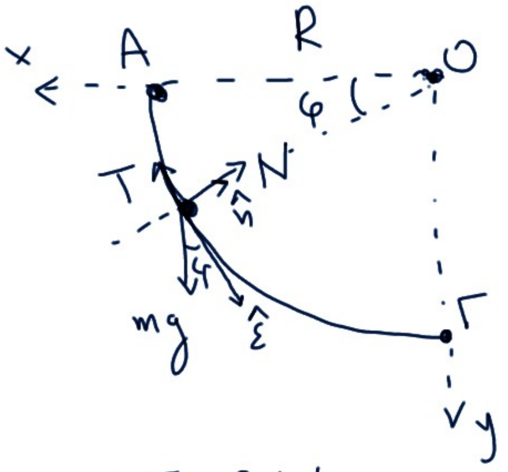



Κίνηση με τριβή ολίσθησης συντελεστή f

Στο A, $v=0$.

- εξίσωση κίνησης
- $f=$; αν στο Γ, $v=0$

$T = fN$

$\rho = R =$ σταθ

$v = R\dot{\varphi}$

$$m\bