (T) και πίεσης (P) στο ακροφύσιο του Laval. Η ροή ξεκινά με χαμηλή υποηχητική ταχύτητα στο θάλαμο καύσης (αριστερά), σπάζει το φράγμα του ήχου ($M = 1$) στο στένωμα του ακροφυσίου, ενώ γίνεται υπερηχητική και συνεχώς επιταχυνόμενη μετά το στένωμα. Η επιτάχυνση της ροής οφείλεται στη συνεχή ελάττωση της πίεσης με την απόσταση κατά μήκος του ακροφυσίου. Αντίστοιχα έχουμε και μία συνεχή πτώση της θερμοκρασίας με την απόσταση κατά μήκος του ακροφυσίου.

- Αν $V < V_s$, $M < 1$ τότε τα dA και dV είναι ετερόσημα, δηλαδή στένωση του ακροφυσίου σε υποηχητική ροή προκαλεί επιτάχυνση του ρευστού και το αντίθετο.
- Αν $dA = 0$ τότε και $dV = 0$, εκτός αν $V = V_s$, $M = 1$ οπότε ικανοποιείται η εξίσωση και για μη-μηδενική τιμή του dV . Δηλαδή, αν το ακροφύσιο έχει κάποιο στένωμα, τότε εκεί η ταχύτητα θα εμφανίζει ακρότατο, εκτός αν η τιμή της είναι ακριβώς ίση με την ταχύτητα του ήχου, οπότε μπορεί να έχει επιτάχυνση ή επιβράδυνση.
- Αν $V > V_s$, $M > 1$ τότε τα dA και dV είναι ομόσημα, δηλαδή, αν η ροή είναι υπερηχητική, η διέρυση του ακροφυσίου προκαλεί επιτάχυνση, σε αντίθεση με την υποηχητική περίπτωση.

Γνωρίζοντας το σχήμα του ακροφυσίου $A(s)$, και με βάση αυτά τα συμπεράσματα μπορούμε να κάνουμε μια ποιοτική μελέτη της εξέλιξης της ταχύτητας $V(s)$ συναρτήσει της απόστασης s κατά μήκος του ακροφυσίου, όπως στο Σχ. 6.5. Στη συνέχεια, από μία πολυτροπική σχέση πίεσης και πυκνότητας μπορούμε από την υπολογιζόμενη ταχύτητα να βρούμε την πυκνότητα, μέσω της εξίσωσης της συνέχειας και κατόπιν την πίεση P . Τέλος, από την καταστατική εξίσωση υπολογίζεται η πτώση της θερμοκρασίας $T(s)$, όπως στο Σχ. 6.5.

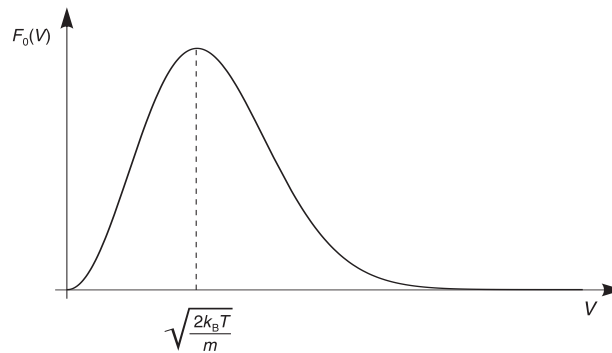
6.10 Το Ισόθερμο Μοντέλο του Ηλιακού Ανέμου

Οι βασικές εξισώσεις που διέπουν το απλούστερο (ισόθερμο) μοντέλο του Ηλιακού ανέμου προέρχονται από τους γνωστούς νόμους διατήρησης μάζας και ορμής,

$$\frac{d}{dr} (\bar{\rho} V r^2) = 0, \quad (6.12)$$

$$\bar{\rho} V \frac{dV}{dr} = -\frac{d\bar{P}}{dr} - \bar{\rho} \frac{G M_{\odot}}{r^2}, \quad (6.13)$$

όπου \bar{P} , $\bar{\rho}$, η πίεση και η πυκνότητα του πλάσματος, αντίστοιχα. Αυτά τα δύο μεγέθη συνδέονται με τη σχέση $\bar{P} = \bar{\rho} V_{so}^2$, όπου $V_{so} = \sqrt{2kT_o/m}$ είναι η πιο πιθανή ταχύτητα των πρωτονίων, τα οποία ακολουθούν κατανομή Maxwell-Boltzmann θερμοκρασίας T_o (βλ. Κεφ. 3, Σχ. 3.3, V_{max}). Για $T_o = 10^6$ K, $V_{so} \simeq 130$ km/sec.



Σχήμα 6.6: Η πιο πιθανή ταχύτητα των πρωτονίων σε μία κατανομή Maxwell-Boltzmann ομοιόμορφης θερμοκρασίας $T = T_o$.

Για απλούστευση των εξισώσεων θα χρησιμοποιήσουμε αδιάστατες μεταβλητές για την ακτινική απόσταση (R), την ταχύτητα (τον αριθμό Mach M) και την αδιάστατη πυκνότητα ρ , τις οποίες ορίζουμε ως εξής:

$$R = \frac{r}{r_o}, \quad M = \frac{V}{V_{so}} = \text{Αριθμός Mach}, \quad \rho = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_o}. \quad (6.14)$$

Επίσης, ορίζουμε την ακόλουθη χρήσιμη παράμετρο,

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{esc}}{V_{so}} \right)^2 = \frac{G M_{\odot} m}{2 r_o k T_o}. \quad (6.15)$$

η οποία για $T_o = 10^6$ K, $V_{so} \simeq 130$ km/sec, $V_{esc} \simeq 617$ km/sec έχει την τιμή $\lambda \simeq 12$, και η οποία δεν πρέπει να συγχέεται με το ίδιο σύμβολο λ που ορίσαμε στο Κεφ. 1 για την μέση ελεύθερη διαδρομή των σκεδάσεων Coulomb $e - p$. Με την βοήθεια αυτών των αδιάστατων μεταβλητών οι αρχικές εξισώσεις απλοποιούνται

18 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

στις ακόλουθες δύο (αδιάστατες) εξισώσεις για τα $\rho(R)$ και $M(R)$,

$$\frac{d}{dR} (\rho M R^2) = 0, \quad (6.16)$$

$$\rho M \frac{dM}{dR} + \frac{d\rho}{dR} + \lambda \frac{\rho}{R^2} = 0. \quad (6.17)$$

Οι συνοριακές συνθήκες για τις παραπάνω εξισώσεις είναι για $R = 1$, $\rho = 1$ και $M \ll 1$. Στο όριο της στατικής λύσης $M = 0$ ισχύει

$$\frac{d \ln \rho}{dR} = -\frac{\lambda}{R^2} \Rightarrow \rho = C e^{\frac{\lambda}{R}},$$

όπου C μία σταθερά. Για $R = 1$, από τις συνοριακές συνθήκες ισχύει $\rho = 1$ και έτσι,

$$C = e^{-\lambda} \Rightarrow \rho_{\text{static}}(R) = e^{\lambda(\frac{1}{R}-1)}. \quad (6.18)$$

Όταν $R \rightarrow \infty$ η πυκνότητα συμπεριφέρεται ως εξής

$$\rho_{\text{static}}(R \rightarrow \infty) = \exp(-\lambda) = 10^{-\lambda/\ln(10)} \simeq 10^{-5},$$

δηλαδή, στη στατική περίπτωση η πυκνότητα γίνεται πεπερασμένη και δεν τείνει στο μηδέν. Αυτή είναι άλλη μια επαλήθευση του γεγονότος ότι χωρίς πεπερασμένη μεγάλης κλίμακος κίνηση του πλάσματος, το στατικό στέμμα αδυνατεί να βρεθεί σε ισορροπία με το διαστρικό μέσο.

Επανερχόμενοι στο διαστελλόμενο στέμμα, αναζητείται η εξίσωση η οποία καθορίζει την εξάρτηση του αριθμού Mach από την αδιάστατη ακτίνα R . Από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει διαφορίζοντας,

$$\rho M R^2 = \mu = \text{σταθ.} \Rightarrow 2 \frac{dR}{R} + \frac{dM}{M} + \frac{d\rho}{\rho} = 0,$$

και εισάγοντας αυτό το αποτέλεσμα στην εξίσωση διατήρησης της ορμής προκύπτει,

$$\frac{1}{2} \frac{dM^2}{dR} + \frac{d \ln \rho}{dR} + \frac{\lambda}{R^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{dM^2}{dR} - \frac{1}{2M^2} \frac{dM^2}{dR} - \frac{2}{R} + \frac{\lambda}{R^2} = 0,$$

δηλαδή,

$$\frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dR} = \frac{2}{R^2} \frac{2R - \lambda}{M^2 - 1}. \quad (6.19)$$

Αυτή η πρωτοτάξια, μη γραμμική διαφορική εξίσωση που διέπει τη συνάρτηση $M(R)$ αξίζει ιδιαίτερης προσοχής στο σημείο $M = 1$, $R = R_c \equiv \lambda/2$.

- Στην περίπτωση όπου συγχρόνως ($M \neq 1$, $R = \lambda/2$), η επιτάχυνση του ρευστού είναι εκεί αναγκαστικά μηδενική

$$\frac{dM}{dR} = 0.$$

6.11. ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΟΥ ΗΛΙΑΚΟΥ ΑΝΕΜΟΥ 19

- Εάν ($M = 1, R \neq \lambda/2$), η επιτάχυνση του ρευστού γίνεται εκεί άπειρη,

$$\frac{dM}{dR} \rightarrow \infty.$$

- Στην ειδική περίπτωση όπου $M = 1, R = R_c = \lambda/2$ εμφανίζεται απροσδιοριστία στην επιτάχυνση (μηδενισμός του αριθμητή και του παρονομαστή). Άρση αυτής της απροσδιοριστίας με τον κανόνα l' Hospital δίνει πεπερασμένη τιμή της επιτάχυνσης,

$$\frac{dM}{dR} = \text{πεπερασμένο}.$$

Το συγκεκριμένο αυτό σημείο ονομάζεται *κρίσιμο*, ακριβώς εξαιτίας αυτής της απροσδιοριστίας.

6.11 Τοπολογία των λύσεων της εξίσωσης του Ηλιακού Ανέμου - το κρίσιμο σημείο

Το κρίσιμο σημείο, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, βρίσκεται στη θέση $R = R_c = \lambda/2$ και $M = M_c = 1$, οπότε η εξίσωση Mach παίρνει την απροσδιόριστη μορφή του τύπου,

$$\left. \frac{dM}{dR} \right|_{(M_c, R_c)} = \frac{0}{0}.$$

Ο υπολογισμός της κλίσης της εφαπτομένης μπορεί να γίνει με τον κανόνα του l'Hospital ή με τον εξής τρόπο,

$$\left. \begin{matrix} R = R_c (1 + \varepsilon) \\ M = M_c (1 + \xi) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{2\xi}{R_c \varepsilon} = \frac{2}{R_c^2} \frac{2R_c(1 + \varepsilon) - \lambda}{2\xi} \Rightarrow \frac{\xi}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\xi}.$$

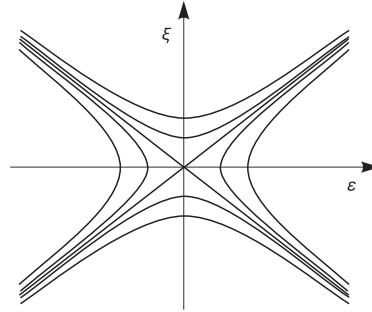
Επομένως, από το κρίσιμο σημείο διέρχονται δύο λύσεις με κλίσεις $\xi/\varepsilon = \pm 1$ αντίστοιχα. Η λύση που διέρχεται με το θετικό πρόσημο αντιστοιχεί σε άνεμο τύπου Parker, ενώ η λύση που διέρχεται από το κρίσιμο σημείο με αρνητικό πρόσημο αντιστοιχεί σε προσρόφηση τύπου Bondi. Άρα, η αδιάστατη πεπερασμένη επιτάχυνση στο κρίσιμο σημείο είναι,

$$\left. \frac{dM}{dR} \right|_{(M_c, R_c)} = \frac{1}{R_c} \frac{\xi}{\varepsilon} = \pm \frac{2}{\lambda}.$$

6.12 Το ολοκλήρωμα Bernoulli

Η διαφορική εξίσωση Mach, παρόλο που είναι μη γραμμική, είναι *χωριζομένων μεταβλητών* και συνεπώς μπορεί ολοκληρωθεί και να δώσει το ολοκλήρωμα του

20 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.7: Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\xi(\varepsilon)$.

Bernoulli,

$$\begin{aligned} \frac{M^2 - 1}{2M^2} \frac{dM^2}{dR} &= \frac{2}{R} - \frac{\lambda}{R^2} = \frac{d \ln R^2}{dR} + \frac{d}{dR} \left(\frac{\lambda}{R} \right) = \frac{d}{dR} \left[\frac{\lambda}{R} + \ln R^2 \right] \\ \Rightarrow \frac{d}{dR} \left\{ \frac{M^2}{2} - \ln M - \frac{\lambda}{R} - \ln R^2 \right\} &= 0. \end{aligned}$$

Άρα, προκύπτει μια διατηρήσιμη ποσότητα, η οποία χρησιμοποιώντας και τη διατήρηση της μάζας ($\rho M R^2 = \mu$) γράφεται και ως εξής,

$$\frac{M^2}{2} - \ln M - \frac{\lambda}{R} - \ln R^2 = \frac{M^2}{2} + \ln \rho - \frac{\lambda}{R} - \ln \mu = E - \ln \mu = -\ln B \quad (6.20)$$

$$\frac{M^2}{2} + \ln \rho - \frac{\lambda}{R} = E, \quad \ln M - \frac{M^2}{2} + \frac{\lambda}{R} + \ln R^2 = \ln B, \quad (6.21)$$

όπου τα E ή B είναι μία σταθερά, που ως γνωστόν φυσιολογικά προκύπτει από την ολοκλήρωση της πρωτοτάξιας διαφορικής εξίσωσης Mach. Η σταθερά Bernoulli E ή B είναι η δεύτερη διατηρήσιμη ποσότητα, μετά το μ , και καθορίζεται από τις συνοριακές συνθήκες. Για παράδειγμα, στο τέλος της ροής, στην ηλιόσφαιρα, απαιτείται $\rho(R \rightarrow \infty) \simeq \rho_{ISM} \simeq 0$. Εξάλλου, η τιμή του B μπορεί να βρεθεί και από τις συνθήκες στο κρίσιμο σημείο, οι οποίες και καθορίζουν τις συνθήκες στο άπειρο, βλ. Εξ. (6.23).

6.13 Λύσεις της ενεργειακής εξίσωσης Bernoulli

Η δυσκολία της επίλυσης του ολοκλήρωματος Bernoulli οφείλεται στο γεγονός ότι το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης είναι μια πεπλεγμένη σχέση μεταξύ M και R . Για να γίνει δυνατή κάποια μελέτη, η εξίσωση Bernoulli γράφεται ως εξής,

6.13. ΛΥΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ BERNOULLI 21

$$\ln M - \frac{M^2}{2} = \ln B - \ln R^2 - \frac{\lambda}{R}, \quad (6.22)$$

οπότε, θέτοντας

$$g(R) \equiv B \frac{e^{-\frac{\lambda}{R}}}{R^2} \quad \text{και} \quad f(M) \equiv M e^{-\frac{M^2}{2}},$$

η σχέση Bernoulli γράφεται ισοδύναμα $g(R) = f(M)$. Από τις εκφράσεις των δύο συναρτήσεων προκύπτει,

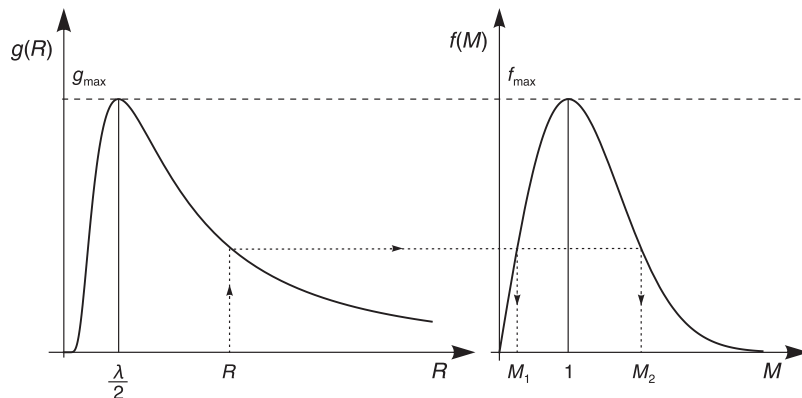
$$g_{max} = g\left(R = \frac{\lambda}{2}\right) = \frac{4B}{e^2 \lambda^2} \quad \text{και} \quad f_{max} = \frac{1}{\sqrt{e}} = f(M = 1).$$

Έστω B_c η τιμή του B για την οποία $g_{max} = f_{max}$, η οποία προκύπτει ίση με

$$B_c = \frac{\lambda^2 e^{\frac{3}{2}}}{4}. \quad (6.23)$$

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις, ανάλογα με την τιμή της σταθεράς B :

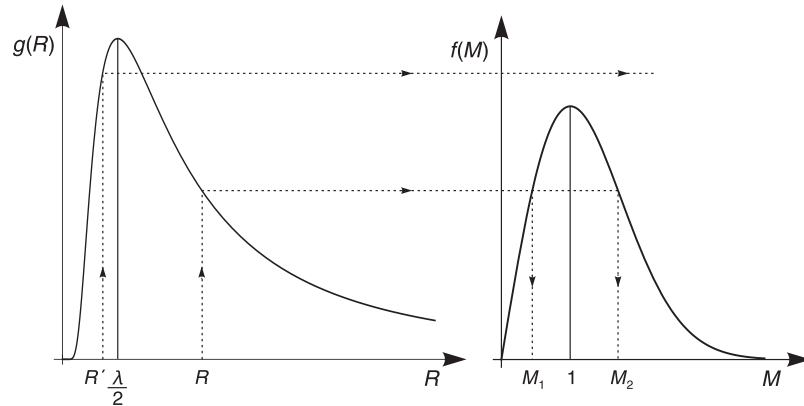
1. $B = B_c$. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν πάντα 2 λύσεις $M(R)$ για κάθε R (βλ. Σχ. 6.8).



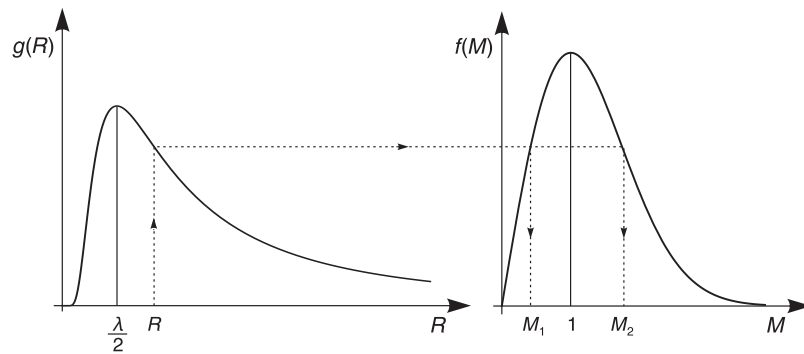
Σχήμα 6.8: Η περίπτωση $B = B_c$.

2. $B > B_c$. Σ' αυτή την περίπτωση διακρίνονται 2 υποπεριπτώσεις, ανάλογα με την τιμή της σταθεράς B (βλ. Σχ. 6.9):
 - Αν $R \leq \frac{\lambda}{2}$ μπορεί να μην υπάρχει λύση.
 - Όταν $R \geq \frac{\lambda}{2}$ μπορεί να υπάρχουν δύο λύσεις.
3. $B < B_c$. Εμφανίζονται πάντα δύο λύσεις για κάθε R (βλ. Σχ. 6.10).

22 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



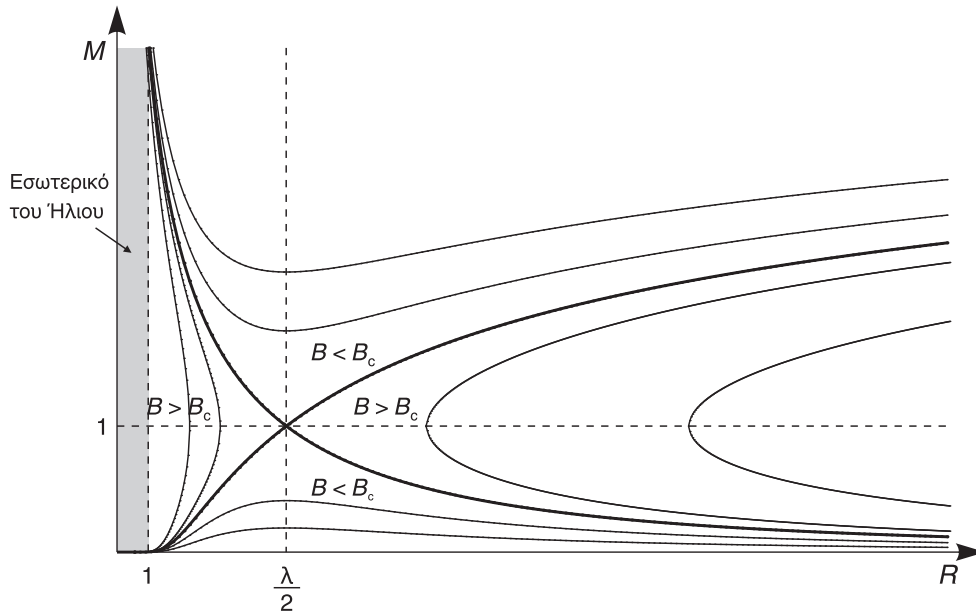
Σχήμα 6.9: Η περίπτωση $B > B_c$.



Σχήμα 6.10: Η περίπτωση $B < B_c$.

Όλες οι αντίστοιχες λύσεις των παραπάνω περιπτώσεων για τις διάφορες τιμές του B μπορούν να παρασταθούν σε ένα συγκεντρωτικό διάγραμμα (βλ. Σχ. 6.11) όπου φαίνονται οι διάφορες λύσεις $M(R)$ της εξίσωσης Bernoulli για τις διάφορες δυνατές τιμές της σταθεράς B .

6.14. ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΑ ΑΠΟΔΕΚΤΗΣ ΛΥΣΗΣ 23

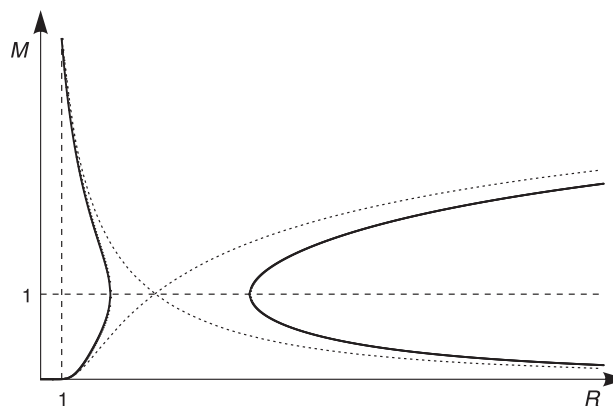


Σχήμα 6.11: Οι διάφορες λύσεις της εξίσωσης Bernoulli.

6.14 Επιλογή της φυσικά αποδεκτής λύσης

Για την επιλογή της φυσικά αποδεκτής λύσης διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

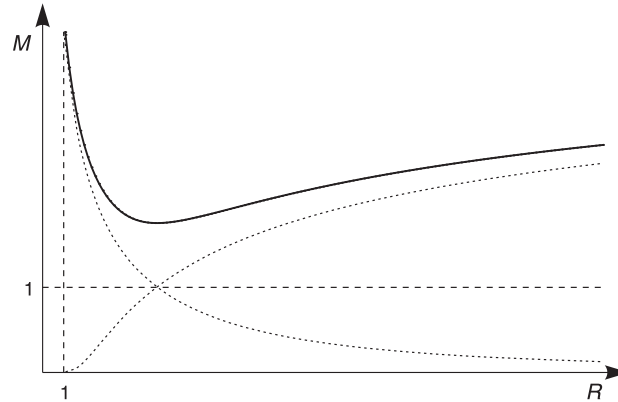
1. $B > B_c$. Οι λύσεις έχουν τη μορφή του Σχ. 6.12 Αυτές οι λύσεις δεν συνδέουν περιοχές που βρίσκονται κοντά στον Ήλιο ($R < 1$), με περιοχές που βρίσκονται πολύ μακριά $R \rightarrow \infty$. Επίσης, οι λύσεις αυτές δεν είναι μονότιμες συναρτήσεις της απόστασης R και γιατί δεν είναι φυσικά αποδεκτές.



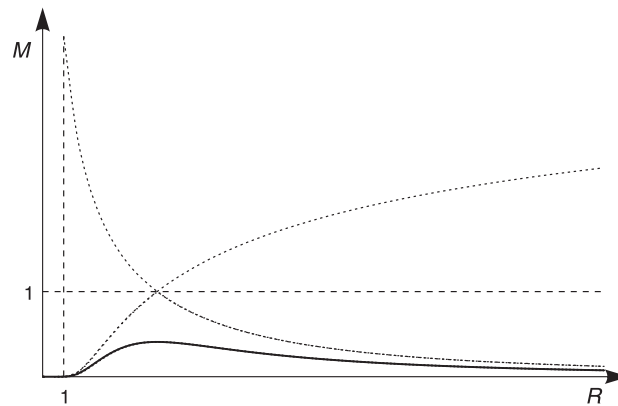
Σχήμα 6.12: Η περίπτωση $B > B_c$.

2. $B < B_c$. Αυτές οι λύσεις χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

24 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.13: Η περίπτωση $B < B_c$ και $M > 1$.



Σχήμα 6.14: Η περίπτωση $B < B_c$ και $M < 1$.

- (α') Η ταχύτητα της εκροής είναι παντού υπερηχητική (βλ. Σχ. 6.13). Όμως, το συμπέρασμα αυτό για ($M > 1$) έρχεται σε αντίθεση με τις παρατηρήσεις.
- (β') Η ταχύτητα της εκροής είναι παντού υποηχητική (βλ. Σχ. 6.14). Αυτές είναι οι λεγόμενες λύσεις τύπου άρας. Για αυτού του είδους τις λύσεις έχουμε την γνωστή έκφραση του ολοκληρώματος του Bernoulli,

$$M e^{-\frac{M^2}{2}} = \frac{B e^{-\frac{\lambda}{R}}}{R^2}, \quad (6.24)$$

η οποία καταλήγει στην ακόλουθη μορφή, αν ληφθούν υπ' όψη οι συνθήκες που ισχύουν στο άπειρο για αυτές τις λύσεις τύπου άρας, δηλαδή $R \rightarrow \infty$ και $M_\infty \rightarrow 0$,

$$M_\infty \simeq \frac{B}{R^2},$$

6.14. ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΑ ΑΠΟΔΕΚΤΗΣ ΛΥΣΗΣ 25

δλδ, η ταχύτητα μηδενίζεται στο άπειρο. Επίσης,

$$M\rho R^2 = \mu \Rightarrow \rho_\infty = \frac{\mu}{M_\infty R^2} \simeq \frac{\mu}{B},$$

και η πυκνότητα είναι πεπερασμένη στο άπειρο. Ο προσδιορισμός του B γίνεται με την βοήθεια των συνθηκών που ισχύουν στη βάση σε απόσταση $R = 1$, όπου $\rho = 1$ και $M_o = \mu$,

$$\mu e^{-\frac{\mu^2}{2}} = B e^{-\lambda} \Rightarrow B = \mu e^{\lambda - \frac{\mu^2}{2}}. \quad (6.25)$$

Έτσι έχουμε για αυτές τις λύσεις τύπου αύρας,

$$\rho_\infty = P_\infty^{breeze} = e^{\frac{\mu^2}{2} - \lambda} = \rho_\infty^{static} e^{\frac{\mu^2}{2}} > \rho_\infty^{static} = P_\infty^{static}, \quad (6.26)$$

Προκύπτει λοιπόν απο την ανωτέρω Εξ. (6.26) ότι η πυκνότητα και πίεση στο άπειρο για τις λύσεις τύπου αύρας είναι υψηλότερες από αυτές τις στατικής ατμόσφαιρας κατά τον παράγοντα $e^{\mu^2/2} = e^{V_o^2/2V_{so}^2}$. Άρα, όσο μεγαλύτερη είναι η αρχική ταχύτητα V_o τόσο μεγαλύτερη είναι η πυκνότητα και πίεση στο άπειρο. Εάν P_∞^{static} είναι η πίεση της στατικής ατμόσφαιρας στο άπειρο και $P_\infty^{breeze,crit}$ είναι η πίεση της κρίσιμης αύρας στο άπειρο, τότε οι πιέσεις των λύσεων τύπου αύρας ευρίσκονται σε αυτό το διάστημα,

$$P_\infty^{static} < P_\infty^{breeze} < P_\infty^{breeze,crit}. \quad (6.27)$$

Άρα αυτές οι λύσεις τύπου αύρας απορρίπτονται διότι δεν ικανοποιούν τις φυσικές συνθήκες που ισχύουν στον μεσοαστρικό χώρο. Υπάρχουν άπειρες αύρες καθεμιά από τις οποίες αρχίζει στη βάση με διαφορετική αρχική ταχύτητα V_o .

3. $\mathbf{B} = \mathbf{B}_c$. Η λύση διέρχεται από το κρίσιμο σημείο (βλ. Σχ. 6.15).

Για αυτή την περίπτωση η γνωστή εξίσωση του Bernoulli γράφεται για $\mathbf{B} = \mathbf{B}_c$:

$$M e^{-\frac{M^2}{2}} = \frac{\lambda^2 e^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\lambda}{R}}}{4 R^2}. \quad (6.28)$$

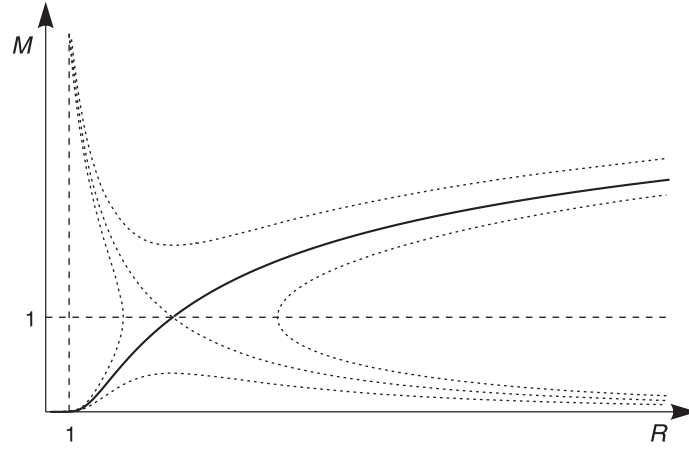
Από αυτή τη σχέση προκύπτει ότι ο αριθμός M είναι συνάρτηση της απόστασης, $M = M(R)$.

Εφαρμογή στον Ηλιακό άνεμο

Η τιμή του M μπορεί να υπολογισθεί για την απόσταση που βρίσκεται η Γη, για τις χαρακτηριστικές τιμές των παραμέτρων που εμφανίζονται στην τελευταία σχέση, Εξ. (6.28) :

$$R_E = \frac{1.5 \times 10^{13}}{7 \times 10^{10}} \simeq 215, \quad T_o \simeq 10^6 \text{ K},$$

26 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.15: Η περίπτωση $B = B_c$.

$$V_{so} = \frac{2kT_o}{m} \simeq 130 \frac{\text{km}}{\text{sec}}, \quad \lambda \simeq \frac{G M_\odot m}{r_o k T_o} \simeq 12. \quad (6.29)$$

Έτσι, από τις τιμές των R_E , λ , $B_c = \lambda^2 e^{\frac{3}{2}}/4$ προκύπτει ότι στην απόσταση της Γης,

$$M_E \simeq 3.8 \quad \text{και} \quad V_E \simeq 500 \frac{\text{km}}{\text{sec}}. \quad (6.30)$$

Στη συνέχεια, με γνωστή την ταχύτητα και την πυκνότητα του πλάσματος στην αντίστοιχη απόσταση, μπορεί να υπολογιστεί ο ρυθμός απώλειας μάζας, \dot{M}

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \bar{\rho} V = 4\pi r_o^2 R^2 \bar{\rho}_o \rho V = 4\pi r_o^2 \bar{\rho}_o V_{so} (\rho M R^2) = 4\pi r_o^2 \bar{\rho}_o V_{so} \mu.$$

Επειδή όμως [βλ. Eq. (6.25)],

$$1 \gg M(R=1) = \mu = \frac{\lambda^2 e^{\frac{3}{2}}}{4} e^{-\lambda + \frac{\mu^2}{2}} \simeq \frac{\lambda^2 e^{\frac{3}{2}}}{4} e^{-\lambda},$$

έχουμε τελικά:

$$\dot{M} = 4\pi r_o^2 \bar{\rho}_o V_{so} \frac{\lambda^2 e^{3/2}}{4} e^{-\lambda} \simeq 10^{-14} \frac{M_\odot}{\text{έτος}} \simeq 10^6 \frac{\text{τόνοι}}{\text{sec}}, \quad (6.31)$$

υποθέτοντας πυκνότητα στη βάση του στέμματος $n_o \simeq 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Απο την ανωτέρω σχέση μπορεί να υπολογισθεί και η ροή (παροχή) πρωτονίων που φθάνει στην απόσταση R_E της Γης:

6.15. ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ 27

$$f_E = \frac{\dot{M}}{4\pi r_o^2 R_E^2 m_p} = n_E V_E \cong 3 \times 10^8 \frac{\text{πρωτόνια}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}, \quad (6.32)$$

σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις. Ένα σημαντικό παρατηρησιακό δεδομένο είναι ότι η τιμή αυτή της ροής των πρωτονίων που φθάνει στην απόσταση R_E της Γης είναι η ίδια για χαμηλές και υψηλές ταχύτητες του ΗΑ.

6.15 Συμπεριφορά της λύσης σε διάφορες χαρακτηριστικές αποστάσεις

1. Κοντά στην βάση της εκροής, δηλαδή, όταν $R \rightarrow 1$ και $M \rightarrow \mu$, έχουμε [βλ. Eq. (6.25)]

$$\mu = B e^{-\lambda + \frac{\mu^2}{2}} \Rightarrow \frac{\mu}{B} = e^{-\lambda + \frac{\mu^2}{2}}.$$

Επομένως,

$$\rho = \frac{\mu}{B} e^{\frac{\lambda}{R} - \frac{M^2}{2}} = e^{-\lambda + \frac{\mu^2}{2}} e^{\frac{\lambda}{R} - \frac{M^2}{2}} \simeq e^{\lambda(\frac{1}{R} - 1)} \simeq \rho^{static},$$

και

$$M = \frac{\mu}{\rho R^2} \cong \frac{\mu}{R^2} e^{-\frac{\lambda}{R} + \lambda} \rightarrow 0.$$

Άρα, κοντά στην πηγή του ανέμου προκύπτει κατανομή της πυκνότητας όμοια με την στατική περίπτωση, όπως είναι αναμενόμενο, ενώ παράλληλα η εκροή ξεκινά με πολύ μικρές ταχύτητες. Στη βάση $R = 1$ η ταχύτητα του ανέμου είναι:

$$M(R = 1) = \mu = \frac{\lambda^2 e^{\frac{3}{2}}}{4} e^{-\lambda + \frac{\mu^2}{2}} \simeq \frac{\lambda^2 e^{\frac{3}{2}}}{4} e^{-\lambda}, \quad V(R = 1) = M(R = 1) V_s.$$

Εφαρμογή στον Ηλιακό άνεμο

Επομένως, η ταχύτητα στη βάση $V(R = 1)$ προσδιορίζεται μόνο από το μοντέλο (δλδ απο το $M(R=1) = \mu$) και είναι ανεξάρτητη των παρατηρήσεων. Από το άλλο μέρος, για να προσδιορίσουμε την πυκνότητα στην βάση χρειαζόμαστε τις παρατηρήσεις της ροής των πρωτονίων στην απόσταση 1 AU, κάτι που δεν προέρχεται από το μοντέλο, όπως συμβαίνει με την ταχύτητα $V(R = 1)$,

$$n_E V_E r_E^2 = n(R = 1) V(R = 1) r_o^2 \Rightarrow n(R = 1) = \frac{(n_E V_E)}{V(R = 1)} R_E^2.$$

28 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

Οι παρατηρήσεις δίνουν ότι η ροή των πρωτονίων στην απόσταση της Γης δίδεται από την Εξ. (6.32), άρα,

$$n(R=1) = \frac{3 \times 10^8 \times (215)^2}{V(R=1)} \simeq 1.4 \times 10^8 \text{ cm}^{-3},$$

ένα αποτέλεσμα που είναι σε συμφωνία με τις παρατηρούμενες στεμματικές πυκνότητες, για ταχύτητες στη βάση $V(R=1)$ της τάξεως του 1 km/sec.

2. Στο κρίσιμο σημείο, $R_c = \lambda/2 \simeq 6$:

$$M_c = 1, \quad V_c = V_{so} = 130 \frac{\text{km}}{\text{sec}}, \quad \rho_c = \frac{\mu}{R_c^2} = \frac{4\mu}{\lambda^2} = e^{\frac{3}{2}-\lambda} \Rightarrow \rho_c \simeq e^{\frac{3}{2}-\lambda}.$$

3. Στο άπειρο, $R \rightarrow \infty$:

$$M_\infty^2 e^{-\frac{M_\infty^2}{2}} = B \frac{e^{-\frac{\lambda}{R}}}{R^2} \Rightarrow \ln M_\infty^2 - \frac{M_\infty^2}{2} = \ln B - \frac{\lambda}{R} - \ln R^2.$$

Όμως, καθώς το R τείνει στο άπειρο στην τελευταία σχέση οι όροι $\ln M_\infty^2$, $\ln B$ και $\frac{\lambda}{R}$ είναι αμελητέοι σε σχέση με τους εναπομείναντες όρους $\frac{M_\infty^2}{2}$ και $\ln R^2$ οπότε έχουμε,

$$M_\infty^2 \simeq 4 \ln(R) \Rightarrow M_\infty \sim 2\sqrt{\ln(R)} \rightarrow \infty. \quad (6.33)$$

Επομένως,

$$\rho_\infty \simeq \frac{\mu}{2R^2 \sqrt{\ln(R)}} \rightarrow 0. \quad (6.34)$$

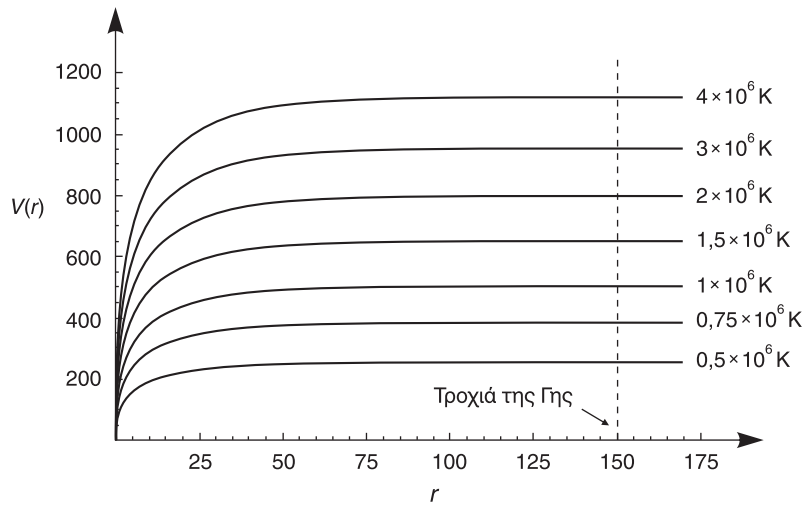
Σε αυτό το ισόθερμο μοντέλο τα M_∞^2 , V_∞^2 αυξάνουν λογαριθμικά μέχρι το άπειρο. Στη συνέχεια θα δούμε ότι σε ένα πολυτροπικό μοντέλο του ηλιακού ανέμου, η τερματική ταχύτητα είναι πεπερασμένη.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειώσουμε ότι υπάρχει ένα άνω όριο στην θερμοκρασία του στέμματος T_o προκειμένου να εμφανίζεται επιτάχυνση του ρευστού στο μοντέλο. Πράγματι, επειδή το κρίσιμο σημείο πρέπει να είναι πάνω από την ηλιακή ακτίνα (ή τη βάση της εκροής),

$$R_c = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{V_{esc}}{V_{so}} \right)^2 \geq 1,$$

πρέπει η ταχύτητα του ήχου να είναι πάνω φραγμένη και η θερμοκρασία, αντίστοιχα να μην υπερβαίνει μιά μέγιστη τιμή T_o :

6.16. Η ΣΠΕΙΡΟΕΙΔΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΔΙΑΠΛΑΝΗΤΙΚΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ 29



Σχήμα 6.16: η ταχύτητα του ηλιακού ανέμου $V(r)$, σε μονάδες $\text{km} \cdot \text{sec}^{-1}$, συναρτήσει της απόστασης r , σε μονάδες 10^6 km , για διάφορες θερμοκρασίες. Σε αυτό το μοντέλο του Parker η βάση του στέμματος έχει τεθεί στην απόσταση 1.43 ηλιακές ακτίνες, οπότε η απόσταση της Γης σε μονάδες αυτής της βάσης της εκροής είναι 150 [Parker, 1963].

$$V_{so} \leq \frac{V_{esc}}{2} \simeq 300 \frac{\text{Km}}{\text{sec}} \Rightarrow T_o \leq 4 \times 10^6 \text{ K}. \quad (6.35)$$

6.16 Η σπειροειδής μορφολογία του διαπλανητικού μαγνητικού πεδίου

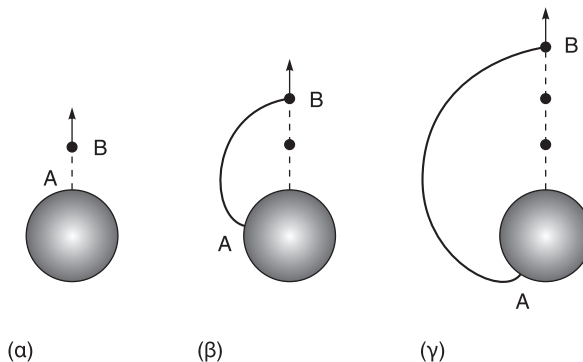
Εάν ο Ήλιος δεν περιστρεφόταν, τότε ο ηλιακός άνεμος θα έρρεε κατά μήκος ακτινικών μαγνητικών γραμμών, οι οποίες θα εκτεινόταν από τον Ήλιο προς όλο τον διαπλανητικό χώρο. Ο Ήλιος όμως περιστρέφεται διαφορικά και η περίοδος περιστροφής του για ένα ακίνητο παρατηρητή στο διάστημα είναι στον ισημερινό 24.47 ημέρες ενώ στους πόλους περίπου 38 ημέρες. Δλδ, έχουμε μία μέση περίοδο περιστροφής $P_o \simeq 25.4$ ημέρες για ένα παρατηρητή στο διάστημα, ενώ για ένα παρατηρητή επι της Γης, η μέση περίοδος περιστροφής είναι $P' \simeq 27$ ημέρες. Επομένως, στην περιοχή του ισημερινού του Ήλιου, η αντίστοιχη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ισούται με

$$\Omega_{\odot} = \frac{2\pi}{P_o} \simeq 2.9 \times 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \quad \text{ή,} \quad V_{\phi} \simeq 2 \frac{\text{km}}{\text{sec}}.$$

Ένας αδρανειακός παρατηρητής που βρίσκεται στο διάστημα βλέπει μία ακτινική ταχύτητα εκροής και ένα μαγνητικό πεδίο με ακτινική και αζιμουθιακή συνιστώσα:

$$\vec{V} = (V_r, 0), \quad \vec{B} = (B_r, B_{\phi}).$$

30 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.17: Ένας αδρανειακός παρατηρητής που βρίσκεται στο διάστημα, βλέπει ένα στοιχείο πλάσματος που έφυγε ακτινικά από τη θέση A του Ήλιου μία χρονική στιγμή t , να ευρίσκεται στη θέση B τη χρονική στιγμή $t + \delta t$, στη νέα θέση B τη χρονική στιγμή $t + 2\delta t$ και τέλος στη νέα θέση B τη χρονική στιγμή $t + 3\delta t$. Η κίνηση του πλάσματος γίνεται ακτινικά, λόγω όμως της περιστροφής του Ήλιου, η μαγνητική γραμμή έχει το σπειροειδές σχήμα που φαίνεται στο σχήμα.

Το ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} στο αδρανειακό αυτό σύστημα είναι,

$$\vec{E} = -\frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} = V_r B_\phi \hat{\theta}.$$

Μπορούμε να το κατανοήσουμε αυτό θεωρώντας εκροή κατά μήκος ενός πλαστικού παραμορφώσιμου σωλήνα ο οποίος είναι ριζωμένος στη βάση του στέμματος. Ρευστό εκτοξεύεται κατά μήκος του σωλήνα ακτινικά, αλλά καθώς ο ήλιος περιστρέφεται, παρασύρει και τη βάση του σωλήνα μαζί του. Έτσι ο σωλήνας αυτός παρασυρόμενος από την ηλιακή περιστροφή, παραμορφώνεται λαμβάνοντας ένα σπειροειδές σχήμα, όπως στο Σχ. (6.17).

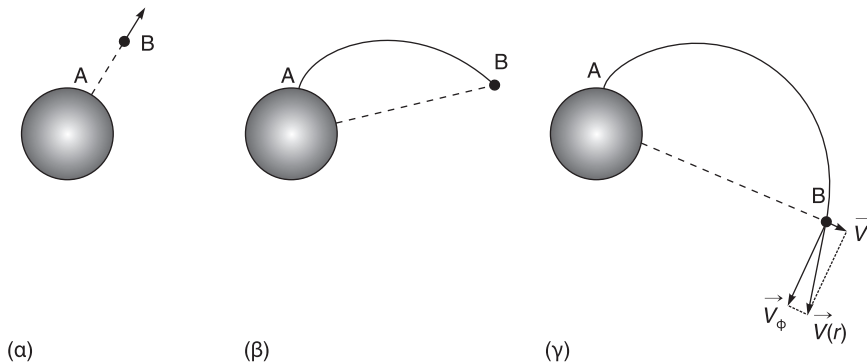
Ας δούμε στη συνέχεια τι βλέπει ένας παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στον Ήλιο για τις συνιστώσες της ταχύτητας και του μαγνητικού πεδίου. Καταρχήν, τώρα η ταχύτητα έχει και αξιμουθιακή συνιστώσα λόγω της περιστροφής $V_\phi = -\Omega_\odot r \sin \theta$:

$$\vec{V} = (V_r, V_\phi), \quad \vec{B} = (B_r, B_\phi),$$

όπου θ είναι το ηλιογραφικό πλάτος. Στο περιστρεφόμενο σύστημα τα διανύσματα της ταχύτητας και του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα, οπότε το ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} στο σύστημα αυτό είναι 0, $\vec{E} = 0$. Όπως και πριν, μπορούμε να θεωρήσουμε εκροή κατά μήκος ενός πλαστικού παραμορφώσιμου σωλήνα ο οποίος είναι ριζωμένος στη βάση του στέμματος. Το ρευστό εκτοξεύεται κατά μήκος του σωλήνα ακτινικά, αλλά καθώς ο ήλιος περιστρέφεται, παρασύρει και τη βάση του σωλήνα μαζί του. Έτσι ο σωλήνας αυτός παρασυρόμενος από την ηλιακή περιστροφή, παραμορφώνεται λαμβάνοντας ένα σπειροειδές σχήμα, όπως στο Σχ. (6.18).

Από την εξίσωση του Maxwell $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, σε σφαιρικές συντεταγμένες, προκύπτει

6.16. Η ΣΠΕΙΡΟΕΙΔΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΔΙΑΠΛΑΝΗΤΙΚΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ 31



Σχήμα 6.18: Ένας παρατηρητής που βρίσκεται στον Ήλιο, βλέπει ένα στοιχείο πλάσματος που έφυγε ακτινικά από τη θέση A του Ήλιου μία χρονική στιγμή t , να ευρίσκεται στη θέση B τη χρονική στιγμή $t + \delta t$, στη νέα θέση B τη χρονική στιγμή $t + 2\delta t$ και τέλος στη νέα θέση B τη χρονική στιγμή $t + 3\delta t$. Λόγω όμως της περιστροφής του Ήλιου, η κίνηση έχει εκτός από ακτινική και αζιμουθιακή συνιστώσα, ενώ η γραμμή ροής έχει πάρει τελικά μετά από τρεις μονάδες χρόνου το σπειροειδές σχήμα που φαίνεται στο σχήμα.

ότι οι συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$B_r = B(r_o, \theta_o, \phi_o) \left(\frac{r_o}{r}\right)^2, \quad (6.36)$$

$$\frac{r d\phi}{dr} = \frac{B_\phi}{B_r} \Rightarrow B_\phi = B_r \frac{r d\phi}{dr}. \quad (6.37)$$

Το σχήμα της γραμμής ροής προσδιορίζεται ως εξής. Σε μεγάλες ηλιοκεντρικές αποστάσεις, πολύ μεγαλύτερες από την απόσταση του κρίσιμου σημείου r_c , όπου η ταχύτητα ισούται με την ταχύτητα του ήχου, η θεωρία του ηλιακού ανέμου όπως είδαμε στο μοντέλο του Parker, προβλέπει ότι η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας $V(r)$ είναι περίπου σταθερή. Θεωρώντας επομένως ότι $V(r) \approx \text{σταθ.}$ μπορούμε εύκολα να ολοκληρώσουμε την προηγούμενη σχέση (6.37) και να υπολογίσουμε την εξίσωση της γραμμής, $\phi(r, \theta)$,

$$\frac{r d\phi}{dr} = \frac{V_\phi}{V_r} = -\frac{\Omega_\odot r \sin \theta}{V} \Rightarrow \frac{d\phi}{dr} = -\frac{\Omega_\odot \sin \theta}{V} \Rightarrow \phi - \phi_o = -\frac{\Omega_\odot \sin \theta}{V}(r - r_o).$$

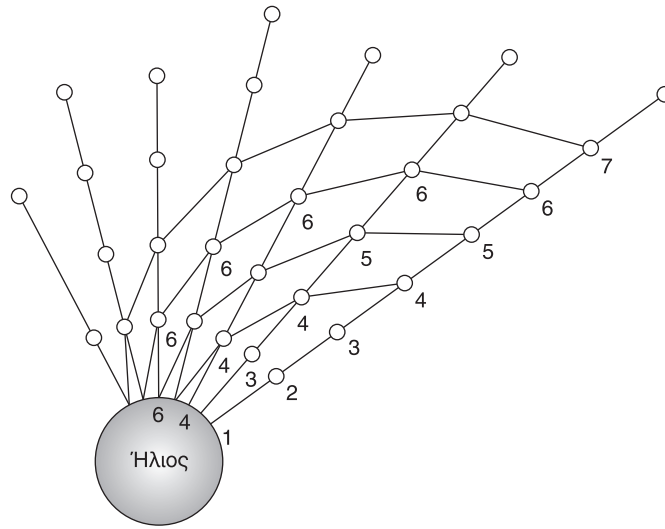
οπότε,

$$B_\phi = -B(r_o, \theta_o, \phi_o) \frac{\Omega_\odot r_o}{V} \frac{r_o}{r} \sin \theta,$$

ενώ για την πολική συνιστώσα είναι $B_\theta = 0$. Το μέγεθος του ακτινικού μαγνητικού πεδίου συναρτηθεί της αδιάστατης ακτινικής απόστασης R_{AU} σε μονάδες AU, για αρχικό μαγνητικό πεδίο στη βάση του ηλιακού ανέμου $B(r_o, \theta_o, \phi_o) \sim 1 \text{ Gauss}$ είναι,

$$B_r \simeq \frac{2 \times 10^{-5}}{R_{AU}^2} \text{ Gauss} = \frac{2 \times 10^{-9}}{R_{AU}^2} \text{ Tesla} = \frac{2}{R_{AU}^2} \gamma,$$

32 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.19: Κίνηση επτά στοιχείων πλάσματος που εκτοξεύονται ακτινικά από τον περιστρεφόμενο Ήλιο, σε ίσα χρονικά διαστήματα. Ένας αδρανειακός παρατηρητής τα βλέπει να κινούνται ακτινικά, ενώ ένας περιστρεφόμενος να κινούνται σπειροειδώς.

όπου $1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ Tesla} = 10^5 \gamma$. Το μέγεθος του αζιμουθιακού μαγνητικού πεδίου συναρτήσκει της αδιάστατης ακτινικής απόστασης R_{AU} σε μονάδες AU , για αρχικό μαγνητικό πεδίο στη βάση του ηλιακού ανέμου $B(r_o, \theta_o, \phi_o) \sim 1 \text{ Gauss}$ και ταχύτητα του ανέμου $V = 400 \text{ km/sec}$ είναι,

$$B_\phi \simeq \frac{2 \times 10^{-5}}{R_{AU}} \sin \theta \text{ Gauss} = \frac{2 \times 10^{-9}}{R_{AU}} \sin \theta \text{ Tesla} = \frac{2}{R_{AU}} \sin \theta \gamma.$$

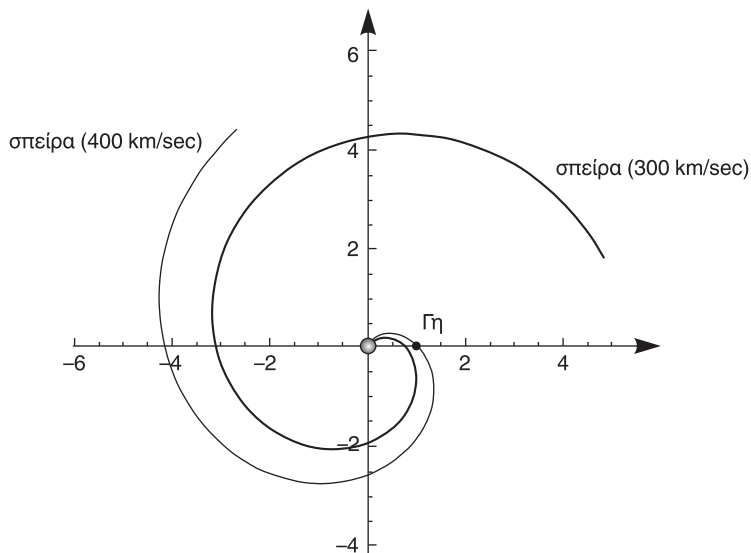
Έτσι, βλέπουμε ότι το μαγνητικό πεδίο αποτελείται από μαγνητικές γραμμές που περιγράφονται από την έλικα του Αρχιμήδη. Στον ισημερινό, $\sin \theta = 1$, και στην απόσταση που βρίσκεται η τροχιά της Γης, $R_{AU} = 1$, η γωνία ϕ ανάμεσα στην ακτινική και αζιμουθιακή συνιστώσα δίδεται από τη σχέση :

$$\tan \phi = \frac{\Omega_\odot r}{V} = \frac{B_\phi}{B_r} = \frac{(2.7 \times 10^{-6}) \times (150 \times 10^6)}{400} \simeq 1 \Rightarrow \phi \simeq 45^\circ.$$

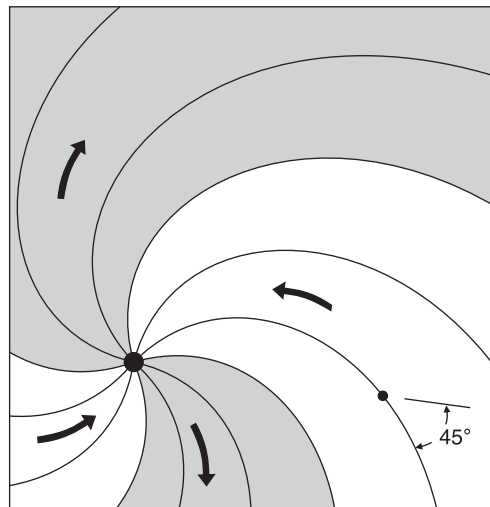
Το μεσημβρινό ηλεκτρικό πεδίο στο αδρανειακό σύστημα είναι,

$$E_\theta = -\left| \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} \right| = \frac{V_r B_\phi}{c} \sim 0.8 \times 10^{-3} \frac{\sin \theta V}{R_{AU} m}.$$

6.16. Η ΣΠΕΙΡΟΕΙΔΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΔΙΑΠΛΑΝΗΤΙΚΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ 33



Σχήμα 6.20: Η σπειροειδής μορφή του ηλιακού μαγνητικού πεδίου για δύο τιμές της ασυμπτωτικής ταχύτητας του ΗΑ.

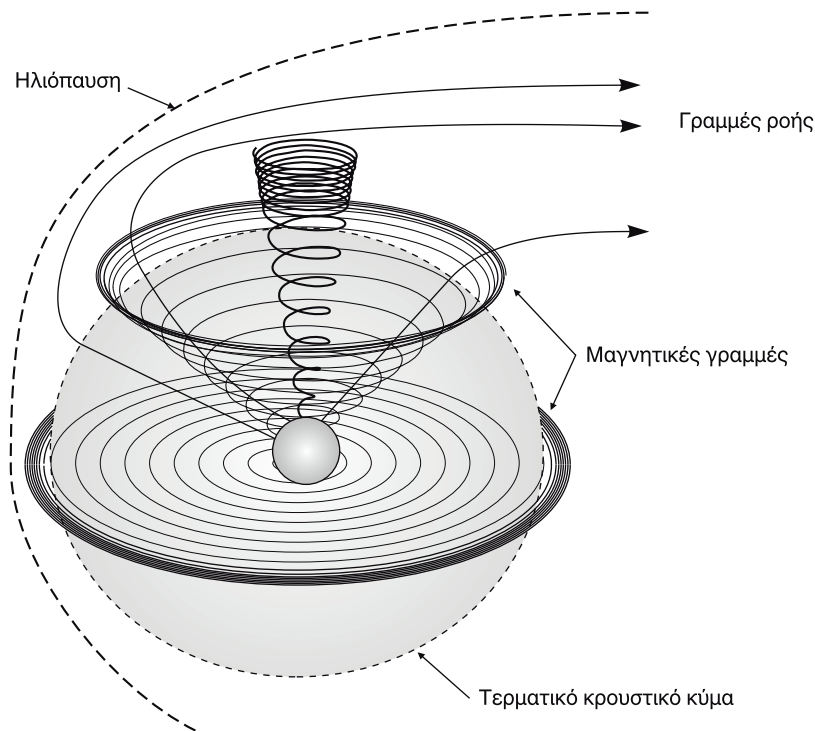


Σχήμα 6.21: Στην απόσταση της Γης η γωνία του μαγνητικού πεδίου με την ακτινική διεύθυνση είναι 45° ενώ η αντιστροφή της πολικότητας του μαγνητικού πεδίου οφείλεται στη γωνία ανάμεσα στον ηλιακό άξονα περιστροφής και τον άξονα του μαγνητικού πεδίου.

Πρόβλημα 6.2

- (α) Περιγράψτε με απλά λόγια γιατί διαστέλλεται η ηλιακή ατμόσφαιρα στο μεσοπλανητικό χώρο σαν *Ηλιακός Ανεμος*, χρησιμοποιώντας την αρχή

34 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.22: Σχεδιάγραμμα των μαγνητικών γραμμών και των γραμμών ροής του ΗΑ στην Ηλιόσφαιρα, στον ισημερινό και δύο πολικά ηλιογραφικά πλάτη.

διατήρησης της ενέργειας. Σε ένα ισόθερμο ηλιακό άνεμο, υπάρχει κάποιο άνω όριο στη θερμοκρασία του, και αν ναι πώς υπολογίζεται; Πώς μεταβάλλεται σε πολύ μεγάλες ακτινικές αποστάσεις η τερματική ταχύτητα του ηλιακού ανέμου σε ένα ισόθερμο και πώς σε ένα πολυτροπικό μοντέλο; Πόση μάζα χάνει ο ήλιος με τον Ηλιακό άνεμο και σε πόσα χρόνια θα "στερέψει" από τη μάζα του λόγω του ηλιακού ανέμου;

- (β) Να υπολογισθεί η απόσταση από τον Ήλιο σε αστρονομικές μονάδες (AU) όπου μία μαγνητική γραμμή του μέσου ηλιακού μαγνητικού πεδίου έχει τυλιχθεί μία φορά γύρω από τον Ήλιο. Κάνετε τον υπολογισμό αυτό στα τρία Ηλιογραφικά πλάτη, $\theta = 10^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ όπου η ταχύτητα του ηλιακού ανέμου είναι $V = 800, 600, 400 \text{ km/sec}$, αντίστοιχα.
- (γ) Πόσες φορές έχει τυλιχθεί γύρω από τον Ήλιο μία μαγνητική γραμμή του μέσου ηλιακού μαγνητικού πεδίου στα όρια του Ηλιακού συστήματος σε απόσταση $100 AU$ στα τρία Ηλιογραφικά πλάτη, $\theta = 10^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ όπου η ταχύτητα του ηλιακού ανέμου είναι $V = 800, 600$ και 400 km/sec , αντίστοιχα;
- (δ) Να υπολογισθεί η γωνία ϕ που σχηματίζουν το ακτινικό και το αζιμου-

6.17. ΤΟ ΗΛΙΟΣΦΑΙΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑΤΙΚΟ ΦΥΛΛΟ 35

θιακό ηλιακό μαγνητικό πεδίο σαν συνάρτηση της ηλιακής απόστασης σε αστρονομικές μονάδες R και του ηλιογραφικού πλάτους θ . Να υπολογισθεί σε ποια ηλιακή απόσταση R η γωνία ϕ είναι ίση με 45° στον ισημερινό $\theta = 90^\circ$ και κοντά στους πόλους σε ηλιογραφικό πλάτος $\theta = 10^\circ$. Αν το ακτινικό ηλιακό μαγνητικό πεδίο είναι ίσο με 10 Gauss στην ηλιακή φωτόσφαιρα, ποια είναι η τιμή του αζιμουθιακού μαγνητικού πεδίου σε απόσταση R ;

Δίδονται: $1 AU = 150 \times 10^6 km$, $\sin 10^\circ = 0.17$, $\sin 45^\circ = 0.707$, $\Omega_\odot = 2.7 \times 10^{-6} \text{ rad/sec}$, $M_\odot \approx 2 \times 10^{33} \text{ gr}$.

6.17 Το Ηλιοσφαιρικό ρευματικό φύλλο

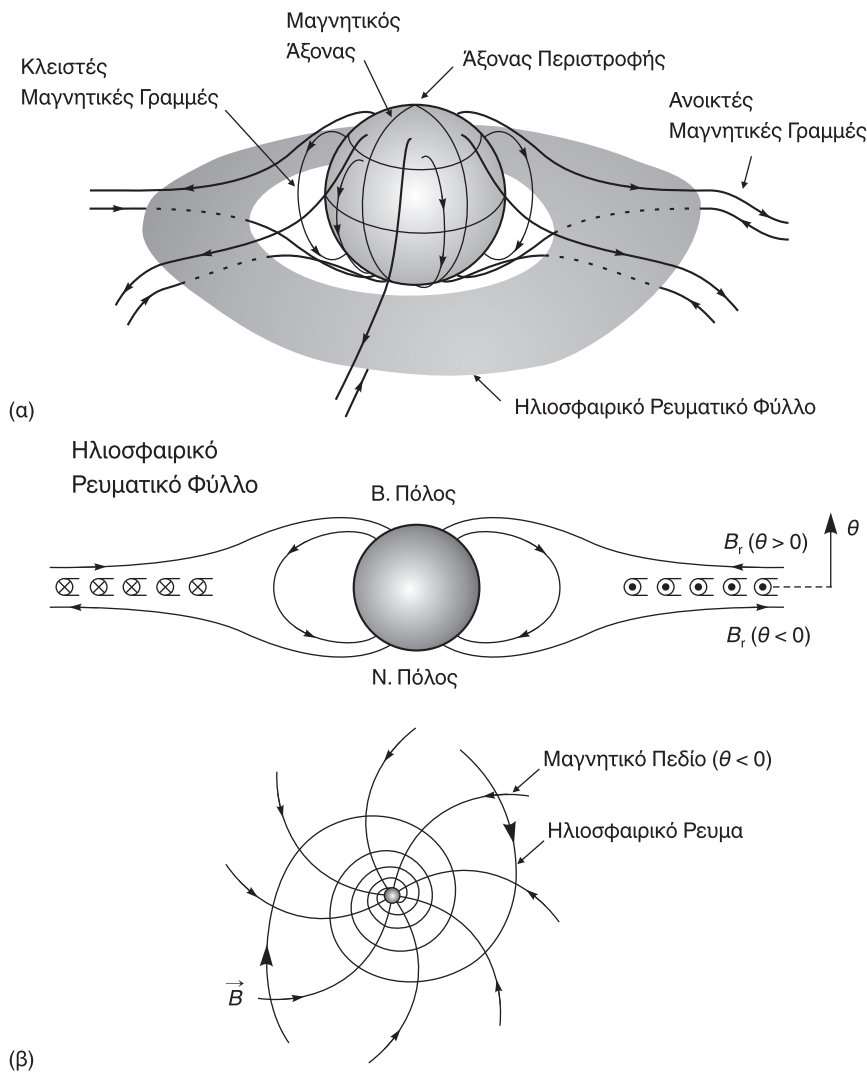
Το Ηλιοσφαιρικό ρευματικό φύλλο (ΗΡΦ) είναι η μεγαλύτερη δομή πλάσματος του ηλιακού συστήματος. Πρόκειται για μια σπειροειδώς κυματοειδή επιφάνεια εντός του ηλιακού συστήματος μέσα στην οποία αλλάζει η πολικότητα του μεσοπλανητικού μαγνητικού πεδίου από βόρεια σε νότια. Η επιφάνεια αυτή, που έχει πάχος περί τα 10.000 km, ευρίσκεται κοντά στον ηλιακό ισημερινό.

Το ΗΡΦ έχει ένα σπειροειδώς κυματοειδές σχήμα παρόμοιο με το φόρεμα μιας περιστρεφόμενης και λικνιζόμενης μπαλαρίνας. Ένας απλός τρόπος για να κατανοήσουμε τη δημιουργία αυτού του ΗΡΦ είναι ο εξής. Θεωρήστε το ποτιστήρι του γρασιδιού ενός κήπου το οποίο περιστρέφεται γύρω από ένα σταθερό κατακόρυφο άξονα. Τότε, η τροχιά των μορίων του νερού, αν και στην πραγματικότητα είναι ακτινική, μας δίδει την εντύπωση μιας σπειροειδούς κίνησης πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Εάν επιπλέον ο άξονας γύρω από τον οποίο περιστρέφεται το ποτιστήρι μεταπίπτει κατά κάποια μεσημβρινή γωνία γύρω από την κατακόρυφο, το επίπεδο του νερού σχηματίζει το σπειροειδώς κυματοειδές σχήμα που είναι παρόμοιο με το φόρεμα της περιστρεφόμενης/λικνιζόμενης χορεύτριας. Το ΗΡΦ παρατηρήθηκε για πρώτη φορά το 1965. Από τη Γη βλέπουμε το ΗΡΦ να περιστρέφεται με τον Ήλιο σε 27 ημέρες.

Όπως θα υπολογίσουμε στη συνέχεια, η πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος στο ΗΡΦ είναι πολύ μικρή, περί τα 10^{-10} A/m^2 . Όμως, το συνολικό ρεύμα που ρέει ακτινικά μακριά από τον Ήλιο είναι πολύ ισχυρό, περί τα 10^{10} A . Έχει προταθεί ότι ένα αντίστοιχο ρευματικό φύλλο υπάρχει και στο γαλαξιακό επίπεδο με αντίστοιχο ηλεκτρικό ρεύμα $10^{17} - 10^{19} \text{ A}$. Τα αντίστοιχα ηλεκτρικά ρεύματα Birkeland στη γήινη μαγνητόσφαιρα είναι περίπου χίλιες φορές ασθενέστερα, περί τα 10^6 A . Τα Σελαϊκά αυτά ηλεκτρο-jets, όπως επονομάζονται, ρέουν προς την ιονόσφαιρα στην πρωινή πλευρά της μαγνητόσφαιρας και αντίθετα προς το διάστημα στην νυκτερινή πλευρά της. Και αυτά οφείλονται στην ασυνέχεια του μαγνητικού πεδίου στην μαγνητοουρά.

Στην προηγούμενη μελέτη του ηλιακού ανέμου υποθέσαμε ότι το ακτινικό μαγνητικό πεδίο είναι ανεξάρτητο του ηλιογραφικού πλάτους. Αυτή η υπόθεση είναι εύλογη σε όλα τα ηλιογραφικά πλάτη εκτός της περιοχής κοντά στον ηλιακό ισημερινό. Εκεί το ακτινικό μαγνητικό πεδίο αλλάζει διεύθυνση μέσα σε ένα πολύ στενό

36 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.23: Σχεδιαγράμματα του ηλιοσφαιρικού ρευματικού φύλλου, μαγνητικού πεδίου και ηλιοσφαιρικού ρεύματος.

ηλιογραφικό πλάτος $\pm(\pi/2 - \theta) = \pm\delta\theta \rightarrow 0$.

Σε περιόδους κοντά στο ηλιακό ελάχιστο, η διπολική ροπή του ηλιακού διπόλου είναι αρκετά καλά ευθυγραμμισμένη με τον άξονα περιστροφής του ήλιου. Έστω ότι στο βόρειο ημισφαίριο το ακτινικό μαγνητικό πεδίο διεθύνεται προς τα έξω ενώ στο νότιο ημισφαίριο κατευθύνεται προς το κέντρο του Ήλιου, μία κατάσταση που είχαμε π.χ., κατά το ηλιακό ελάχιστο του 1996. Σε αυτή την περίπτωση οι σπειρές Parker για το ηλιακό μαγνητικό πεδίο περιελίσσονται σε κώνους σταθερού ανοίγματος και έχουν αντίθετο πρόσημο του μαγνητικού πεδίου στα δύο ημισφαίρια.

Για αποστάσεις μικρότερες της απόστασης Γης - Ήλιου, το ηλιακό μαγνητικό πεδίο είναι προσεγγιστικά ακτινικό αφού $\Omega_{\odot} r \ll V$. Σε αυτή την περίπτωση,

6.17. ΤΟ ΗΛΙΟΣΦΑΙΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑΤΙΚΟ ΦΥΛΛΟ 37

το μέγεθος του ακτινικού μαγνητικού πεδίου μεταβάλλεται σημαντικά κοντά στον ηλιακό ισημερινό όπου $B_r = B_r(\theta)$. Αυτό συνεπάγεται σύμφωνα με την εξίσωση του Ampere ένα στροβιλισμό του μαγνητικού πεδίου κατά την αζιμουθιακή διεύθυνση. Με άλλα λόγια αυτό το μαγνητικό πεδίο $B_r(\theta)$ συνοδεύεται από ένα αζιμουθιακό ρεύμα με πυκνότητα J_ϕ . Παίρνοντας μια μικρή ορθογώνια επιφάνεια ακτινικής πλευράς δr και ύψους κάθετα στον ισημερινό δz , από την εξίσωση Ampere και το θεώρημα του Stokes έχουμε,

$$\iint_S \vec{\nabla} \times B \cdot d\vec{S} = \frac{4\pi}{c} \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S},$$

ή,

$$2 B_r \delta r = \frac{4\pi}{c} J_\phi \delta r \delta z = \frac{4\pi}{c} I_\phi.$$

Επομένως το αζιμουθιακό ρεύμα ανά μονάδα ακτινικής απόστασης είναι,

$$\frac{I_\phi}{\delta r} = \frac{c}{2\pi} B_r = \frac{c}{2\pi} \times 2 \times 10^{-5} \text{ statAmpere cm}^{-1} = 3.33 \times 10^{-3} A m^{-1},$$

επειδή $1 \text{ statAmpere} = 3.336 \times 10^{-10} \text{ Ampere}$ και αντικαταστήσαμε την έκφραση του ακτινικού μαγνητικού πεδίου,

$$B_r = \frac{2 \times 10^{-5}}{R_{AU}^2} \text{ Gauss} = \frac{2 \times 10^{-9}}{R_{AU}^2} \text{ Tesla} = \frac{2 \times 10^{-5}}{R_{AU}^2} \gamma.$$

Το αζιμουθιακό ρεύμα που διατρέχει το ισημερινό επίπεδο από τη Γη στον Ήλιο, σε μια απόσταση $1 AU$ είναι

$$I_\phi = 3.336 \times 10^{-3} A m^{-1} \times 1.5 \times 10^{11} m \simeq 5 \times 10^8 \text{ Ampere}.$$

Για αποστάσεις αρκετά μεγαλύτερες της απόστασης Γης - Ήλιου, το ηλιακό μαγνητικό πεδίο είναι προσεγγιστικά αζιμουθιακό αφού $\Omega_\odot r \gg V$. Σε αυτή την περίπτωση, το μέγεθος του αζιμουθιακού αυτού μαγνητικού πεδίου μεταβάλλεται σημαντικά κοντά στον ηλιακό ισημερινό όπου $B_\phi = B_\phi(\theta)$. Αυτό συνεπάγεται σύμφωνα με την εξίσωση του Ampere ένα στροβιλισμό του μαγνητικού πεδίου κατά την ακτινική διεύθυνση. Με άλλα λόγια αυτό το μαγνητικό πεδίο B_ϕ συνοδεύεται από ένα ακτινικό ρεύμα με επιφανειακή πυκνότητα J_r . Παίρνοντας μια μικρή ορθογώνια επιφάνεια αζιμουθιακής πλευράς $r\delta\phi$ και ύψους κάθετα στον ισημερινό δz , από την εξίσωση Ampere και το θεώρημα του Stokes έχουμε,

$$\iint_S \vec{\nabla} \times B \cdot d\vec{S} = \frac{4\pi}{c} \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S},$$

ή,

$$2 B_\phi r \delta\phi = \frac{4\pi}{c} J_r r \delta\phi \delta z = \frac{4\pi}{c} I_r.$$

38 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

Επομένως, το ακτινικό ρεύμα ανά μονάδα αζιμουθιακής απόστασης είναι,

$$\frac{I_r}{r\delta\phi} = \frac{c}{2\pi} B_\phi.$$

Το συνολικό ακτινικό ρεύμα που διέρχεται από μία περιφέρεια ακτίνας r στην απόσταση r είναι

$$I_r = 2\pi r \frac{c}{2\pi} B_\phi \simeq 3.7 \times 10^9 A,$$

όπου αντικαταστήσαμε την έκφραση του αζιμουθιακού μαγνητικού πεδίου στον ισημερινό

$$B_\phi = \frac{2 \times 10^{-5}}{R_{AU}} \text{ Gauss} = \frac{2 \times 10^{-9}}{R_{AU}} \text{ Tesla},$$

μία τιμή ανεξάρτητη της απόστασης. Αυτή η προς τα έξω ροή του ισημερινού ακτινικού ρεύματος συνοδεύεται από μία εισροή ρεύματος από τις πολικές περιοχές, έτσι ώστε συνολικά ο Ήλιος να παραμένει ηλεκτρικά ουδέτερος.

Στις ενδιάμεσες αποστάσεις το ρεύμα έχει αζιμουθιακή και ακτινική συνιστώσα, δηλαδή, ακολουθεί και αυτό, όπως και το μαγνητικό πεδίο, μία σπειροειδή μορφή όντας κάθετο στις μαγνητικές γραμμές.

6.18 Το πολυτροπικό μοντέλο του ηλιακού ανέμου

Σε αυτή την παράγραφο θα δούμε μία γενίκευση του προηγούμενου απλούστερου ισόθερμου μοντέλου του ηλιακού ανέμου, όταν χρησιμοποιηθεί μία *πολυτροπική* εξίσωση για να συνδέσει την πίεση με την πυκνότητα, ή θερμοκρασία του πλάσματος. Όπως θα συζητήσουμε στη συνέχεια, αυτό το μοντέλο βελτιώνει την μοντελοποίηση του ηλιακού ανέμου κατά το ότι η τερματική ταχύτητα του ανέμου είναι *πεπερασμένη* και όχι άπειρη, όπως στο ισόθερμο μοντέλο. Γενικά ωστόσο το πολυτροπικό μοντέλο διατηρεί τα άλλα κύρια χαρακτηριστικά του ισόθερμου μοντέλου.

6.19 Ενεργός πολυτροπικός δείκτης

Ο ενεργός πολυτροπικός δείκτης ενός αερίου μπορεί να ορισθεί ως εξής,

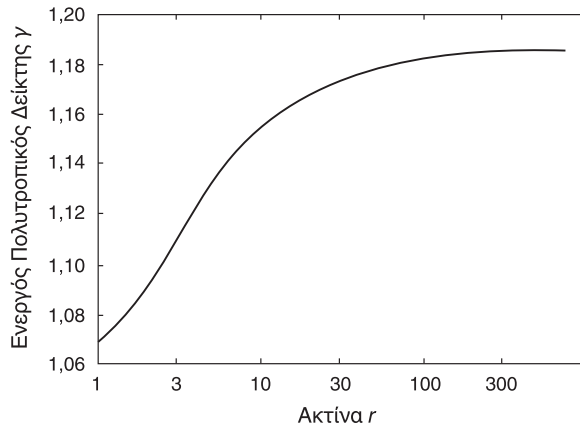
$$\bar{P} = K\bar{\rho}^\gamma \Rightarrow \ln \bar{P} = \ln K + \gamma \ln \bar{\rho} \Rightarrow \gamma = \frac{d \ln P}{d \ln \rho},$$

$$\gamma = \frac{\rho}{P} \frac{dP}{d\rho} = \frac{\rho}{P} \frac{dP}{dr} \frac{dr}{d\rho} = 1 + \frac{\rho}{T} \frac{dT}{dr} \frac{dr}{d\rho},$$

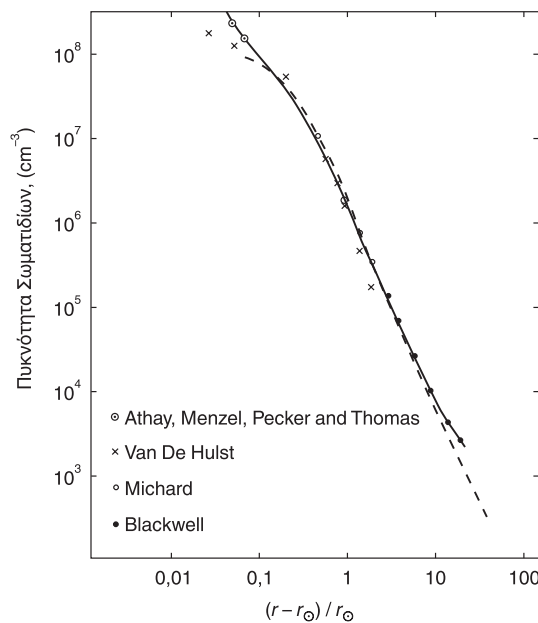
αφού $P = (2k/m)\rho T$. Η πυκνότητα μειώνεται μονότονα με την απόσταση r , δηλαδή $d\rho/dr < 0$. Εάν επιπλέον και η θερμοκρασία μειώνεται μονότονα με την απόσταση r , δηλαδή $dT/dr < 0$, τότε προκύπτει ότι $\gamma > 1$. Αυτή είναι και η συνηθισμένη περίπτωση. Αν όμως έπειτα από μία ορισμένη απόσταση η θερμοκρασία

6.19. ΕΝΕΡΓΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ 39

αυξάνεται με το r , τότε $dT/dr > 0$, οπότε προκύπτει ότι $\gamma < 1$. Γενικά ισχύει ότι $\gamma = \gamma(r)$. Στα μοντέλα με θερμική αγωγιμότητα η μεταβολή του γ με την απόσταση r μπορεί να υπολογισθεί και βρίσκεται σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις.



Σχήμα 6.24: Ο ενεργός πολυτροπικός δείκτης γ ως συνάρτηση της ακτίνας, σύμφωνα με ένα μοντέλο με αγωγιμότητα. Σε ένα πολυτροπικό μοντέλο, ο πολυτροπικός δείκτης θα ήταν σταθερός [Weber, 1970, Solar Phys. 14, 480].



Σχήμα 6.25: Η συμφωνία μεταξύ πυκνότητας, όπως υπολογίζεται από ένα μοντέλο με αγωγιμότητα (διακεκομμένη γραμμή) και της πυκνότητας, όπως αυτή βρέθηκε από τον Pottasch (1960) [Weber, 1970, Solar Phys. 14, 480].

40 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

6.20 Βασικές εξισώσεις και ορισμοί

Στα πολυτροπικά μοντέλα αστρικών ανέμων χρησιμοποιείται η πολυτροπική σχέση μεταξύ της πίεσης \bar{P} και της πυκνότητας $\bar{\rho}$. Έτσι, οι εξισώσεις που διέπουν αυτά τα μοντέλα είναι:

$$\bar{\rho}V \frac{dV}{dr} = -\frac{d\bar{P}}{dr} - \bar{\rho} \frac{GM_{\odot}}{r^2}, \quad \frac{d}{dr}(\bar{\rho}Vr^2) = 0, \quad \bar{P} = K\bar{\rho}^{\gamma}, \quad \bar{P} = \frac{k}{\bar{m}}\bar{\rho}\bar{T},$$

όπου η πίεση, πυκνότητα και θερμοκρασία (\bar{P} , $\bar{\rho}$, \bar{T}) έχουν διαστάσεις, ενώ τα P , ρ και T είναι αδιάστατα μεγέθη, όπως και στην προηγούμενη ανάλυση του ισόθερμου μοντέλου, ενώ \bar{m} είναι η μέση μάζα των μορίων του αερίου (για πλήρως ιονισμένο πλάσμα υδρογόνου, $\bar{m} = m_p/2 = m$, ενώ μια συνήθης τιμή για τον ηλιακό άνεμο είναι, $\bar{m} = 0.6m$). Και εδώ θα ορίσουμε την ταχύτητα του ήχου V_{so} στη βάση του ανέμου r_o και την αδιάστατη παράμετρο λ ως εξής:

$$V_{so}^2 \equiv \frac{d\bar{P}}{d\bar{\rho}} = \gamma K \bar{\rho}_o^{\gamma-1} = \gamma \frac{k\bar{T}_o}{\bar{m}},$$

$$\lambda = \frac{GM_{\odot}}{r_o V_{so}^2} = \frac{GM_{\odot}}{r_o} \frac{\bar{m}}{\gamma k\bar{T}_o} = \frac{GM_{\odot} \bar{m}}{r_o 2\gamma k\bar{T}_o}, \quad (6.38)$$

όπου γενικότερα οι ποσότητες με δείκτη o (όπως η ταχύτητα του ήχου V_{so}) αναφέρονται στη βάση του ανέμου r_o . Για $\gamma = 1$ παίρνουμε την ίδια παράμετρο λ που ορίσαμε στο ισόθερμο μοντέλο, Εξ. (6.14). Οι αδιάστατες ποσότητες ορίζονται ως εξής:

$$R = \frac{r}{r_o} \rightarrow \text{η αδιάστατη ακτινική απόσταση } r,$$

$$\rho = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_o} \rightarrow \text{η αδιάστατη πυκνότητα } \rho,$$

$$P = \frac{\bar{P}}{\bar{P}_o} = \rho^{\gamma} \rightarrow \text{η αδιάστατη πίεση } P,$$

$$\frac{V_s^2}{V_{so}^2} = \rho^{\gamma-1} \rightarrow \text{το τετράγωνο της αδιάστατης ταχύτητας του ήχου,}$$

$$M^2 = \frac{V^2}{V_s^2} = \frac{M_o^2}{\rho^{\gamma-1}} \rightarrow \text{το τετράγωνο του αριθμού Mach της ροής,}$$

με $M_o = V/V_{so}$, την αδιάστατη ταχύτητα σε μονάδες την ταχύτητα του ήχου στη βάση.

Έτσι, οι αδιάστατες εξισώσεις που περιγράφουν τη δυναμική του πολυτροπικού ανέμου είναι:

$$\frac{d}{dR} (\rho M_o R^2) = 0, \quad M_o \frac{dM_o}{dR} + \frac{\lambda}{R^2} + \frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dR} \rho^{\gamma-1} = 0. \quad (6.39)$$

6.21. ΣΤΑΤΙΚΗ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΗ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ 41

Επιπλέον, έχουμε τις δύο σημαντικές φυσικές ποσότητες του ρυθμού απώλειας μάζας \dot{M} και την ολική ενέργεια της ροής ανά μονάδα μάζας \bar{E} . Αν ορίσουμε αντίστοιχα τον αδιάστατο ρυθμό απώλειας μάζας :

$$\mu = \frac{\dot{M}}{4\pi\bar{\rho}_o V_{so} r_o^2} = \rho M_o R^2,$$

και την αδιάστατη ολική ενέργεια της ροής ανά μονάδα μάζας E , έχουμε από την ολοκλήρωση των δύο προηγούμενων Εξ. (6.39) τα αντίστοιχα ολοκληρώματα:

$$\rho M_o R^2 = \mu \rightarrow \text{αδιάστατο ολοκλήρωμα απώλειας μάζας,}$$

$$\frac{M_o^2}{2} - \frac{\lambda}{R} + \frac{\rho^{\gamma-1}}{\gamma-1} = \frac{\bar{E}}{V_{so}^2} = E \rightarrow \text{αδιάστατο ολοκλήρωμα Bernoulli.}$$

Απαλείφοντας την πυκνότητα ρ από τα 2 αυτά ολοκληρώματα, προκύπτει μία σχέση της μορφής $M_o = M_o(R; \mu, \gamma, E)$,

$$\frac{M_o^2}{2} - \frac{\lambda}{R} + \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\mu}{M_o R^2} \right)^{\gamma-1} = E, \quad (6.40)$$

που συνδέει την αδιάστατη ταχύτητα $M_o = V/V_{so}$ με την αδιάστατη απόσταση R για κάθε δεδομένο σετ τιμών των 3 παραμέτρων (μ, γ, E) που χαρακτηρίζουν την εκροή.

6.21 Στατική πολυτροπική ατμόσφαιρα

Σε μια στατική ($V = 0$) πολυτροπική ατμόσφαιρα έχουμε $M_o = 0$ και έτσι η προηγούμενη εξίσωση γίνεται:

$$-\frac{\lambda}{R} + \frac{\rho^{\gamma-1}}{\gamma-1} = E = -\lambda + \frac{1}{\gamma-1} \Rightarrow \frac{\rho^{\gamma-1} - 1}{\gamma-1} = \frac{\lambda}{R} - \lambda$$

$$\Rightarrow \rho^{\gamma-1} = 1 - \lambda(\gamma-1) \left[1 - \frac{1}{R} \right]$$

Μπορούμε να διακρίνουμε τις εξής δύο περιπτώσεις:

1. Αν $\lambda(\gamma-1) < 1 \Rightarrow \rho_{\infty}^{\gamma-1} = 1 - \lambda(\gamma-1) > 0$. Δηλαδή, αν $\gamma < \gamma_o = 1 + \frac{1}{\lambda}$ η ατμόσφαιρα εκτείνεται ως το **άπειρο** όπου έχει **πεπερασμένη** πυκνότητα.
π.χ., για $\lambda = 12$, $\gamma_o \simeq 1.08$.
2. Αν όμως $\gamma > \gamma_o = 1 + \frac{1}{\lambda}$ η ατμόσφαιρα εκτείνεται μόνο μέχρι μια **πεπερασμένη** απόσταση R_{\max}^{static} , όπου η **πυκνότητα μηδενίζεται**.

42 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

Πρόβλημα 6.3

Υποθέτουμε ότι η ατμόσφαιρα (το στέμμα) ενός άστρου μάζας M_* αποτελείται από πλήρως ιονισμένο υδρογόνο και είναι στατική. Θέλουμε να υπολογίσουμε την πίεση της ατμόσφαιρας σε μεγάλες αποστάσεις $R = r/r_o \gg 1$ από την φωτόσφαιρά του, όπου r_o είναι η ακτίνα του άστρου, δηλαδή η ακτίνα της φωτόσφαιρας.

- (α) Γράψτε την εξίσωση δυναμικής ισορροπίας για την πίεση σε απόσταση R υποθέτοντας ότι η ατμόσφαιρα αυτή είναι ισόθερμη και V_{so} είναι η σταθερή ταχύτητα του ήχου. Δίδεται η σταθερά,

$$\lambda = \frac{G M_*}{r_o V_{so}^2} = 10.$$

- (β) Λύνοντας αυτή την εξίσωση, υπολογίστε το λόγο της πίεσης στην απόσταση R προς την πίεση \bar{P}_o στη φωτόσφαιρα, $\bar{P}(R)/\bar{P}_o$. Με τι ισούται αυτός ο λόγος όταν $R \rightarrow \infty$; Μπορεί να είναι σε δυναμική ισορροπία αυτή η ατμόσφαιρα με την μεσοαστρική ύλη (ISM) στην απόσταση $R_{ISM} = 10.000$, δεδομένου ότι $P(R_{ISM})/P_o \approx 10^{-10}$;

- (γ) Υποθέτουμε στη συνέχεια ότι η ατμόσφαιρα είναι πολυτροπική με πολυτροπικό δείκτη γ , δηλαδή, $\bar{P} = K \bar{\rho}^\gamma$. Γράψτε πάλι την εξίσωση στατικής δυναμικής ισορροπίας και ολοκληρώστε την για να υπολογίσετε το λόγο $\bar{P}(R)/\bar{P}_o$ συναρτήσει του R και των σταθερών $\lambda = 10$ και γ .

- (δ) Υπολογίστε το λόγο $\bar{P}(R \rightarrow \infty)/\bar{P}_o$ για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

(δ1) για μία αδιαβατική (μη θερμαινόμενη) ατμόσφαιρα, δηλαδή, όταν $\gamma = 5/3$,

(δ2) για μία ήπια θερμαινόμενη ατμόσφαιρα, δηλαδή, όταν $1.1 < \gamma < 5/3$,

(δ3) για μία οριακά θερμαινόμενη ατμόσφαιρα, όπου $\gamma = 1 + \frac{1}{\lambda} = 1.1$ και τέλος,

(δ4) για μία εντατικά θερμαινόμενη ατμόσφαιρα, δηλαδή, όταν $1 < \gamma < 1.1$.

- (ε) Συνοψίστε τα ανωτέρω συμπεράσματά σας για το κατά πόσο μια στατική, ισόθερμη ή πολυτροπική, αστρική ατμόσφαιρα μπορεί να είναι σε δυναμική ισορροπία με την μεσοαστρική ύλη (ISM) στην απόσταση R_{ISM} , δεδομένου ότι

$$P(R_{ISM})/\bar{P}_o \approx 10^{-10}.$$

6.22 Το κρίσιμο σημείο

Παραγωγίζοντας το ολοκλήρωμα Bernoulli (ή μετασχηματίζοντας την Εξ. (6.40) $M_o = M_o(R; \mu, \gamma, E)$, που προέκυψε σε προηγούμενη παράγραφο),

$$\begin{aligned} M_o \frac{dM_o}{dR} + \frac{\lambda}{R^2} + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{d}{dR} \left[\frac{\mu}{M_o R^2} \right]^{\gamma-1} &= 0, \\ \Rightarrow M_o \frac{dM_o}{dR} + \frac{\lambda}{R^2} + \left(\frac{\mu}{M_o R^2} \right)^{\gamma-2} \left[-\frac{\mu}{M_o^2 R^2} \frac{dM_o}{dR} - \frac{2\mu}{M_o R^3} \right] &= 0, \\ \Rightarrow \left[M_o - \frac{\rho^{\gamma-1}}{M_o} \right] \frac{dM_o}{dR} &= \frac{2}{R} \rho^{\gamma-1} - \frac{\lambda}{R^2}, \end{aligned}$$

έχουμε την εξίσωση Mach για ένα πολυτροπικό άνεμο,

$$\Rightarrow \frac{1}{M_o^2} \frac{dM_o^2}{dR} = \frac{2}{R} \frac{2 - \frac{\lambda}{R} \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}}{\frac{M_o^2}{\rho^{\gamma-1}} - 1} = \frac{2}{R} \frac{2 - \frac{\lambda}{R} \frac{M^2}{M_o^2}}{M^2 - 1}. \quad (6.41)$$

Άρα το κρίσιμο σημείο αντιστοιχεί στις τιμές των μεταβλητών $M^2 = \frac{M_o^2}{\rho^{\gamma-1}} = 1$ και

$$R = R_c = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{M_o^2(R_c)} = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{M_c^2},$$

όπου $M_o(R_c) = M_c$. Προφανώς, για $\gamma = 1$ προκύπτει η εξίσωση του αριθμού Mach που είχαμε και στο ισόθερμο μοντέλο, δηλαδή,

$$\frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dR} = \frac{2}{R} \frac{2 - \frac{\lambda}{R}}{M^2 - 1}.$$

Οι τιμές των M_c, R_c μπορούν να υπολογιστούν συναρτήσει των σταθερών λ, μ, γ από τις σχέσεις που ισχύουν στο κρίσιμο σημείο $M = 1, R = R_c$:

$$\frac{M_c^2}{\rho_c^{\gamma-1}} = 1, \quad R_c = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{M_c^2}, \quad \rho_c M_c R_c^2 = \mu.$$

Από τις παραπάνω σχέσεις μπορούμε να υπολογίσουμε τα M_c και R_c :

$$M_c(\lambda, \mu, \gamma) = \left(\frac{4\mu}{\lambda^2} \right)^{\frac{\gamma-1}{3(\frac{5}{3}-\gamma)}}, \quad (6.42)$$

$$R_c(\lambda, \mu, \gamma) = \left(\frac{\lambda^{\gamma+1}}{2^{\gamma+1}} \frac{1}{\mu^{2(\gamma-1)}} \right)^{\frac{1}{3(\frac{5}{3}-\gamma)}}. \quad (6.43)$$

Για $\gamma = 1$, προκύπτει $M_c = 1$ και $R_c = \lambda/2$, όπως ήταν αναμενόμενο. Φαίνεται επίσης ότι στην περίπτωση του ισόθερμου μοντέλου, όπου $\gamma = 1$, τα R_c και M_c

44 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

είναι ανεξάρτητα από τη ροή μάζας μ . Με άλλα λόγια, στο ισόθερμο μοντέλο η ροή μάζας δεν υπεισέρχεται στον υπολογισμό του R_c . Στη γενική περίπτωση, όπου $\gamma \neq 1$, οι κρίσιμες τιμές R_c και M_c , εκτός από το λ , εξαρτώνται και από τη ροή της μάζας μ .

Να σημειώσουμε επίσης πως επειδή,

$$\begin{aligned} M_c &= M_c(\lambda, \mu, \gamma), \quad R_c = R_c(\lambda, \mu, \gamma), \\ E &= \frac{1}{2} M_c^2 - \frac{\lambda}{R_c} + \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{M_c R_c^2} \right)^{\gamma-1} \\ &= E(M_c, R_c, \lambda, \mu, \gamma), \end{aligned}$$

έχουμε ότι τελικά $E = E(\lambda, \mu, \gamma)$, ή $\lambda = \lambda(E, \mu, \gamma)$. Με άλλα λόγια γνωρίζοντας τα (E, μ, γ) μπορούμε να υπολογίσουμε τα (R_c, M_c) από τα οποία μπορεί να υπολογιστεί η πλήρης λύση του ανέμου.

Πρόβλημα 6.4

Θεωρείστε ένα στάσιμο, σφαιρικά συμμετρικό, πολυτροπικό ($\bar{P} = K \bar{\rho}^\gamma$) ηλιακό άνεμο.

- (α) Ποιες εξισώσεις εκφράζουν την διατήρηση μάζας και ορμής;
- (β) Συνδυάζοντας τις εξισώσεις αυτές δείξτε ότι

$$\frac{r}{V} \frac{dV}{dr} = \frac{2V_s^2 - GM_\odot/r}{V^2 - V_s^2}$$

όπου $V_s = \sqrt{\gamma \bar{P}/\bar{\rho}}$ είναι η ταχύτητα του ήχου.

- (γ) Ποια η διαφορά στην εξάρτηση της ταχύτητας με την απόσταση στην πολυτροπική και την ισόθερμη περίπτωση;
- (δ) Για ποια τιμή του πολυτροπικού δείκτη γ υπάρχει σταθερή λύση για την ταχύτητα;

Υπόδειξη: Βρείτε πως ελαττώνεται με την απόσταση η ταχύτητα του ήχου στην περίπτωση που η ταχύτητα είναι σταθερή.

- (ε) Βρείτε στη βάση του ηλιακού ανέμου (όπου $\bar{T} = 5 \times 10^6 \text{ K}$, $n = 10^5 \text{ cm}^{-3}$) την πυκνότητα, την πίεση, τη σταθερά K και την ταχύτητα του ήχου. Ποια η ακτίνα αφετηρίας του πολυτροπικού ανέμου αν η ταχύτητα μένει σταθερή και ποιά η τιμή της σταθερής αυτής ταχύτητας αν ο ρυθμός απώλειας μάζας είναι $\dot{M} = 2 \times 10^{-14} M_\odot \text{ yr}^{-1}$;

Πρόβλημα 6.5

Να δειχθεί ότι ένας άλλος τρόπος γραφής της διαφορικής εξίσωσης για τον

αριθμό Mach του ηλιακού ανέμου είναι ο ακόλουθος:

$$\frac{M^2 - 1}{M} \frac{dM}{dR} = \frac{1}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \frac{d \ln g(R)}{dR},$$

όπου,

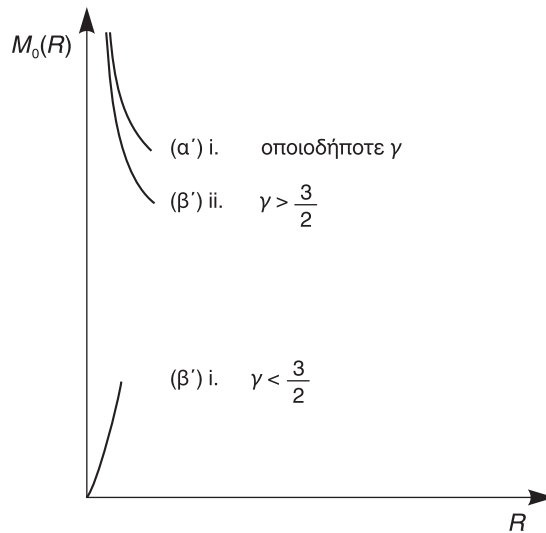
$$M^2 = \frac{V^2}{V_s^2}, \quad g(R) = A(R)^2 \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left(E + \frac{\lambda}{R} \right),$$

και $A(R)$ είναι η επιφάνεια του σωλήνα ροής.

6.23 Η τοπολογία των λύσεων

Στην περίπτωση του πολυτροπικού μοντέλου του HA το ολοκλήρωμα Bernoulli, Εξ. (6.40), δεν διαχωρίζεται σε συναρτήσεις που να περιέχουν χωριστά μόνο το M_o και το R , όπως ήταν δυνατό στην περίπτωση του ισόθερμου ηλιακού ανέμου, $\gamma = 1$. Για την διερεύνηση της τοπολογίας των λύσεων στο επίπεδο $M_o - R$ μπορούμε ωστόσο να εξετάσουμε τη συμπεριφορά της συνάρτησης $M_o(R)$ καθώς $R \rightarrow 0$ και $R \rightarrow \infty$.

Συμπεριφορά της λύσης $M(R)$ κοντά στην αρχή, $R \rightarrow 0$.



Σχήμα 6.26: Η συμπεριφορά της συνάρτησης $M_o(R)$ κοντά στην αρχή $R \rightarrow 0$.

Με βάση την τιμή του $M_o R^2$, διακρίνονται οι ακόλουθες δύο περιπτώσεις:

1. Αν $M_o R^2 \rightarrow \text{σταθερό} \neq 0$, τότε για να ισχύει αυτό πρέπει $M_o \rightarrow \infty$. Όμως

46 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

τότε:

$$\frac{M_o^2}{2} \simeq \frac{\lambda}{R} \Rightarrow M_o = \sqrt{\frac{2\lambda}{R}} \Rightarrow M_o R^2 = \sqrt{2\lambda R} \rightarrow 0,$$

επομένως καταλήγουμε σε αντιφατικό με την αρχική υπόθεση αποτέλεσμα. Άρα, η αρχική υπόθεση δεν μπορεί να ισχύει.

2. Αν $M_o R^2 \rightarrow 0$, οι όροι

$$-\frac{\lambda}{R} \quad \text{και} \quad \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{M_o R^2} \right)^{\gamma - 1},$$

είναι πλέον σημαντικοί. Συνεπώς, ας διακρίνουμε 2 υποπεριπτώσεις:

(α') Αν $\frac{\lambda}{R} \gg \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{M_o R^2} \right)^{\gamma - 1}$, τότε,

$$\frac{M_o^2}{2} \simeq \frac{\lambda}{R} \Rightarrow M_o \simeq \sqrt{\frac{2\lambda}{R}}, \quad M_o R^2 \rightarrow 0,$$

Σε αυτή την υποπερίπτωση το M_o παίρνει μεγάλες τιμές και η ροή γίνεται υπερηχητική στην αρχή των αξόνων, κάτι μη φυσικά αποδεκτό.

(β') Αν $\frac{\lambda}{R} \simeq \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{M_o R^2} \right)^{\gamma - 1}$, ή, $M_o \simeq \frac{\mu}{[\lambda(\gamma - 1)]^{\frac{1}{\gamma - 1}}} R^{\frac{2(\frac{3}{2} - \gamma)}{\gamma - 1}}$,

έχουμε δύο ενδεχόμενα:

- i. $\gamma < \frac{3}{2}$, $M_o \rightarrow 0$ καθώς $R \rightarrow 0$. Σε αυτή την περίπτωση οι λύσεις είναι επιταχυνόμενες από την αρχή προς μεγαλύτερες αποστάσεις.
- ii. $\gamma > \frac{3}{2}$, $M_o \rightarrow \infty$ καθώς $R \rightarrow 0$. Σε αντίθεση με την αμέσως προηγούμενη υποπερίπτωση, εμφανίζονται υποηχητικές, επιβραδυνόμενες λύσεις, επειδή $\gamma < 5/3$ και ο αριθμός Mach είναι

$$\begin{aligned} M^2(R) &= \frac{M_o^2}{\rho^{\gamma - 1}} = M_o^2 \left(\frac{M_o R^2}{\mu} \right)^{\gamma - 1} \\ &= \frac{M_o^{\gamma + 1}}{\mu^{\gamma - 1}} R^{2(\gamma - 1)} \propto R^{3(5/3 - \gamma)} \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Οι λύσεις αυτές απορρίπτονται γιατί επιβραδύνονται κοντά στην βάση του ηλιακού ανέμου, ενώ αναμένονται επιταχυνόμενες λύσεις.

Η ηχητική καμπύλη του ανέμου

Στις αποστάσεις όπου η ταχύτητα του ανέμου ισούται με την ταχύτητα του ήχου έχουμε $M = 1$ και από την εξίσωση Mach έχουμε άπειρη επιτάχυνση του ανέμου, $dM_o^2/dR \rightarrow \infty$. Τότε, $M_o^2 = \rho^{\gamma - 1}$, και αν $\rho(R \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, έχουμε $M_o(R \rightarrow \infty) \rightarrow 0$.

Τα ακρότατα της ταχύτητας του ανέμου

Όταν $\frac{dM_o^2}{dR} = 0$ στην εξίσωση Mach, Εξ. (6.41) $\Rightarrow \rho = \left(\frac{\lambda}{2R}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ επομένως,

$$\rho(R \rightarrow \infty) \rightarrow 0, \quad \rho(R \rightarrow 0) \rightarrow \infty$$

Στο Σχ. 6.29 δίδονται οι διάφορες λύσεις της εξίσωσης του Mach. Όπως και στην ισόθερμη περίπτωση, έχουμε τις μοναδικές λύσεις ανέμου και προσρόφησης που διέρχονται από το κρίσιμο σημείο και αντιστοιχούν στην κρίσιμη τιμή της ενεργειακής σταθεράς του Bernoulli, $E = E_c$. Όταν $E > E_c$ έχουμε τις λύσεις τύπου *αύρας* και τις υπερηχητικές λύσεις. Τέλος, όταν $E < E_c$ έχουμε λύσεις που δεν συνδέουν τη βάση με τις μεγάλες αποστάσεις.

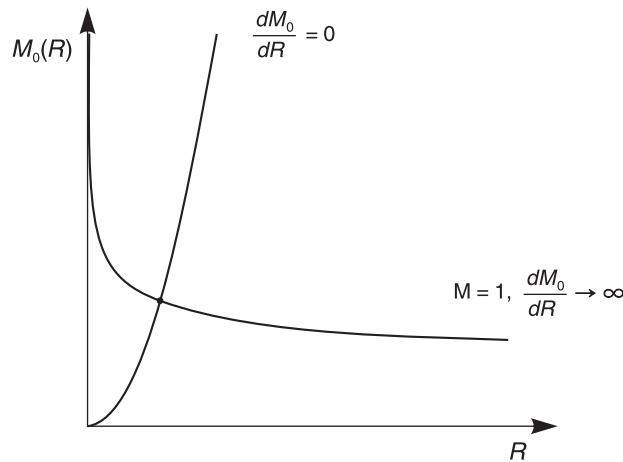
Συμπεριφορά της λύσης $M(R)$ στο άπειρο, $(R \rightarrow \infty)$

Θα διακρίνουμε δύο περιπτώσεις, ανάλογα με την τιμή της ποσότητας $M_o R^2$:

1. Αν, $M_o R^2 \rightarrow$ σταθερό $\neq \infty$, τότε

$$M_o^\infty \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\mu}{M_o R^2} \right)^{\gamma-1} = E \Rightarrow$$

$$M_o^\infty \sim \frac{1}{[(\gamma-1)E]^{\frac{1}{\gamma-1}}} \frac{\mu}{R^2} \rightarrow 0, \quad \rho_\infty \rightarrow \text{πεπερασμένο.}$$



Σχήμα 6.27: Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων που μας δίνουν τα σημεία των λύσεων που έχουν οριζόντια και κατακόρυφη εφαπτόμενη, δηλαδή, $\frac{dM_o}{dR} = 0$ και $\frac{dM_o}{dR} = \infty$, αντίστοιχα.

48 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

2. Αν $M_o R^2 \rightarrow \infty$, τότε προκύπτει από το ολοκλήρωμα Bernoulli, Εξ. (6.40),

$$\begin{aligned} \frac{(M_o^\infty)^2}{2} \sim E &\Rightarrow M_o^\infty \cong \sqrt{2E}, \quad V^\infty \cong \sqrt{2EV_{so}^2}, \\ \rho_\infty \sim \frac{1}{M_o R^2} &\rightarrow 0, \quad P_\infty \sim \rho_\infty^\gamma \sim R^{-2\gamma} \rightarrow 0, \\ T_\infty \sim \rho_\infty^{\gamma-1} &\sim R^{-2(\gamma-1)} \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Έτσι, στο άπειρο η πίεση, πυκνότητα και θερμοκρασία του ανέμου μηδενίζονται, ενώ η ταχύτητα έχει πεπερασμένη τιμή, V_∞ . Γιαυτό μπορούμε να γράψουμε το ολοκλήρωμα της ενέργειας,

$$\frac{V_\infty^2 - V_o^2}{V_{so}^2} = 2 \left[\frac{1}{\gamma - 1} - \lambda \right].$$

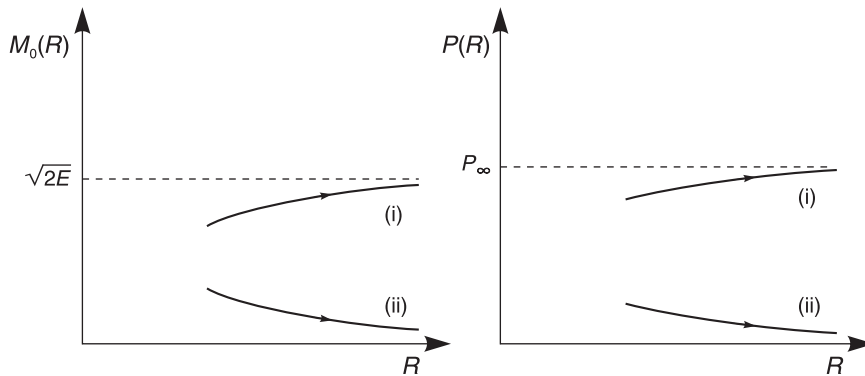
Για να είναι η τερματική ταχύτητα μεγαλύτερη της αρχικής, $V_\infty > V_o$ πρέπει $\lambda < 1/\gamma - 1$. Η ενθαλπία του πλάσματος είναι ικανή σε αυτή την περίπτωση να το αντλήσει και να το απελευθερώσει μέσα από το βαρυντικό πηγάδι.

Από την άλλη πλευρά θεωρώντας την εξίσωση Mach στη βάση $R = 1$ όπου έχουμε υποηχητική ταχύτητα ($M = M_o < 1$), για να έχουμε εκεί επιταχυνόμενες λύσεις ($dM_o/dR > 0$) πρέπει $\lambda > 2$. Επομένως, πρέπει το λ να ευρίσκεται στο διάστημα :

$$2 < \lambda < \frac{1}{\gamma - 1}. \tag{6.44}$$

Αυτό το διάστημα υπάρχει όταν $\gamma < 3/2$ (οπότε $2(\gamma - 1) < 1$). Η χαρακτηριστική αυτή τιμή του πολυτροπικού δείκτη ονομάζεται τιμή Parker.

Για τη μοναδική λύση που διέρχεται από το κρίσιμο σημείο μπορεί να υπολογίσουμε το ρυθμό απώλειας μάζας, \dot{M} ως εξής. Από το ολοκλήρωμα της ενέργειας



Σχήμα 6.28: Η συμπεριφορά των συναρτήσεων $M_o(R)$ και $\rho(r)$ όταν $R \rightarrow \infty$.

για τις (Bernoulli) υπολογισμένο στη βάση και στο κρίσιμο σημείο έχουμε,

$$\frac{V_o^2}{2V_{so}^2} - \lambda + \frac{1}{\gamma - 1} = \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{3}{2} \right) \left[\frac{4V_o}{\lambda^2 V_{so}} \right]^{\left(\frac{1}{\gamma-1} - \frac{3}{2} \right)^{-1}}.$$

6.24. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟΝ ΗΛΙΟ - ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΙΣΟΘΕΡΜΟΥ-ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ 49

Ο πρώτος όρος στο αριστερό μέλος είναι αμελητέος και έτσι έχουμε

$$\frac{V_o}{V_{so}} \approx \frac{\lambda^2}{4} \left[\frac{2 - 2\lambda(\gamma - 1)}{5 - 3\gamma} \right]^{\frac{1}{\gamma-1} - \frac{3}{2}} = \mu. \quad (6.45)$$

και ο ρυθμός απώλειας μάζας είναι,

$$\dot{M} \approx 4\pi r_o^2 \rho_o V_o = \pi r_o^2 \rho_o V_{so} \lambda^2 \left[\frac{2 - 2\lambda(\gamma - 1)}{5 - 3\gamma} \right]^{\frac{1}{\gamma-1} - \frac{3}{2}}. \quad (6.46)$$

Πρόβλημα 6.6

1. (α) Από το ολοκλήρωμα Bernoulli υπολογίστε την τιμή της σταθεράς E στο κρίσιμο σημείο, E_c , και εν συνεχεία δείξτε ότι η αδιάστατη ταχύτητα στη βάση του ανέμου, $M_o = V_o/V_{so}$ είναι συναρτήσει των λ και γ ,

$$M_o = \frac{V_o}{V_{so}} = \frac{\lambda^2}{4} \left[\frac{2 - 2\lambda(\gamma - 1)}{5 - 3\gamma} \right]^{\frac{1}{\gamma-1} - \frac{3}{2}}.$$

2. (β) test

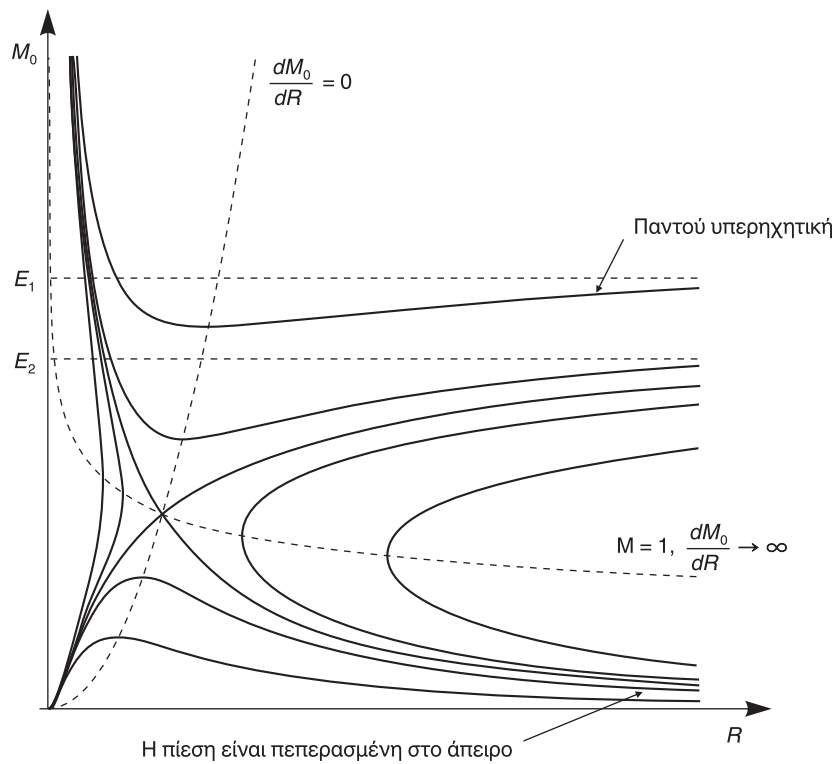
6.24 Εφαρμογή στον Ήλιο και σύγκριση ισόθερμου-πολυτροπικού μοντέλου

Για δεδομένες τιμές των (r_o, T_o, γ) μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα του ήχου στη βάση V_{so} και την αντίστοιχη τιμή του λ . Η τιμή του γ πρέπει να είναι κοντά στη μονάδα, αφού πρέπει να ισχύει $2 < \lambda < 1/\gamma - 1$. Έτσι, μπορούμε να κατασκευάσουμε μια λύση ηλιακού ανέμου ως εξής. Από τις επιλεγμένες τιμές των (r_o, T_o, γ) υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας του ήχου στη βάση V_{so} και εν συνεχεία την τιμή του λ . Η τιμή της αδιάστατης ταχύτητας στη βάση $M_o = V_o/V_{so} = \mu$ προκύπτει στη συνέχεια συναρτήσει των λ και γ από την έκφραση που υπολογίσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, Εξ. (6.45). Η τιμή της σταθεράς Bernoulli E μπορεί να υπολογισθεί συναρτήσει των (λ, μ, γ) . Τέλος, η τερματική ταχύτητα είναι $V_\infty \approx \sqrt{2E}V_{so}$ ενώ ο ρυθμός απώλειας μάζας $\dot{M} \approx 4\pi r_o^2 \rho_o V_o$ υπολογίζεται από την προηγούμενη έκφραση, Εξ. (6.46).

Για παράδειγμα, έστω $r_o = R_\odot$, $T_o = 1.5 \times 10^6$ K και $\gamma = 1.08$. Έχουμε τότε $V_\infty \approx \sqrt{2E}V_{so} \approx 400$ km/sec, $V_o/V_{so} \approx 4 \times 10^{-4}$ και $\dot{M} \approx 10^{12}$ gr/sec. Η θερμοκρασία σε μεγάλες αποστάσεις r όπου ο άνεμος έχει φθάσει περίπου στην τερματική του ταχύτητα V_∞ , υπολογίζεται από τη σχέση

$$\frac{T}{T_o} = \frac{\rho}{\rho_o} \gamma^{-1} = \left(\frac{V_o r_o^2}{V_\infty r^2} \right)^{\gamma-1}.$$

50 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.29: Η τοπολογία των λύσεων για διάφορες τιμές της ενέργειας E ($E_1 > E_2$).

Σε απόσταση 1 AU η έκφραση αυτή δίνει $T/T_o \approx 0.2$. Σε αντίθεση με το ισόθερμο μοντέλο που δίδει το μη φυσικά αποδεκτό αποτέλεσμα της άπειρης τερματικής ταχύτητας, το πολυτροπικό μοντέλο δίδει πεπερασμένη τερματική ταχύτητα. Αυτό συμβαίνει διότι η διαθέσιμη στο πλάσμα θερμική ενέργεια στο ισόθερμο μοντέλο τείνει στο άπειρο όταν $\gamma \rightarrow 1$. Στο ισόθερμο μοντέλο η συνθήκη για επιταχυνόμενη υπερηχητική λύση είναι $2 < \lambda$, ενώ στο πολυτροπικό μοντέλο η αντίστοιχη συνθήκη είναι $2 < \lambda < 1/(\gamma - 1)$, περιορίζοντας έτσι τις τιμές των λ και γ να είναι σε στενότερα διαστήματα.

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα του ισόθερμου και πολυτροπικού μοντέλου είναι η μαθηματική τους απλότητα. Όμως, δεν συμφωνούν με όλα τα παρατηρησιακά δεδομένα. Για παράδειγμα, αν επιθυμούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτά τα μοντέλα για να περιγράψουμε τις παρατηρούμενες ψηλές ταχύτητες του ηλιακού ανέμου και την αντίστοιχη ροή μάζας συναντάμε κάποιες δυσκολίες. Μπορούμε για παράδειγμα να έχουμε διπλάσια ταχύτητα, ελαττώνοντας την τιμή του γ από $\gamma = 1.08$ σε $\gamma \approx 1.06$. Αυτό όμως έχει σαν αποτέλεσμα να παίρνουμε τετραπλάσια ροή μάζας, κάτι που δεν παρατηρείται ωστόσο, αφού η ροή μάζας είναι περίπου η ίδια για τις ψηλές και χαμηλές τιμές της ταχύτητας. Έτσι και τα δύο μοντέλα δεν μπορούν να αναπαράγουν τις παρατηρούμενες ψηλές τιμές της ταχύτητας και συγχρόνως να δίνουν την ίδια ροή μάζας με τις χαμηλές ταχύτητες.

6.25. ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΤΟΥ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ Η.Α. ΣΤΟ ΜΕΣΟΑΣΤΡΙΚΟ ΧΩΡΟ 51

Ένα δεύτερο πρόβλημα του πολυτροπικού μοντέλου είναι ότι δεν αντιμετωπίζει το πρόβλημα της ροής της θερμικής ενέργειας, κάτι που για απλούστευση παραμετροποιείται με ένα σταθερό δείκτη γ . Στα επόμενα θα συζητήσουμε σύντομα μία πιο λεπτομερειακή αντιμετώπιση του ενεργειακού προβλήματος του ηλιακού ανέμου.

6.25 Ανίχνευση του τερματισμού του ηλιακού ανέμου στο μεσοαστρικό χώρο από το Voyager 1.

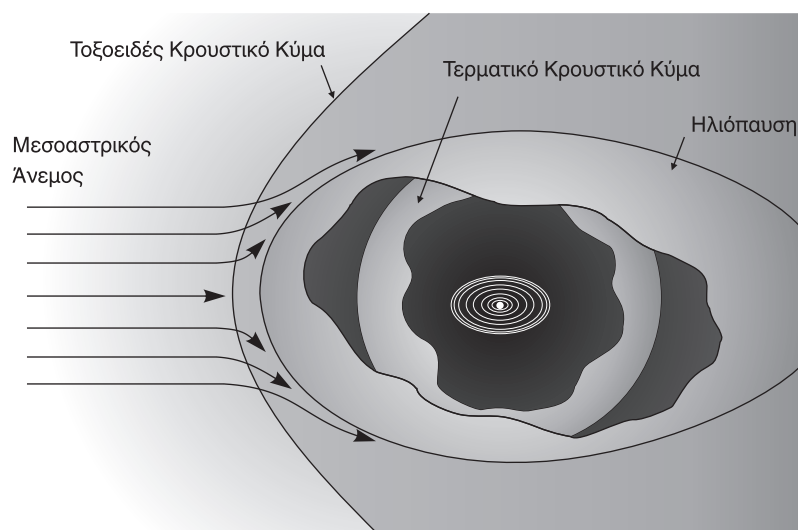
Το διαστημόπλοιο Voyager 1, που εκτοξεύθηκε μαζί με το δίδυμό του διαστημόπλοιο Voyager 2 το 1977, προκειμένου να εξερευνήσουν τους εξωτερικούς πλανήτες του Ηλιακού μας συστήματος, άφησαν πίσω τους την περιοχή στην οποία εκτείνεται η μαγνητική επιρροή του Ήλιου και ήδη το Voyager 1 κινείται στο μεσοαστρικό Διάστημα. Το γεγονός αυτό καθαυτό αποτελεί ένα ορόσημο, όπως δήλωσαν ο Ed Stone, φυσικός στο Caltech και υπεύθυνος των αποστολών Voyagers 1 και 2 από το 1972 και ο ακαδημαϊκός Σ. Κρμιζής υπεύθυνος των πειραμάτων Low Energy Charged Particle Experiment (LECP) στα Voyagers, αρκετά χρόνια πριν την εκτόξευσή τους. Η είσοδος του Voyager 1 στο μεσοαστρικό διάστημα μπορεί να θεωρηθεί ανάλογη του πρώτου περίπλου της Γης αλλά και των πρώτων βημάτων του ανθρώπου στη Σελήνη.

Όλα τα σώματα του Ηλιακού μας συστήματος εμπεριέχονται σε μια τεράστια «φουσαλίδα», την *Ηλιόσφαιρα*. Η Ηλιόσφαιρα σχηματίζεται, καθώς τεράστιες ποσότητες φορτισμένων σωματιδίων, που αποτελούν τον ηλιακό άνεμο, επιταχύνονται από την επιφάνεια του Ήλιου προς όλες τις κατευθύνσεις, συμπαρασύροντας και το μαγνητικό του πεδίο στα πέρατα του Ηλιακού μας συστήματος. Ήδη τον Δεκέμβριο του 2004, το Voyager 1 είχε φτάσει σε εκείνη την περιοχή της Ηλιόσφαιρας, όπου ο ΗΑ επιβραδύνεται απότομα σε υποηχητικές ταχύτητες, μέσα από το τερματικό κρουστικό κύμα, καθώς συγκρούεται με το μεσοαστρικό πλάσμα, δηλαδή με τα φορτισμένα σωματίδια που προέρχονται από άλλους γειτονικούς αστρικούς ανέμους και εκρήξεις σουπερνόβα. Όπως αποδείχθηκε, χρειάστηκε 8 ακόμη χρόνια προκειμένου να διασχίσει την περιοχή, από το τερματικό κρουστικό κύμα μέχρι την Ηλιόπαυση, δηλαδή μέχρι τα εξώτατα όρια της Ηλιόσφαιρας, και να εξέλθει στο μεσοαστρικό Διάστημα.

Η διάβαση της Ηλιόπαυσης σύμφωνα με την NASA συνέβη στις 25 Αυγούστου του 2012. Δυστυχώς, όμως, το επιστημονικό όργανο *ανιχνευτής πλάσματος* του Voyager 1 που θα επιβεβαίωνε την διάβαση αυτή, ανιχνεύοντας τα πολύ περισσότερα φορτισμένα σωματίδια, που δεν προέρχονται από τον ΗΑ αλλά από το μεσοαστρικό πλάσμα, είχε πάψει να λειτουργεί, ήδη από το 1990. Γιαντό και οι διαστημικοί επιστήμονες της αποστολής χρειάστηκε να καταφύγουν σε άλλες, πιο έμμεσες μεθόδους υπολογισμού, αξιοποιώντας μια ιδιαίτερος *βολική* ηλιακή έκρηξη.

Συγκεκριμένα, τον Μάρτιο του 2012, μια ηλιακή στεμματική έκρηξη εκτόξευσε τεράστιες ποσότητες φορτισμένων σωματιδίων στο Διάστημα, τα οποία έφτασαν 13 μήνες αργότερα στην περιοχή που βρισκόταν το Voyager 1, προκαλώντας τα-

52 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

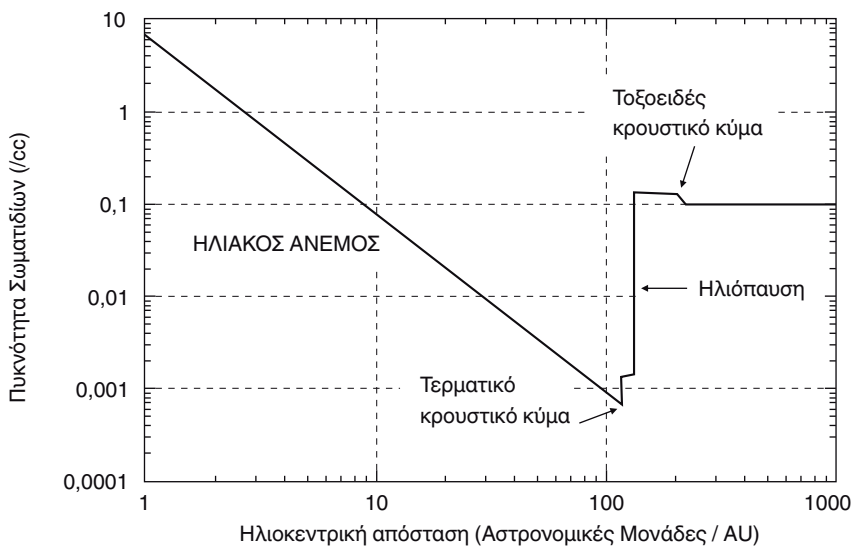


Σχήμα 6.30: Σχηματικό διάγραμμα της Ηλιόσφαιρας με το τερματικό κρουστικό κύμα, την Ηλιόπαιση και το τοξοειδές κρουστικό κύμα.

λαντώσεις στο πλάσμα που περιέβαλε την διαστημοσυσκευή. Παρόλο, όμως, που ο ανιχνευτής πλάσματος του Voyager 1 δεν λειτουργούσε, δεν συνέβαινε το ίδιο και με ένα άλλο επιστημονικό όργανο, που μπορούσε να μετρήσει αυτές τις ταλαντώσεις. Η συχνότητα ταλάντωσης του πλάσματος εξαρτάται από την πυκνότητα των ηλεκτρονίων του, η οποία προβλέπεται να είναι υψηλότερη στο κρύο μεσοαστρικό υλικό από ότι είναι μέσα στην θερμότερη φυσαλίδα της Ηλιόσφαιρας. Αναλύοντας, έτσι, τον τρόπο με τον οποίο ταλαντωνόταν το πλάσμα γύρω από τη διαστημοσυσκευή, οι επιστήμονες κατάφεραν να υπολογίσουν την πυκνότητά του. Συγκεκριμένα υπολόγισαν ότι οι αυξήσεις στην πυκνότητα των ηλεκτρονίων που ανιχνεύθηκαν από το Voyager 1, ταιριάζουν με την προβλεπόμενη πυκνότητα του μεσοαστρικού υλικού. Τα ευρήματα των αναλύσεων αυτών, σε συνδυασμό με άλλα δεδομένα από το σκάφος, κατέδειξαν ότι το Voyager 1 περιβαλλόταν από πλάσμα τουλάχιστον 40 φορές πυκνότερο από εκείνο που περιέβαλλε την διαστημοσυσκευή όταν βρισκόταν εντός της Ηλιόσφαιρας και ως εκ τούτου ότι είχε πλέον εισέλθει στο μεσοαστρικό Διάστημα, με πιθανότερη ημερομηνία την 25^η Αυγούστου 2012, όταν βρισκόταν σε απόσταση 121 αστρονομικών μονάδων από τον Ήλιο.

Παλαιότερα δεδομένα έδειχναν ότι το σκάφος είχε ήδη εγκαταλείψει την Ηλιόσφαιρα. Σε αυτά περιλαμβάνονταν μια μείωση του αριθμού των σχετικά χαμηλής ενέργειας κοσμικών ακτίνων, εντός του Ηλιακού Συστήματος, μαζί με μια ταυτόχρονη αύξηση των υψηλότερης ενέργειας κοσμικών ακτίνων που προέρχονται έξω από το Ηλιακό μας Σύστημα. Ωστόσο, η αύξηση δεν συνοδευόταν από την προβλεπόμενη αλλαγή στην κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στην περιοχή του Voyager 1. Η αμετάβλητη κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου εξακολουθεί να παραμένει ένας γρίφος. Μπορεί να προκύπτει από την τυχαία ευθυγράμμιση των μαγνητικών πεδίων του Ηλιακού Συστήματος και του μεσοαστρικού χώρου. Είναι επίσης πιθα-

6.25. ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΤΟΥ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ Η.Α. ΣΤΟ ΜΕΣΟΑΣΤΡΙΚΟ ΧΩΡΟ 53



Σχήμα 6.31: Σχηματικό διάγραμμα της Ηλιόσφαιρας με το τερματικό κρουστικό κύμα, την Ηλιόπαυση και το τοξοειδές κρουστικό κύμα.

νόν το όριο της Ηλιόσφαιρας και του μεσοαστρικού χώρου να είναι ασαφές, ή το μαγνητικό πεδίο που μεταφέρεται από τον ηλιακό άνεμο να συνδέεται με κάποιον άγνωστο τρόπο με εκείνο του μεσοαστρικού χώρου. Παρόλο που το Voyager 1 βρίσκεται πλέον έξω από την ηλιόσφαιρα, δεν έχει εγκαταλείψει το Ηλιακό Σύστημα. Το Νέφος του Oort, μια μακρινή δεξαμενή κομητών, βρίσκεται πολύ μακριά από την ηλιόσφαιρα, στο μεσοαστρικό διάστημα, αλλά είναι τμήμα του Ηλιακού μας συστήματος και βαρυντικά συνδεδεμένο με τον Ήλιο.

Το Voyager 1, μαζί με το δίδυμο Voyager 2, ξεκίνησαν το ταξίδι τους το 1977 με 16 ημέρες διαφορά. Μια ευνοϊκή πλανητική ευθυγράμμιση που συμβαίνει κάθε 176 χρόνια, επέτρεψε στα δυο σκάφη να επισκεφθούν όλους τους εξωτερικούς πλανήτες σε μια περίοδο 12 ετών. Και τα δύο πλησίασαν το Δία και τον Κρόνο, ενώ το Voyager 2 τον Ουρανό και τον Ποσειδώνα. Τα σήματα των δύο σκαφών λαμβάνονται καθημερινά, παρά το γεγονός ότι είναι πολύ ασθενή, περίπου 23 Watt, δηλ όσο μια λάμπα ψυγείου. Η ισχύς τους, τη στιγμή που φθάνουν στη Γη, μετά από περίπου 17 ώρες, είναι ένα δέκατο του δισεκατομμυριοστού του δισεκατομμυριοστού του ενός Watt. Τα δεδομένα αυτά λαμβάνονται από τα ραδιοτηλεσκόπια 34 και 70 μέτρων του Deep Space Network της NASA. Μέχρι το 2025, όταν θα τελειώσουν τα πυρηνικά του καύσιμα, το Voyager 1 θα εξερευνά το μαγνητικό πεδίο, τις κοσμικές ακτίνες και το μεσοαστρικό διάστημα. Ταξιδεύει προς την κατεύθυνση του αστερισμού του Οφιούχου, διανύοντας περίπου 1.5 εκατομμύριο χιλιόμετρα κάθε ημέρα. Μετά από 40 χιλιάδες χρόνια θα βρίσκεται σε απόσταση 1.7 ετών φωτός από ένα αμυδρό αστέρι στον αστερισμό της Καμηλοπάρδαλης, το οποίο θα ωθήσει βαρυντικά το σκάφος σε μια τροχιά που θα το οδηγήσει στο κέντρο του Γαλαξία.

Οι ερευνητές που ελέγχουν την αποστολή του Voyager 1 υπολογίζουν ότι η διαστημοσυσκευή διαθέτει ακόμη αρκετή ενέργεια, ώστε να συνεχίσει να λειτουργεί

54 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

μέχρι το 2020. Από τη στιγμή αυτή και μετά, θα αρχίσουν να κλείνουν ένα-ένα τα επιστημονικά του όργανα, ώσπου εντέλει, από το 2025 περίπου και μετά, το Voyager 1 θα συνεχίσει την διαστημική του περιπλάνηση, ακυβέρνητο πια και χωρίς να μας στέλνει άλλα δεδομένα. Όπως υπολογίζεται, η κατεύθυνση προς την οποία κινείται θα το φέρει σε απόσταση 1.7 ετών φωτός από το άστρο AC+79 3888, έναν ερυθρό νάνο στον αστερισμό της Καμηλοπάρδαλης, σε περίπου 40.000 χρόνια. Το άστρο αυτό βρίσκεται σήμερα περίπου 17 έτη φωτός μακριά μας, αλλά κινείται προς την κατεύθυνση του Ήλιου. Γι αυτό, όταν το Voyager 1 θα διέρχεται δίπλα από το άστρο, αυτό θα έχει φτάσει σε απόσταση μόλις 3.5 ετών φωτός από τον Ήλιο. Αυτό δείχνει και πόσο μικρή είναι για τα αστρονομικά δεδομένα η ταχύτητα με την οποία κινείται το Voyager 1. Κινούμενο με ταχύτητα 17 km/sec (περίπου 61.000 km/h), το Voyager 1 διανύει απόσταση περίπου 3.6 AU το χρόνο, γεγονός που σημαίνει ότι εάν κατευθυνόταν προς τον Εγγύτατο του Κενταύρου, το πλησιέστερο άστρο στη Γη αυτή την στιγμή, θα χρειαζόταν περισσότερα από 73.000 χρόνια, για να διανύσει την απόσταση των 4.24 ετών φωτός που μας χωρίζει. Σημειωτέον ότι γύρω από τον «Εγγύτατο του Κενταύρου» (Proxima Centauri), έναν μικρό (ακτίνας $R \sim 0.14R_{\odot}$, μάζας $M \sim 0.12M_{\odot}$) ερυθρό νάνο ($T \sim 3000$ K, λαμπρότητας $L \sim 0.0015L_{\odot}$), περιφέρεται σε απόσταση 0.05 AU = 1/20 AU (7.000.000 km) ένας «ξάδελφος» της Γης, ο εξωπλανήτης Proxima Centauri b που ανακαλύφθηκε με τα ισχυρά επίγεια τηλεσκόπια του Νότιου Ευρωπαϊκού Αστεροσκοπείου (ESO) και έχει ενθουσιάσει τους επιστήμονες διότι βρίσκεται εντός της λεγόμενης «κατοικήσιμης ζώνης» που σημαίνει ότι είναι πιθανώς κατοικήσιμος. Το βασικό στοιχείο για να είναι ένας πλανήτης δυνητικά κατοικήσιμος είναι εάν θα μπορούσε να υπάρξει στην επιφάνεια του πλανήτη το νερό σε υγρή μορφή. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, πρέπει να διαπιστώσουμε εάν ο πλανήτης έχει καταφέρει να διατηρήσει νερό, παρά την ισχυρή ακτινοβολία που δέχεται από τον μητρικό αστέρα που είναι ένας απειλητικός flare star με ισχυρότατες εκρήξεις. Είναι πιθανό ο εξωπλανήτης να έχασε μεγάλη ποσότητα νερού ίση με έναν ωκεανό μέσα στα πρώτα 100 έως 200 εκατομμύρια χρόνια από τη δημιουργία του, εξαιτίας της ισχυρής ακτινοβολίας του μητρικού αστέρα. Δεν είμαστε σίγουροι για το τι συνέβη μετά. Μπορεί να κατέληξε να είναι ένας “στεγνός” πλανήτης χωρίς ατμόσφαιρα ή να διατήρησε ένα μέρος της ατμόσφαιράς του και νερό σε υγρή μορφή και να είναι φιλόξενος για τη ζωή όπως την ξέρουμε. Ολα είναι ανοιχτά. Οι μέχρι τώρα μελέτες δεν μπορούν να αποκλείσουν το ενδεχόμενο ύπαρξης νερού στην επιφάνειά του, προωθώντας τον έτσι ως υποψήφιο κατοικήσιμο πλανήτη.

Το Voyager 1, όπως εξάλλου και η δίδυμη διαστημοσυσκευή του Voyager 2, η οποία ακολουθεί μια διαφορετική και πιο μεγάλη διαδρομή εντός του Ηλιακού συστήματος, μεταφέρει έναν χάλκινο επιχρυσωμένο δίσκο 12 ιντσών, στον οποίο είναι καταγεγραμμένο ένα μήνυμα της ανθρωπότητας προς κάθε άλλη νοημοσύνη, που πιθανόν συναντήσει. Στους επιχρυσωμένους δίσκους των δύο Voyagers έχουν καταγραφεί ήχοι και εικόνες από τη Γη, όπως για παράδειγμα καλωσορίσματα σε 55 γλώσσες, ήχοι της φύσης και αποσπάσματα 27 μουσικών συνθέσεων, καθώς επίσης και η θέση της Γης στο Ηλιακό μας Σύστημα και στο Γαλαξία. Στους δίσκους αυτούς έχει τοποθετηθεί από μία ραδιενεργή πηγή, η οποία θα επιτρέψει σ'

6.25. ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΤΟΥ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ Η.Α. ΣΤΟ ΜΕΣΟΑΣΤΡΙΚΟ ΧΩΡΟ 55

εκείνον που πιθανώς τους ανακαλύψει να υπολογίσει το χρονικό διάστημα που μεσολάβησε από την εκτόξευση των δύο Voyager. Θα μπορούσε άραγε να εντοπιστεί κάποια από τις δύο αυτές διαστημοσυσκευές από κάποιον εξωγήινο πολιτισμό, εάν υποθέσουμε φυσικά ότι όντως υπάρχει τέτοιος στον Γαλαξία μας; Αυτό ισχύει με την προϋπόθεση ότι οι δύο Voyagers θα καταφέρουν να επιβιώσουν στο αφιλόξενο περιβάλλον του μεσοαστρικού Διαστήματος που περιβάλλει την Ηλιόσφαιρα.

Σταμάτης Κριμιζής

Ιδιαίτερα κεντρικό και σημαντικό ρόλο στις αποστολές των Voyagers 1 και 2 αλλά και σε πολλές άλλες αποστολές της NASA, από το Galileo μέχρι τις νεότερες αποστολές Messenger στον Ερμή και New Horizons στον Πλούτωνα, είχε ο Δρ Σ. Κριμιζής, συνεργάτης του Van Allen και επι πολλά έτη Διευθυντής του Τμήματος Διαστήματος του Εργαστηρίου Εφαρμοσμένης Φυσικής του Πανεπιστημίου Johns Hopkins. Ειδικά για την έξοδο του Voyager στο μεσοαστρικό χώρο, λεπτομέρειες υπάρχουν στη δημοσίευση Krimigis, S.M. et al στο Science, Volume 341, Issue 6142, pp. 144-147 (2013).

Ο Δρ Σταμάτης Κριμιζής που γεννήθηκε στο Βροντάδο της Χίου όπου και τελείωσε το Δημοτικό και το Γυμνάσιο, ήταν Διευθυντής για 24 χρόνια (01/1991-04/2004) του Τμήματος Διαστήματος του Εργαστηρίου Εφαρμοσμένης Φυσικής του Πανεπιστημίου Johns Hopkins, (APL/JHU) των ΗΠΑ. Στο APL/JHU διευθύνει τις δραστηριότητες πολλών εκατοντάδων επιστημόνων, μηχανικών και τεχνικού προσωπικού για την κατασκευή διαστημοσυσκευών της NASA που έχουν αποσταλεί σε όλους τους πλανήτες του Ηλιακού μας συστήματος, δηλαδή έχει σχεδιάσει και κατασκευάσει όργανα που έχουν ταξιδέψει σε όλους τους πλανήτες, συμπεριλαμβανομένης της αποστολής του Cassini-Huygens στον Κρόνο και στον Τιτάνα, καθώς επίσης και της αποστολής New Horizons (Νέοι Ορίζοντες) που κατευθύνεται προς τον Πλούτωνα και τους δορυφόρους του Charon, Nix, Hydra, Kerberos, and Styx, όπου αναμένεται να φθάσει τον Ιούλιο του 2015.

Ο Σταμάτης Κριμιζής έχει δημοσιεύσει περισσότερες από 500 εργασίες σε περιοδικά με κριτές και βιβλία σχετικά με τη φυσική του Ήλιου, το μεσοαστρικό χώρο, τις πλανητικές μαγνητόσφαιρες και την Ηλιόσφαιρα. Έχει λάβει δύο φορές το NASA Exceptional Scientific Achievement Medal, είναι εταίρος της American Physical Society, της American Geophysical Union, της American Association for the Advancement of Science και του American Institute of Aeronautics and Astronautics. Είναι αποδέκτης του COSPAR's Space Science Award για το 2002, του Basic Sciences Award of the International Academy of Astronautics όπου προεδρεύει του Board of Trustees for Basic Sciences, και Επίτιμος Διδάκτωρ των Πανεπιστημίων Αιγαίου και Αθηνών. Η ομάδα φυσικής πλάσματος του τμήματός του, έχει αναγνωριστεί σαν η μεγαλύτερη και η πιο πετυχημένη και πρωτοποριακή στις ΗΠΑ. Υπό την επί-

56 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

βλεψη του Δρ. Κριμιζή, το ALP κατασκεύασε στο πρόγραμμα Discovery (Near or Near Earth Asteroid Rendezvous), που εκτοξεύθηκε και έφτασε μέχρι τον Αστεροειδή Έρωτα όπου και προσεδαφίστηκε στις 12 Φεβρουαρίου 2001. Ένας από τους κρατήρες του Έρωτα ονομάζεται Χίος (HIOS) κοντά στον μεγάλο κρατήρα Ψυχή. Το 1979 η Διεθνής Αστροναυτική Ένωση (International Astro-nautical Union) μετονόμασε τον αστεροειδή 1979 UH, σε 8323 KRIMIZIS. Το 1986 είχε προσκληθεί με άλλους πέντε επιστήμονες σε γεύμα στον Λευκό Οίκο με σκοπό να ενημερώσει τον Πρόεδρο Ρήγκαν για το πείραμα LECP στο Voyager και το πρόγραμμα συνεργασίας AMPTE με Γερμανία και Αγγλία. Πήρε επίσης μέρος στην ενημέρωση του Προέδρου Μπους το 1990, για την επιτυχή συνάντηση του Voyager με τον Ποσειδώνα το 1989 και τον Δεκέμβριο του 1987 ήταν ένας από τους προσκεκλημένους στη συνάντηση με τον Πρόεδρο Γκορμπατσώφ στην πρώτη επίσκεψη του τελευταίου στην Αμερική.

Εκλέχθηκε μέλος της Ακαδημίας Αθηνών το 2004, όπου διευθύνει το Γραφείο Διαστημικής Έρευνας και Τεχνολογίας, και από το 2006 μέχρι πρόσφατα ήταν αντιπρόσωπος της Ελλάδος στο Συμβούλιο του Ευρωπαϊκού Οργανισμού Διαστήματος (ESA), ενώ ήταν από το Σεπτέμβριο του 2010 έως τον Δεκέμβριο του 2013 Πρόεδρος του Εθνικού Συμβουλίου Έρευνας και Τεχνολογίας.

Ο Δρ. Σ. Κριμιζής είναι σήμερα επίτιμος Διευθυντής του Τμήματος Διαστήματος του Εργαστηρίου Εφαρμοσμένης Φυσικής του Πανεπιστημίου Johns Hopkins και επόπτης του Γραφείου Διαστημικής Έρευνας της Ακαδημίας Αθηνών, μοιράζοντας το χρόνο του μεταξύ ΗΠΑ και Ελλάδος.

6.26 Η εξίσωση διατήρησης της ενέργειας

Σε αυτή την ενότητα θα δούμε πώς μελετάται το πρόβλημα του ηλιακού ανέμου εάν λάβουμε υπόψη και τη ροή της θερμικής ενέργειας σε μια πληρέστερη εξίσωση διατήρησης της ενέργειας από αυτή που χρησιμοποιήσαμε στις δύο προηγούμενες ενότητες και αντιστοιχούσαν σε μία ισόθερμη, ή, μία πολυτροπική ατμόσφαιρα. Ας δούμε καταρχήν τους διάφορους όρους στην πυκνότητα της ροής ενέργειας.

Η ενθαλπία ενός αερίου H συνδέεται με την εσωτερική του ενέργεια U , την πίεση P και τον όγκο του V , από τη γνωστή σχέση της θερμοδυναμικής, έτσι ώστε για μια μικρή μεταβολή ισχύει,

$$H = U + PV \Rightarrow dH = dU + VdP + PdV .$$

Από τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής που εκφράζει τη διατήρηση της ενέργειας

$$dQ = dU + PdV = TdS \Rightarrow dU = TdS - PdV .$$

Έτσι, η μικρή μεταβολή της ενθαλπίας γράφεται,

$$dH = TdS + VdP .$$

6.26. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ 57

Σε αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να εισάγουμε τις αντίστοιχες *ειδικές* θερμοδυναμικές ποσότητες, την ειδική ενθαλπία, $h = H/m$, την ειδική εντροπία, $s = S/m$ και την ειδική εσωτερική ενέργεια $u = U/m$. Επομένως, συναρτήσει αυτών έχουμε,

$$dh = Tds + \frac{dP}{\rho}.$$

Σε αδιαβατικές μεταβολές ($dQ = TdS = 0$) η ποσότητα dP/ρ , ορίζει ένα τέλειο διαφορικό, $dP/\rho = dh$ και έτσι η ειδική ενθαλπία γράφεται

$$h = \int \frac{dP}{\rho} \Big|_{s=\text{σταθ.}}. \tag{6.47}$$

Εκτός από τις αδιαβατικές μεταβολές, η ειδική ενθαλπία μπορεί να υπολογισθεί και στις λεγόμενες πολυτροπικές σχέσεις πίεσης - πυκνότητας, $P = K\rho^\gamma$, όπου K μια σταθερά και γ ο πολυτροπικός δείκτης. Σε αυτές τις περιπτώσεις η ειδική ενθαλπία είναι,

$$h = u + \frac{P}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho}. \tag{6.48}$$

Για ένα μονοατομικό ιδανικό αέριο ισχύει

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{\rho} &= \frac{kT}{\bar{m}} \\ u &= \frac{3kT}{2\bar{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow h = \frac{5kT}{2\bar{m}}, \tag{6.49}$$

όπου η μέση μάζα των μορίων του αερίου είναι \bar{m} (για πλήρως ιονισμένο πλάσμα υδρογόνου, $\bar{m} \approx m/2$).

Η ειδική ολική ενέργεια ανά μονάδα μάζας, E του ανέμου ενός ιδανικού μονοατομικού αερίου που πηγάζει από τη βάση r_o ενός σφαιρικού βαρυτικού σώματος μάζας M ισούται με το άθροισμα της κινητικής, ενθαλπικής και βαρυτικής ενέργειας ανα μονάδα μάζας του αερίου,

$$E = \frac{V^2}{2} + \frac{5kT}{2\bar{m}} - \frac{GM}{r}. \tag{6.50}$$

Στη βάση του ανέμου, όπου η διαστολική ταχύτητα είναι πολύ μικρή, η κύρια συνεισφορά στην ενέργεια E προέρχεται από την θετική ενθαλπία και την μεγάλη σε μέγεθος αλλά αρνητική σε πρόσημο βαρυτική ενέργεια. Σε πολύ μεγάλες αποστάσεις όπου η ταχύτητα είναι υπερηχητική, η κύρια συνεισφορά στην ενέργεια E προέρχεται από την μεγάλη σε μέγεθος και θετική σε πρόσημο κινητική ενέργεια $V^2/2$.

Γενικότερα, αν συμπεριλάβουμε και τη ροή της ενέργειας που μεταφέρεται από τα ηλεκτρόνια δια θερμικής αγωγής, ο συνολικός ρυθμός παροχής ενέργειας dE/dt που διέρχεται από μια σφαίρα ακτίνας r , (δλδ η ενέργεια ανά δευτερόλεπτο) είναι

58 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

το άθροισμα του ρυθμού της ενέργειας που μεταφέρει το κινούμενο πλάσμα (κινητική, ενθαλπία, βαρυτική) και του ρυθμού της ενέργειας που μεταφέρεται από τα ηλεκτρόνια δια θερμικής αγωγής $4\pi r^2 q$, όπου $q = -\kappa \vec{\nabla} T$ (ergs/cm² sec) είναι η ενέργεια δια θερμικής αγωγής που διέρχεται από τη μονάδα της επιφάνειας ανά δευτερόλεπτο,

$$\frac{dE}{dt} = \dot{M}E + 4\pi r^2 q = \dot{M} \left(E + \frac{4\pi r^2 q}{\dot{M}} \right), \quad (6.51)$$

$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho V$ είναι ο χρονικός ρυθμός απώλειας μάζας (gr/sec), ενώ $4\pi r^2 q$ είναι ο χρονικός ρυθμός της θερμικής ενέργειας που διέρχεται από μια επιφάνεια ακτίνας r .

Σε χρονοανεξάρτητες καταστάσεις, εάν οι απώλειες δια ακτινοβολίας ή άλλων μηχανισμών είναι αμελητέες και επίσης δεν παρέχεται εξωτερική θέρμανση στο σύστημα, η διατήρηση της ολικής ενέργειας απαιτεί η απόκλιση της πυκνότητας της ενεργειακής ροής \vec{F} να είναι μηδέν,

$$\vec{\nabla} \cdot \left\{ \rho \vec{V} \left(\frac{V^2}{2} - \frac{GM}{r} + h + \frac{4\pi r^2}{\dot{M}} q \right) \right\} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0. \quad (6.52)$$

Επιπλέον, λόγω της διατήρησης της μάζας, η απόκλιση της πυκνότητας της ροής της μάζας είναι μηδέν,

$$\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} = 0.$$

Συνδυάζοντας αυτούς τους δύο νόμους διατήρησης έχουμε,

$$\rho \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \left\{ \frac{1}{2} V^2 - \frac{GM}{r} + h + \frac{4\pi r^2}{\dot{M}} q \right\} = 0. \quad (6.53)$$

Για μια ακτινική ροή, όπου όλες οι ποσότητες εξαρτώνται μόνο από την ακτινική απόσταση r , η συνολική ενέργεια που διέρχεται από μια τυχούσα σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r ανά μονάδα χρόνου, είναι σταθερή. Έτσι, κατά μήκος μιάς ακτινικής γραμμής της ροής, η πυκνότητα ροής της συνολικής ενέργειας F είναι σταθερή. Επειδή και η πυκνότητα ροής της μάζας \mathcal{F} είναι σταθερή, σταθερός παραμένει και ο λόγος τους,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{F}{\mathcal{F}} = \underbrace{\frac{1}{2} V^2}_{\text{Κινητική ενέργεια}} + \underbrace{\frac{5kT}{2m}}_{\text{Ενθαλπία}} - \underbrace{\frac{GM_{\odot}}{r}}_{\text{Βαρύτητα}} + \underbrace{\frac{q}{\mathcal{F}}}_{\text{Θερμική ενέργεια}} \left(\frac{\text{erg}}{\text{sec}} \right), \quad (6.54)$$

όπου q είναι η πυκνότητα ροής της θερμότητας λόγω αγωγιμότητας (erg/cm² sec),

$$q = -\kappa_o T^{\frac{5}{2}} \frac{dT}{dr}, \quad (6.55)$$

F είναι η πυκνότητα ροής της συνολικής ενέργειας (ergs/cm² sec), $\mathcal{F} = \rho V$ είναι η πυκνότητα ροής της μάζας (gr/cm² sec) και $q/\mathcal{F} = 4\pi r^2 q/\dot{M}$ είναι η θερμική ενέργεια ανά μονάδα μάζας (erg/gr), ενώ τα μεγέθη πάνω από τις αγκύλες είναι οι διάφορες συνιστώσες της ολικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας.

6.27 Μοντέλα του ηλιακού ανέμου με αγωγιμότητα

Εάν δεν υποθέσουμε κάποια πολυτροπική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα και την πίεση, η εξίσωση που εκφράζει τη διατήρηση της ορμής κατά μήκος μιάς ακτινικής γραμμής ροής γράφεται:

$$M_o \frac{dM_o}{dR} + \frac{\lambda}{R^2} + \frac{k}{\bar{m}V_{so}^2} \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{d}{dR} \bar{\rho} \bar{T} = 0, \quad (6.56)$$

όπου $\lambda = GM_{\odot}/r_o V_{so}^2$ και οι ποσότητες $(\bar{\rho}, \bar{T})$ έχουν διαστάσεις πυκνότητας και θερμοκρασίας, αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας τις αδιάστατες ποσότητες $T = \bar{T}/\bar{T}_o$, $\rho = \bar{\rho}/\bar{\rho}_o$ και την αδιάστατη ταχύτητα $M_o = V/V_{so}$, σε μονάδες της ταχύτητας του ήχου στη βάση $V_{so} = \sqrt{k\bar{T}_o/\bar{m}}$ και επειδή $\bar{P} = k\bar{\rho}\bar{T}/\bar{m}$, έχουμε:

$$\begin{aligned} M_o \frac{dM_o}{dR} + \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dR} + \frac{dT}{dR} + \frac{\lambda}{R^2} &= 0, \\ \Rightarrow M_o \frac{dM_o}{dR} + T \frac{d}{dR} \ln\left(\frac{\mu}{M_o R^2}\right) + \frac{dT}{dR} + \frac{\lambda}{R^2} &= 0, \\ \Rightarrow M_o \frac{dM_o}{dR} - \frac{T}{M_o} \frac{dM_o}{dR} = \frac{2T}{R} - \frac{dT}{dR} - \frac{\lambda}{R^2}. \end{aligned}$$

Τελικά, παίρνουμε την ακόλουθη γενικευμένη εξίσωση Mach του μοντέλου του ηλιακού ανέμου με αγωγιμότητα,

$$\frac{1}{M_o^2} \frac{dM_o^2}{dR} = \frac{2}{R} \frac{T \left[2 - \frac{R}{T} \frac{dT}{dR} \right] - \frac{\lambda}{R}}{M_o^2 - T}. \quad (6.57)$$

Για το ισόθερμο μοντέλο έχουμε $\bar{T} = \bar{T}_o$, $T = 1$, οπότε ανακτούμε τη γνωστή σχέση Mach του ισόθερμου μοντέλου,

$$\frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dR} = \frac{2}{R} \frac{2 - \frac{\lambda}{R}}{M^2 - 1}. \quad (6.58)$$

Η θερμοκρασία $T(R)$ μπορεί να προσδιοριστεί μέσω της εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας (νόμος του Bernoulli), η οποία σε αδιάστατη μορφή γράφεται,

$$\frac{F}{\bar{F}V_{so}^2} = \frac{M_o^2}{2} + \frac{5T}{2} - \frac{\lambda}{R} - \frac{4\pi r_o \kappa_o \bar{T}_o^{\frac{7}{2}}}{V_{so}^2} \frac{R^2 T^{\frac{5}{2}}}{M} \frac{dT}{dR}, \quad (6.59)$$

όπου ο τελευταίος όρος αντιστοιχεί στην θερμική αγωγιμότητα.

Έχουμε λοιπόν για το μοντέλο του ηλιακού ανέμου με θερμική αγωγιμότητα δύο εξισώσεις που καθορίζουν την αδιάστατη θερμοκρασία $T(R)$ και την αδιάστατη ταχύτητα $M_o(R)$. Η πρώτη είναι η εξίσωση της επιτάχυνσης για την αδιάστατη ταχύτητα $M_o(R) = V(R)/V_{so}$,

$$\frac{dM_o}{dR} = \frac{M_o}{R} \frac{T \left[2 - \frac{R}{T} \frac{dT}{dR} \right] - \frac{\lambda}{R}}{M_o^2 - T}. \quad (6.60)$$

60 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

και η δεύτερη δίνει την βαθμίδα της θερμοκρασίας από την εξίσωση διατήρησης της ολικής ενέργειας,

$$\frac{dT}{dR} = - \frac{\dot{M}V_{so}^2 \left[\frac{F}{\mathcal{F}V_{so}^2} + \frac{\lambda}{R} - \frac{M_o^2}{2} - \frac{5T}{2} \right]}{4\pi r_o \kappa_o \bar{T}_o^{\frac{7}{2}} R^2 T^{\frac{5}{2}}}. \quad (6.61)$$

Στο κρίσιμο σημείο μηδενίζονται ο αριθμητής και ο παρανομαστής της πρώτης εξίσωσης, Εξ. (6.60). Όπως είδαμε στα πολυτροπικά μοντέλα, στο κρίσιμο σημείο (R_c, M_c), οι τιμές της ακτίνας και της αδιάστατης ταχύτητας προσδιορίζονται με την βοήθεια των σταθερών (γ, E, μ). Στην προκειμένη περίπτωση όμως δεν υπάρχει η σταθερά γ , αλλά για τον προσδιορισμό των κρίσιμων σημείων έχουμε:

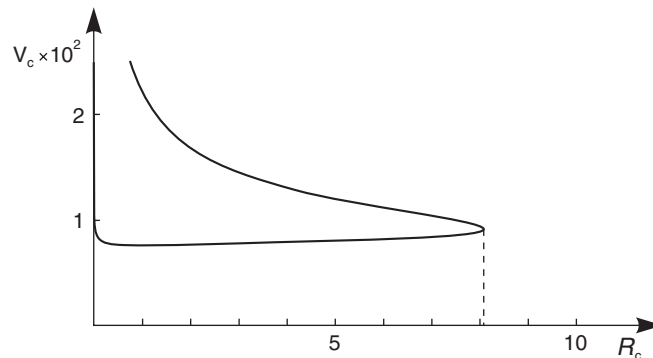
$$M_c^2 = T_c, \quad T_c \left[2 - \frac{R_c}{T_c} \frac{dT}{dR} \Big|_c \right] - \frac{\lambda}{R_c} = 0. \quad (6.62)$$

όπου $M_c = M_o(R_c)$, δηλ η ταχύτητα στο κρίσιμο σημείο, $V_c = V(R_c)$, σε μονάδες της ταχύτητας του ήχου στη βάση, V_{so} .

Η βαθμίδα της θερμοκρασίας στο κρίσιμο σημείο $d\bar{T}/dR \Big|_c$, μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση διατήρησης της συνολικής ενέργειας, Εξ. (6.61). Αν αντικαταστήσουμε στην Εξ. (6.62) την παράγωγο της θερμοκρασίας στο κρίσιμο σημείο, $d\bar{T}/dR \Big|_c$, από την εξίσωση της ενέργειας, Εξ. (6.61), παίρνουμε ένα πολυώνυμο εβδόμου βαθμού για τον αριθμό Mach $M_o(R_c) = M_c$ στο κρίσιμο σημείο, για κάθε τιμή της θερμοκρασίας T_c ,

$$2M_c^7 - \frac{\lambda}{R_c} M_c^5 + \frac{\dot{M}V_{so}^2}{4\pi r_o \kappa_o R_c \bar{T}_o^{\frac{7}{2}}} \left[\frac{F}{\mathcal{F}V_{so}^2} + \frac{\lambda}{R_c} - 3M_c^2 \right] = 0. \quad (6.63)$$

Για δεδομένες τιμές των F, \mathcal{F} και των σταθερών, το πολυώνυμο αυτό λύνεται ως προς M_c (ή V_c) για κάθε τιμή του R_c , όπως στο επόμενο ενδεικτικό διάγραμμα. Στη συνέχεια, ολοκλήρωση των δύο εξισώσεων (6.60) και (6.61) για τα dM_o/dR και dT/dR , δίνει τα $M_o(R)$ και $T(R)$.



Σχήμα 6.32: Η γραφική παράσταση της $V_c(R_c)$.

6.27. ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΥ ΗΛΙΑΚΟΥ ΑΝΕΜΟΥ ΜΕ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ 61

Ασυμπτωτική συμπεριφορά του ανέμου στο άπειρο.

Συνεχίζοντας, ας μελετήσουμε τη συμπεριφορά των δυο προηγούμενων εξισώσεων, της εξίσωσης Mach (6.60), και της εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας (6.61), όταν το R τείνει στο άπειρο, προκειμένου να επιλέξουμε τη σωστή φυσική λύση. Ορίζοντας τη νέα μεταβλητή $x = (R_c/R)^\delta$, όπου δ κάποια παράμετρος, μπορούμε να δούμε τη συμπεριφορά των λύσεων όταν $R \rightarrow \infty$ εξετάζοντας τη συμπεριφορά των λύσεων όταν $x \rightarrow 0$. Επειδή $dR = -Rdx/\delta x$, η εξίσωση Mach (6.60) γράφεται συναρτήσει της μεταβλητής x ,

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{1}{\delta} \frac{V}{x} \frac{\frac{k\bar{T}}{m} \left[2 + \delta \frac{x}{\bar{T}} \frac{d\bar{T}}{dx} \right] - \frac{GM_\odot}{r_o R_c} x^{\frac{1}{\delta}}}{V^2 - \frac{k\bar{T}}{m}}, \quad (6.64)$$

ενώ η εξίσωση της διατήρησης της ενέργειας, (6.59) γίνεται,

$$\frac{F}{\mathcal{F}} = \frac{V^2}{2} + \frac{5k\bar{T}}{2m} - \frac{GM_\odot}{r_o R_c} x^{\frac{1}{\delta}} + \frac{4\pi r_o \kappa_o \delta}{M} R_c x^{\frac{\delta-1}{\delta}} \bar{T}^{\frac{5}{2}} \frac{d\bar{T}}{dx}. \quad (6.65)$$

Καθώς ασυμπτωτικά $R \rightarrow \infty$, $x \rightarrow 0$, εμφανίζονται κάποιες ειδικές λύσεις που αντιστοιχούν σε επιλεγμένες τιμές του δ . Ας δούμε εν συντομία για κάθε μία από αυτές ορισμένα χαρακτηριστικά μεγέθη, όπως η ροή της θερμότητας και η ενθαλπία όταν $R \rightarrow \infty$.

1. ($\delta = 2/5$) - Λύση των Whang και Chang (1965):

Το μοντέλο αυτό έχει ασυμπτωτικά,

$$\bar{T}(R) = \frac{\bar{T}_*}{R^{2/5}} \quad \text{και} \quad V(R) = V_\infty - \frac{V_*}{R^{2/5}}, \quad (6.66)$$

με \bar{T}_* και V_* σταθερές και $R = r/r_o$. Η ροή της θερμότητας είναι

$$\frac{F_\infty^{cond}}{\mathcal{F}} = -\frac{4\pi r^2 \kappa_o \bar{T}^{5/2} d\bar{T}}{M dr} = \frac{8\pi \kappa_o r_o \bar{T}_*^{7/2}}{5M} \frac{1}{R^{2/5}},$$

η οποία τείνει στο μηδέν καθώς το R τείνει στο άπειρο.

Η ροή της ενθαλπίας είναι,

$$h_\infty = \frac{5k\bar{T}}{2m} = \frac{5k\bar{T}_*}{2m} \frac{1}{R^{2/5}},$$

και τείνει επίσης στο μηδέν καθώς το R τείνει στο άπειρο. Παρόμοια, και η βαρυτική ενέργεια τείνει στο μηδέν καθώς το R τείνει στο άπειρο ($x \rightarrow 0$). Επομένως, τελικά ισχύει $\sqrt{2F_\infty/\mathcal{F}} = V_\infty$, γιατί και η λύση των Whang και Chang αποτελεί μία ενδιαφέρουσα φυσική λύση.

2. ($\delta = 2/7$) - Λύση του Parker (1964b):

62 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

$$\bar{T}(R) = \frac{\bar{T}_*}{R^{\frac{2}{7}}} \quad \text{και} \quad V(R) = V_\infty - \frac{V_*}{R^{\frac{2}{7}}}, \quad (6.67)$$

με \bar{T}_* και V_* σταθερές. Η ροή της θερμότητας F_∞^{cond} είναι

$$\frac{F_\infty^{cond}}{\mathcal{F}} = -\frac{4\pi r^2 \kappa_o \bar{T}^{\frac{5}{2}} d\bar{T}}{\dot{M}} = \frac{8\pi \kappa_o r_o \bar{T}_*^{\frac{7}{2}}}{7\dot{M}} = \text{σταθ.}$$

Επίσης η ροή της ενθαλπίας είναι,

$$h_\infty = \frac{5k\bar{T}}{2\bar{m}} = \frac{5k\bar{T}_*}{2\bar{m}} \frac{1}{R^{\frac{2}{7}}},$$

η οποία τείνει στο μηδέν καθώς το R τείνει στο άπειρο. Έτσι έχουμε ότι,

$$\sqrt{\frac{2(F_\infty - F_\infty^{cond})}{\mathcal{F}}} = V_\infty.$$

Όμως, σε αυτή την λύση η πυκνότητα ροής της κινητικής ενέργειας είναι πολύ μικρότερη από την ροή θερμότητας λόγω αγωγιμότητας, κάτι που έρχεται σε αντίθεση με τις παρατηρήσεις. Επομένως αυτή η λύση δεν φαίνεται να είναι φυσικά κατάλληλη.

3. ($\delta = 4/3$) - Λύση του Durney (1971):

$$T(R) = \frac{\bar{T}_*}{R^{\frac{4}{3}}} \quad \text{και} \quad V(R) = V_\infty - \frac{V_*}{R^{\frac{4}{3}}}, \quad (6.68)$$

με \bar{T}_* και V_* σταθερές. Η ροή της θερμότητας είναι

$$\frac{F_\infty^{cond}}{\mathcal{F}} = -\frac{4\pi r^2 \kappa_o \bar{T}^{\frac{5}{2}} d\bar{T}}{\dot{M}} = \frac{16\pi \kappa_o r_o \bar{T}_*^{\frac{7}{2}}}{3\dot{M}} \frac{1}{R^{\frac{11}{3}}},$$

η οποία τείνει στο μηδέν καθώς το R τείνει στο άπειρο, όπως και η ροή της ενθαλπίας. Έτσι, $\sqrt{2F/\mathcal{F}} = V_\infty$. Σε μεγάλες αποστάσεις, όπου η αγωγιμότητα είναι αμελητέα, η ταχύτητα είναι V_* και η πυκνότητα ελαττώνεται με το τετράγωνο της απόστασης, έχουμε αδιαβατική διαστολή $P\rho^{-\gamma} = \text{σταθ.}$, με $\gamma = \frac{5}{3}$.

6.28 Η διαμάχη ηλιακού ανέμου και ηλιακής αύρας

Ο Chamberlain (1961) χρησιμοποίησε ένα μοντέλο θερμικής αγωγιμότητας για να περιγράψει τον ηλιακό άνεμο. Σε προηγούμενα είδαμε ότι ισχύει από τη διατήρηση της ενέργειας,

6.29. ΜΠΟΡΕΙ Η ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΓΩΓΗ ΝΑ ΤΡΟΦΟΔΟΤΕΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ ΤΟΝ ΗΛΙΑ; 63

$$\frac{F}{\mathcal{F}} = \frac{1}{2}V^2 + \frac{5k\bar{T}}{m} - \frac{GM_{\odot}}{r} + \frac{4\pi r^2}{\dot{M}}q = \frac{F_{\infty}}{\mathcal{F}}. \quad (6.69)$$

Ο Chamberlain υπέθεσε ότι $F_{\infty} = 0$ και ολοκληρώνοντας αριθμητικά την εξίσωση του ηλιακού ανέμου, παρήγαγε τη λύση της *ηλιακής αύρας*. Σύμφωνα με τα προηγούμενα, όταν $F_{\infty} = 0$ και όταν δεν υπάρχει ροή ενέργειας λόγω αγωγιμότητας στο άπειρο, η ταχύτητα της ροής εν τέλει μηδενίζεται, $V_{\infty} = 0$. Για μια τέτοια λύση, ο Chamberlain υιοθέτησε τις εξής τιμές σε απόσταση ίση με $1AU$:

$$V \simeq 18 \frac{\text{km}}{\text{sec}}, \quad \bar{T} \simeq 20.000 \text{ K}, \quad \text{και} \quad n \simeq 30 \text{ cm}^{-3}.$$

Αντίθετα, ο Parker υπέθεσε ότι $F_{\infty} \neq 0$ και έτσι επέλεξε τις λύσεις τύπου ανέμου. Οι λύσεις τύπου αύρας του Chamberlain ικανοποιούσαν τις σωστές οριακές συνθήκες στο μοντέλο της αγωγιμότητας, όπου $P(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, όπως και η λύση του Parker. Συνεπώς, η διαφορά μεταξύ των δύο προσεγγίσεων, στην περίπτωση που συμπεριλαμβάνεται η αγωγιμότητα, εξαρτάται από την επιλογή της σταθεράς F_{∞} . Αν η ενέργεια της αγωγιμότητας υπερिशύει παντού της αρνητικής βαρυτικής ενέργειας,

$$\frac{4\pi r^2}{\dot{M}}q > \frac{GM_{\odot}}{r}, \quad \text{δλδ,} \quad \bar{T}^{\frac{5}{2}} \frac{d\bar{T}}{dx} > \frac{k\bar{T}_o \lambda \dot{M}}{4\pi \kappa_o r_o m} \quad \text{όπου} \quad x = \frac{r_o^2}{r^2},$$

η συνολική πυκνότητα της ροής της ενέργειας είναι παντού θετική και έχουμε τον *ηλιακό άνεμο*,

$$F_{\infty} > 0, \quad V_{\infty} = \sqrt{\frac{2F_{\infty}}{\mathcal{F}}} > 0.$$

Εάν το κριτήριο αυτό δεν ικανοποιείται, τότε $V_{\infty} = 0$ οπότε έχουμε την *ηλιακή αύρα*.

6.29 Μπορεί η θερμική αγωγή να τροφοδοτεί ενεργειακά τον Ηλιακό Άνεμο ;

Στα επόμενα, με ένα υπολογισμό τάξης μεγέθους θα δείξουμε ότι η απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι αρνητική. Καταρχήν, ας δούμε το σχετικό μέγεθος των διαφόρων συνιστωσών της ολικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας του ηλιακού ανέμου. Απο τον διατηρούμενο κατά μήκος μιάς ακτινικής γραμμής εκροής συνολικό ρυθμό ροής της ενέργειας F , Εξ. (6.54), ανά αντίστοιχο ρυθμό ροής της μάζας \mathcal{F} , δλδ, τη συνολική ενέργεια ανά μονάδα μάζας, έχουμε εξισώνοντας την παροχή ενέργειας ανά μονάδα μάζας F/\mathcal{F} , στη βάση r_o και το άπειρο $r \rightarrow \infty$ μιας ακτινικής γραμμής ροής και υποθέτοντας ότι $2\bar{m} = m$, όπου m η μάζα του πρωτονίου,

$$\frac{V_o^2}{2} + \frac{5k\bar{T}_o}{m} - \frac{GM}{r_o} + \frac{q_o}{\bar{\rho}_o V_o} = \frac{V_{\infty}^2}{2} + \frac{5k\bar{T}_{\infty}}{m} - \frac{GM}{r_{\infty}} + \frac{q_{\infty}}{\bar{\rho}_{\infty} V_{\infty}}. \quad (6.70)$$

64 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

Επειδή όμως η αρχική ταχύτητα V_o στη βάση της εκροής $r_o = R_\odot$ είναι αμελητέα σε σχέση με την ταχύτητα V_∞ σε μεγάλες αποστάσεις από τη βάση της εκροής, καθώς επίσης και η βαρυτική ενέργεια $G M/r_\infty$ και η ενθαλπία $5 k\bar{T}_\infty/m$ είναι αμελητέες σε μεγάλες αποστάσεις από τη βάση της εκροής σε σχέση με τις αντίστοιχες ποσότητες στη βάση $r = R_\odot$, η προηγούμενη εξίσωση απλοποιείται ως εξής,

$$\frac{V_\infty^2}{2} \cong \frac{5 k\bar{T}_o}{m} - \frac{G M}{r_o} + \frac{q_o}{\bar{\rho}_o V_o} - \frac{q_\infty}{\bar{\rho}_\infty V_\infty}. \quad (6.71)$$

Ας υπολογίσουμε τις διάφορες συνιστώσες της ανωτέρω εξίσωσης (6.71),

$$\frac{5 k\bar{T}_o}{m} \cong 0.4 \times 10^{15}, \quad \frac{G M}{r_o} \cong -1.9 \times 10^{15}, \quad \frac{V_\infty^2}{2} \cong (1 - 3) \times 10^{15}, \quad (6.72)$$

σε μονάδες CGS, δηλ, erg/gr και όπου ο υπολογισμός της κινητικής ενέργειας ανα μονάδα μάζας έγινε για το εύρος των ταχυτήτων του ήσυχου (~ 400 km/sec) και του ταχύτατου (~ 800 km/sec) ΗΑ.

Επομένως για την επιτάχυνση του ΗΑ στο ανωτέρω εύρος ταχυτήτων απαιτείται θερμική ροή δια αγωγιμότητας,

$$\frac{q_o}{\bar{\rho}_o V_o} - \frac{q_\infty}{\bar{\rho}_\infty V_\infty} \cong [(1-3) - 0.4 + 1.9] \times 10^{15} \frac{\text{erg}}{\text{gr}} \cong (2.5 - 4.5) \times 10^{15} \frac{\text{erg}}{\text{gr}}. \quad (6.73)$$

Η θερμική ροή ανά μονάδα ροής μάζας σε μεγάλες αποστάσεις πρέπει να είναι αμελητέα σε σχέση με αυτή στη βάση, $q_\infty/\bar{\rho}_\infty V_\infty \ll q_o/\bar{\rho}_o V_o$, οπότε ισχύει,

$$\frac{q_o}{\bar{\rho}_o V_o} \geq (2.5 - 4.5) \times 10^{15} \frac{\text{erg}}{\text{gr}}. \quad (6.74)$$

Για παράδειγμα, στα μοντέλα Whang & Chang (1965) και Durney (1971) που συζητήσαμε σε προηγούμενη παράγραφο έχουμε $q_\infty \sim 0$.

Υποθέτοντας ένα μέσο όρο για το ρυθμό απώλειας μάζας μέσω του ΗΑ, $\dot{M} = 10^{12}$ gr/sec (στην πραγματικότητα ο ρυθμός απώλειας μάζας μέσω του ΗΑ χαμηλής ταχύτητας είναι υψηλότερος κατά ένα παράγοντα 1.5 του ρυθμού απώλειας μάζας μέσω του ΗΑ υψηλής ταχύτητας) έχουμε για τη ροή της μάζας του ΗΑ,

$$\mathcal{F}_o = \bar{\rho}_o V_o = \frac{\dot{M}}{4\pi r_o^2} = 1.6 \times 10^{-11} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}.$$

Τελικά, υπολογίζουμε ότι για την επιτάχυνση του ΗΑ στο ανωτέρω εύρος ταχυτήτων απαιτείται θερμική ροή αγωγιμότητας,

$$q_o \geq (40 - 72) \times 10^3 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}. \quad (6.75)$$

Για την έκφραση της θερμικής αγωγιμότητας, Eq. (6.55), με $\kappa_o \sim 2.4 \times 10^{-6}$ (βλ. § 6.6), και $\bar{T}_o \cong 10^6$ K στη βάση της εκροής $r_o = R_\odot$, έχουμε ότι η διαθέσιμη

6.30. ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΥΟ ΡΕΥΣΤΩΝ ΤΟΥ ΗΛΙΑΚΟΥ ΑΝΕΜΟΥ 65

θερμική ροή δια αγωγιμότητας είναι,

$$q_o \approx -\kappa_o \times \bar{T}_o^{5/2} \frac{d\bar{T}_o}{dr} \cong \frac{2\kappa_o \bar{T}_o^{7/2}}{7 r_o}, \tag{6.76}$$

υποθέτοντας ότι η θερμοκρασία μεταβάλλεται με την αδιάστατη ακτίνα $R = r/r_o$ ως $\bar{T}(R) = \bar{T}_o/R^{2/7}$, βλ. Εξ. (6.6). Αντικαθιστώντας τις τιμές $\kappa_o \sim 2.4 \times 10^{-6}$ (βλ. § 6.6), και $\bar{T}_o \cong 10^6$ K στη βάση της εκροής $r_o = R_\odot$, έχουμε ότι η διαθέσιμη θερμική ροή αγωγιμότητας είναι,

$$q_o \approx 10 \times 10^3 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}, \tag{6.77}$$

μιά τιμή αισθητά χαμηλότερη της απαιτούμενης θερμικής ροής αγωγιμότητας για την επιτάχυνση του ΗΑ στο ανωτέρω εύρος ταχυτήτων, ιδιαίτερα για τον ΗΑ υψηλής ταχύτητας, βλ. Εξ. (6.75). Βέβαια, ο ΗΑ υψηλής ταχύτητας προέρχεται από τις στεμματικές τρύπες όπου η θερμοκρασία είναι χαμηλότερη, αλλά και πάλι η απαιτούμενη θερμική ροή αγωγιμότητας για την επιτάχυνση του ΗΑ υψηλής ταχύτητας είναι αρκετά υψηλότερη αυτής που διατίθεται υποθέτοντας ότι στο πλάσμα του ΗΑ στο στέμμα έχουμε κρούσεις και ισχύει η έκφραση της Εξ. (6.55) με την τιμή του $\kappa_o \sim 2.4 \times 10^{-6}$ (βλ. § 6.6). Στην περίπτωση του ΗΑ χαμηλής ταχύτητας (~ 400 km/sec) η πυκνότητα ροής είναι μεγαλύτερη με αποτέλεσμα η πυκνότητα ροής αγωγιμότητας είναι περίπου η ίδια με αυτήν του ΗΑ υψηλής ταχύτητας. Επομένως, υποθέτοντας ότι το πλάσμα στη βάση του στέμματος κυριαρχείται πλήρως από κρούσεις, η επακόλουθη ροή αγωγιμότητας δεν είναι αρκετή για να επιταχύνει τον ΗΑ, είτε στις χαμηλές, ή, στις υψηλές ταχύτητες.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η πρόσθεση ενέργειας δια θερμικής αγωγής στον ΗΑ δεν είναι αρκετή για να τον επιταχύνει στις παρατηρούμενες υψηλές ταχύτητες. Κάποιος άλλος μηχανισμός πρόσθεσης ενέργειας πρέπει να παίζει σημαντικό ρόλο στην επιτάχυνση του Ηλιακού Ανέμου.

Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι το ίδιο πρόβλημα αντιμετωπίζουμε άλλωστε και για να εξηγήσουμε την υψηλή θερμοκρασία του στέμματος, όπου μία ροή ενέργειας περί τα $70 \times 10^3 \text{ erg cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ απαιτείται για να θερμάνει το ηλιακό στέμμα. Αυτή η ανάγκη οδηγεί στην εισαγωγή κάποιου άλλου μηχανισμού εναπόθεσης ενέργειας και ορμής στη βάση του στέμματος, όπως θα συζητήσουμε στα επόμενα.

6.30 Μοντέλα δύο ρευστών του ηλιακού ανέμου

Λόγω της παρατηρούμενης διαφοράς στη θερμοκρασία των ιόντων και των ηλεκτρονίων στην απόσταση της Γης, $T_e \neq T_p$, κρίνεται απαραίτητη η μελέτη του

66 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

ηλιακού ανέμου χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο δύο ρευστών. Στο μοντέλο του ενός ρευστού που χρησιμοποιήθηκε στα προηγούμενα, είχε θεωρηθεί $T_e \simeq T_p$. Αυτή η υπόθεση όμως είναι σωστή μόνο όταν τα δύο είδη του πλάσματος (ηλεκτρόνια, πρωτόνια) αλληλεπιδρούν ισχυρά, έτσι ώστε να μπορούν να διατηρήσουν μέσω κρούσεων και του θεωρήματος της ισοκατανομής της ενέργειας μιά ισορροπία στη θερμική τους ενέργεια. Χαμηλά στο στέμμα οι συγκρούσεις Coulomb μεταξύ των ηλεκτρονίων και των πρωτονίων είναι συχνές και αυτή η ισορροπία ανάμεσα στις δύο συνιστώσες του πλάσματος υπάρχει. Καθώς όμως απομακρυνόμαστε από τον Ήλιο, η πυκνότητα μειώνεται κατά αρκετές τάξεις μεγέθους, από $n(r_\odot) \simeq 10^8 \text{cm}^{-3}$ σε $n(r = 1 \text{ AU}) \simeq 10 \text{cm}^{-3}$, οι συγκρούσεις Coulomb μειώνονται, με αποτέλεσμα $T_e \neq T_p$. Σε αυτές τις περιπτώσεις, χρειάζεται να γραφούν ξεχωριστές εξισώσεις ενέργειας για τα δύο είδη. Σε αυτές τις εξισώσεις υπάρχουν όροι που εξαρτώνται από τη διαφορά $T_e - T_p$ οι οποίοι οδηγούν σε μεταφορά ενέργειας ανάμεσα στα ηλεκτρόνια και τα πρωτόνια εξ' αιτίας των συγκρούσεων που γίνονται με συχνότητα ν_{e-p} , προσπαθώντας έτσι να εξουδετερώσουν τη διαφορά $T_e - T_p$. Η συχνότητα κρούσεων μεταξύ ηλεκτρονίων και πρωτονίων είναι (βλ. § 1.17),

$$\nu_c^{e-p} \simeq \frac{2\pi n e^4}{m_e^2 v_0^3} \ln \Lambda = \frac{2\pi n e^4 \ln \Lambda}{3^{3/2} m_e^{1/2} k^{3/2} T^{3/2}} \simeq 26 \frac{n}{T^{3/2}} \text{ Hz}.$$

Για πυκνότητα $n \sim 10 \text{ cm}^{-3}$, $T_e \simeq 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ στην απόσταση της Γης, έχουμε

$$\tau_{e-p} = \frac{1}{\nu_{e-p}} = 3.8 \times 10^{-2} \frac{T^{3/2}}{n} \approx 10^5 \text{ secs}.$$

Ο χαρακτηριστικός χρόνος διαστολής τ_{exp} είναι

$$\frac{1}{\tau_{\text{exp}}} \simeq \frac{V}{n} \frac{dn}{dr} \simeq \frac{2V}{r},$$

για $n \sim 1/r^2$, οπότε έχουμε $\tau_{\text{exp}} \simeq 1.5 \times 10^5 \text{ sec}$. Για την τιμή της ταχύτητας του ηλιακού ανέμου $V \simeq 500 \text{ km/sec}$ και $r \simeq 1 \text{ AU}$ προκύπτει, $\tau_{\text{exp}} \simeq \tau_{e-p}$. Συνεπώς, είναι προφανές ότι σε απόσταση 1 AU οι συγκρούσεις δεν έχουν χρόνο να εξισώσουν τις θερμοκρασίες T_e και T_p . Μάλιστα, στο μοντέλο των δύο ρευστών αναμένεται μεγαλύτερη θερμοκρασία των ηλεκτρονίων, T_e , στην απόσταση 1 AU.

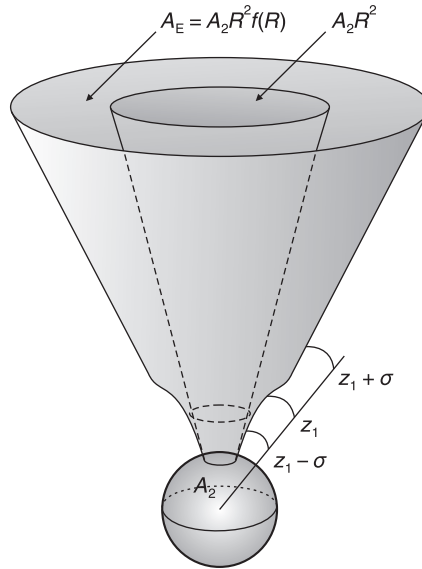
6.31 Μοντέλα του ΗΑ για διαστολή ταχύτερη του R^2

Στον ΗΑ υπάρχει το λεγόμενο **πρόβλημα της ροής μάζας**, όπου η παρατηρούμενη ροή σωματιδίων σε απόσταση 1 AU, $nV = 3 \times 10^8 / \text{cm}^2 \cdot \text{sec}$, είναι περίπου η ίδια τόσο στις χαμηλές όσο και στις υψηλές ταχύτητες. Η παρατηρούμενη πυκνότητα μέσα στις στεμματικές οπές σε απόσταση δύο ηλιακών ακτίνων είναι ίση με $n_2 \simeq 3 \times 10^5$ σωματίδια cm^{-3} . Επομένως, από την εξίσωση συνέχειας μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα στην απόσταση αυτή των δύο ηλιακών ακτίνων,

$$V_2 = \frac{(nV)_E}{n_2} \frac{A_E}{A_2} \simeq \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^5} \left(\frac{215}{2} \right)^2 f = 115 \times f \frac{\text{km}}{\text{sec}},$$

6.31. ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΥ ΗΑ ΓΙΑ ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΑΧΥΤΕΡΗ ΤΟΥ R^2 67

όπου f είναι ο παράγοντας διαστολής. Αυτή η ταχύτητα, V_2 , είναι όμως πολύ μεγαλύτερη από αυτήν που προβλέπεται από το μοντέλο της σφαιρικής διαστολής ($f = 1$).



Σχήμα 6.33: Σχεδιάγραμμα ενός εσωτερικού ακτινικού σωλήνα ροής του ΗΑ και ενός εξωτερικού σωλήνα ροής που διαστέλλεται ταχύτερα από ακτινικά.

Μία πιθανή ερμηνεία για αυτή την παρατηρούμενη απόκλιση είναι η εξής. Εάν ο σωλήνας ροής, $A(R)$, διαστέλλεται ταχύτερα του R^2 , η πυκνότητα ελαττώνεται πολύ πιο γρήγορα με αποτέλεσμα να αυξάνεται η βαθμίδα της πίεσης, η οποία αυξάνει την επιτάχυνση της ροής και κατά συνέπεια την ταχύτητά της. Το ίδιο γενικό φαινόμενο μπορεί να δημιουργηθεί από μία άμεση προσθήκη ορμής (η οποία συνδέεται με μία μηχανική κυματική ροή), ή από ένα συνδυασμό αυτών των δύο. Μαθηματικά, αυτό μπορούμε να το δούμε ως εξής. Συνδυάζοντας τις εξισώσεις διατήρησης μάζας και ορμής, την καταστατική εξίσωση και την ισόθερμη υπόθεση,

$$\rho V A = \mathcal{F}, \quad \rho V \frac{dV}{dr} = -\frac{dP}{dr} - \rho \frac{G M_\odot}{r^2} + \rho D, \quad P = \rho V_s^2, \quad T = T_o,$$

έχουμε,

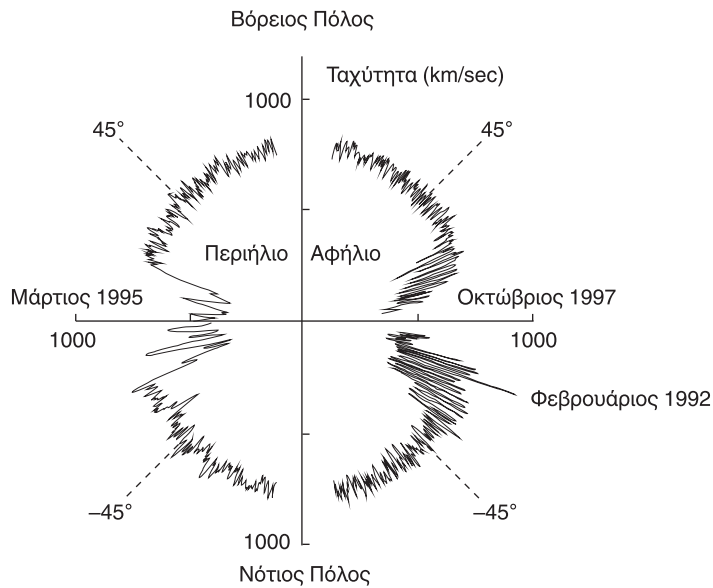
$$\frac{M^2 - 1}{2M^2} \frac{dM^2}{dr} = \frac{2}{r} - \frac{G M_\odot}{V_s^2 r^2} + \frac{d \ln(f)}{dr} + d,$$

όπου $d(r) = r_o D(r) / V_s^2$ είναι η αδιάστατη συνάρτηση της προσθήκης ορμής στη ροή. Ειδικότερα, μπορούμε να ορίσουμε τον παράγοντα διαστολής $f(r)$ ως εξής,

$$\frac{A(r)}{A(r_o)} = \left(\frac{r}{r_o}\right)^2 f(r),$$

$$f(r) = \frac{f_{max} e^{(r-r_1)/\sigma} + 1 - (f_{max} - 1) e^{(1-r_1)\sigma}}{e^{(r-r_1)\sigma} + 1},$$

68 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ



Σχήμα 6.34: Πολικό διάγραμμα της ταχύτητας του ΗΑ όπως μετρήθηκε από το πείραμα SWOOPS στο διαστημοπλοίο ULYSSES (ΟΔΥΣΣΕΑΣ) για μια σχεδόν πλήρη τροχιά του γύρω από τον Ήλιο, κατά την 6/ετία 1992 - 1998 οπότε ο Ήλιος ευρισκόταν στο ελάχιστο της δραστηριότητάς του (βλ. Σχήμα 6.1 για την τροχιά του ULYSSES εκτός του επιπέδου της εκλειπτικής). Η ταχύτητα του ΗΑ έχει ελάχιστες τιμές κοντά στον ισημερινό και μέγιστες γύρω από τους πόλους.

ενώ τη συνάρτηση προσθήκης ορμής ως εξής,

$$d = d_o e^{- (r - r_p/a)^2} .$$

Έτσι, η διαστολή είναι ταχύτερη από την ακτινική σε μία ακτίνα r_1 , έχει εύρος σ , και μέγιστο παράγοντα διαστολής f_{max} . Αντίστοιχα, η προσθήκη ορμής χαρακτηρίζεται από τις ποσότητες, r_p , a , d_o . Η παραμετρική μελέτη της ροής του ΗΑ που διαστέλλεται με παράγοντα διαστολής $f(r)$ της ανωτέρω μορφής και/ή προσθήκη ορμής που δίδεται απο την προηγούμενη συνάρτηση $d(r)$, έχει γίνει στη δημοσίευση: Habbal, S. R. and Tsinganos, K., 1983. Ένα ενδιαφέρον στοιχείο αυτής της περίπτωσης είναι η εμφάνιση περισσότερων κρίσιμων σημείων κατά μήκος της ροής καθώς και κρουστικών κυμάτων που συνδέουν τα υπερηχητικά με τα υποηχητικά τμήματα της ροής. Η μελέτη αυτή έχει εφαρμοσθεί και στις εστιασμένες εκροές (jets) απο νεογέννητους αστέρες [Silvestro et al (1987)] και ενεργούς γαλαξιακούς πυρήνες [βλ. Ferrari et al (1985), (1986)].

6.32 Εξισώσεις ΗΑ με προσθήκη ενέργειας/ορμής

Οι γενικές εξισώσεις που διέπουν την προσθήκη ενέργειας $Q(r)$ και ορμής $D(r)$ στη ροή του ΗΑ μέσα από ένα σωλήνα ροής επιφάνειας $A(r)$ είναι:

Διατήρηση Μάζας:

6.32. ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ/ΟΡΜΗΣ ΣΤΗΝ ΡΟΗ ΤΟΥ ΗΑ 69

$$\mathcal{F} = \rho u A = \text{σταθ.}$$

Διατήρηση Ορμής:

$$V \frac{dV}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} - \frac{GM_{\odot}}{r^2} + D,$$

Διατήρηση Ενέργειας:

$$3nV k \frac{dT}{dr} = 2V k T \frac{dn}{dr} - \frac{1}{A} \frac{d}{dr}(qA) + Q.$$

Ροή Ενέργειας:

$$F = \mathcal{F} \left(\frac{1}{2} V^2 + 5 \frac{kT}{m} - \frac{GM_{\odot}}{r} + \frac{A}{\mathcal{F}q} \right) = F_o + \int_{r_o}^r dr (D\mathcal{F} + QA),$$

Ταχύτητα Ροής V_E σε Απόσταση $1AU$:

$$V_E^2 \approx \frac{2F}{\mathcal{F}}.$$

70 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

6.33 Χαρακτηριστικές τιμές μεγεθών του ΗΑ

Πίνακας 6.1 : Μέσες τιμές σωματιδιακής και ενεργειακής πυκνότητας ροής για ΗΑ χαμηλής ταχύτητας

Πυκνότητα ροής πρωτονίων	$2.4 \times 10^8 \text{ cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$
Πυκνότητα ροής κινητικής ενέργειας	$0.22 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$
Πυκνότητα ροής ενθαλπίας	$0.008 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$
Βαρυτική πυκνότητα ροής	$0.004 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$
Πυκνότητα ροής μαγνητικής ενέργειας	$0.003 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$
Πυκνότητα ροής θερμότητας ηλεκτρονίων	$0.007 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$
Πυκνότητα ροής θερμότητας πρωτονίων	$0.00001 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$

Πίνακας 6.2 : Μοντέλο στεμματικής διαστολής ενός ρευστού ($r_c = 7.5 r_\odot$)

	$r = r_\odot$	$r = 1AU$	$r \rightarrow \infty$
Πυκνότητα, (cm^{-3})	7.4×10^7	8	
Ταχύτητα διαστολής, ($\text{km} \cdot \text{sec}^{-1}$)	1.2	260	315
Θερμοκρασία, (K)	1.6×10^6	1.6×10^5	$\propto r^{-\frac{2}{5}}$

Πίνακας 6.3 : Σύγκριση παρατηρήσεων ΗΑ και θεωρητικών μοντέλων ενός ρευστού (Μοντέλο 1) και δύο ρευστών (Μοντέλο 2) σε απόσταση 1 AU.

	Παρατηρήσεις	Μοντέλο 1	Μοντέλο 2
Πυκνότητα, (cm^3)	9	8	15
Ταχύτητα εκροής, ($\text{km} \cdot \text{sec}^{-1}$)	320	260	250
Θερμοκρασία πρωτονίων, (K)	4×10^4	1.6×10^5	4.4×10^3
Θερμοκρασία ηλεκτρονίων, (K)	1.5×10^5	1.6×10^5	3.4×10^5

6.34. ΆΛΛΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ 71

Πίνακας 6.4 : Παρατηρήσεις του ΗΑ εκτός της εκλειπτικής, σε περιοχές μεγάλου ηλιογραφικού πλάτους.

Παράμετρος	Μέσος όρος	Διάμεσος	Επίπεδο 5%	Επίπεδο 95%
$N_p R^2$ (cm^{-3})	2.42	2.38	1.78	3.19
V_{HA} ($\text{km} \cdot \text{sec}^{-1}$)	776	776	738	813
T_p (10^5 K)	1.89	1.86	1.44	2.41
T_e (10^5 K)	0.782	0.744	0.565	1.063
T_a/T_p	4, 71	4.69	3.97	5.57
N_a/N_p	0.0450	0.0444	0.0366	0.0579
$\sum_i N_i V_i m_i R^2$ (10^{12} AMU $\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$)	2.21	2.19	1.64	2.85
$\sum_i N_i V_i^2 m_i R^2$ (10^{18} AMU $\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$)	1.72	1.70	1.26	2.22
$\sum_i 0,5 N_i V_i^3 m_i R^2$ ($\text{m W} \cdot \text{m}^{-2}$)	1.11	1.10	0.80	1.45
(Κινητ. + Βαρυτ.) ροή ενεργειακής πυκνότητας ($\text{m W} \cdot \text{m}^{-2}$)	1.81	1.80	1.33	2.35
Απόσταση από τον Ήλιο (R , AU) ($R_{min} = 1.73$, $R_{max} = 2.83$ AU)	2.20	2.15	1.79	2.74

6.34 Άλλα Προβλήματα

Πρόβλημα 6.7

Θεωρείστε ένα ακροφύσιο του Laval, δηλ, ένα σωλήνα μεταβλητής διατομής $A(x)$, εντός του οποίου κινείται ισόθερμο ρευστό με μέση ταχύτητα $V(x)\hat{x}$.

- (α) Από την διατήρηση της μάζας βρείτε την πυκνότητα $\rho(x)$ συναρτήσει της διατομής και της μέσης ταχύτητας.

72 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΡΜΙΚΑ ΔΙΕΓΕΡΜΕΝΟΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΟΙ ΑΝΕΜΟΙ

- (β) Χρησιμοποιώντας και την εξίσωση διατήρησης της ορμής βρείτε τη διαφορική εξίσωση που καθορίζει την ταχύτητα $V(x)$ για δεδομένη $A(x)$. Η ταχύτητα του ήχου V_s του ισόθερμου ρευστού θεωρείται γνωστή.
- (γ) Αν η ταχύτητα αυξάνει μονότονα με την απόσταση σχολιάστε αν η ροή είναι υποηχητική, ή υπερηχητική.
- (δ) Σχολιάστε την αναλογία με τον σφαιρικά συμμετρικό, ισόθερμο ηλιακό άνεμο στον οποίο η μέση ταχύτητα καθορίζεται από την εξίσωση,

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dr} = \frac{\frac{2}{r} - \frac{GM}{V_s^2 r^2}}{\frac{V^2}{V_s^2} - 1},$$

Συγκεκριμένα δείξτε ότι είναι ισοδύναμος με ακροφύσιο επιφάνειας ανάλογης του

$$r^2 \exp \frac{GM}{V_s^2 r}.$$

Πρόβλημα 6.8

- (α) Θεωρώντας τον ισόθερμο ηλιακό άνεμο, δείξτε ότι συνδυασμός της εξίσωσης διατήρησης ορμής και μάζας δίδει την εξίσωση Mach

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dR} = \frac{\frac{2}{R} - \frac{\lambda}{R^2}}{\frac{V^2}{V_s^2} - 1},$$

ή,

$$\frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dR} = \frac{2}{R^2} \frac{2R - \lambda}{M^2 - 1},$$

όπου $V_s = \sqrt{\frac{2k_B T_o}{m}}$, $R = \frac{r}{r_o}$ είναι η αδιάστατη ακτίνα,

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{\text{esc}}}{V_s} \right)^2 = \frac{GM_{\odot} m}{2r_o k_B T_o} \text{ και } M = \frac{V}{V_s}.$$

- (β) Ολοκληρώνοντας την εξίσωση Mach δείξτε ότι το ολοκλήρωμα Bernoulli μπορεί να γραφεί

$$M e^{-M^2/2} = B \frac{e^{-\lambda/R}}{R^2},$$

όπου B είναι μια σταθερά. Προσδιορίστε την σταθερά B ώστε η λύση να περνά από το ηχητικό σημείο $M = 1$, $R = \lambda/2$.

6.34. ΆΛΛΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ 73

(γ) Υπολογίστε την προσεγγιστική τιμή του ολοκληρώματος $\mu = R^2 \rho M$, όπου ρ είναι η αδιάστατη πυκνότητα κανονικοποιημένη στην ακτίνα r_o , θεωρώντας ότι στη βάση του ανέμου $M(R = 1) \ll 1$ και εν συνεχεία υπολογίστε τον ρυθμό απώλειας μάζας $\dot{M} = 4\pi r^2 \bar{\rho} V = 4\pi r_o^2 \rho_o V_s \mu$.

(δ) Έστω ότι λόγω της πίεσης της ακτινοβολίας στο πλάσμα ασκείται μια επιπρόσθετη δύναμη ανά μάζα

$$f = \kappa V' \frac{dV'}{dt},$$

με κ σταθερά, οπότε η εξίσωση διατήρησης της ορμής είναι

$$V' \frac{dV'}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} - \frac{GM_\odot}{r^2} + \kappa V' \frac{dV'}{dr}.$$

Γράψτε τη νέα εξίσωση Mach και δείξτε ότι είναι ακριβώς ίδια με την προηγούμενη αν στην ταχύτητα κάνουμε την αντικατάσταση $V' = V \sqrt{1 - \kappa}$. Υπολογίστε την ταχύτητα στο κρίσιμο σημείο και συγκρίνετέ την με την περίπτωση $\kappa = 0$.

(ε) Υπολογίστε τον νέο ρυθμό απώλειας μάζας \dot{M}' και συγκρίνετέ τον με την περίπτωση $\kappa = 0$.

Πρόβλημα 6.9

- (α) Συνδυάζοντας τις βασικές εξισώσεις διατήρησης της μάζας και της ορμής που διέπουν ένα πολυτροπικό μοντέλο ενός ακτινικού Ηλιακού Ανέμου με πολυτροπικό δείκτη γ και χρησιμοποιώντας αδιάστατες μεταβλητές, δλδ, την αδιάστατη ακτινική απόσταση $R = r/r_o$, την αδιάστατη πυκνότητα ρ σε μονάδες της πυκνότητας $\bar{\rho}_o$ στη βάση του ανέμου r_o και την αδιάστατη ταχύτητα $M_o = V/V_{so}$, σε μονάδες της ταχύτητας του ήχου δείξτε ότι προκύπτει το ολοκλήρωμα διατήρησης της ενέργειας.
- (β) Αν η ταχύτητα του ανέμου στη βάση V_o είναι αμελητέα σε σχέση με την ταχύτητα στο άπειρο V_∞ , υπολογίστε την ταχύτητα V_∞ συναρτήσει των V_{so} , γ και $\lambda = G M_\odot / r_o V_{so}^2$.
- (γ) Αν $\lambda = 10$, $\gamma = 1.05$ και $V_{so} = 140$ km/s, υπολογίστε την τερματική ταχύτητα του ανέμου V_∞ .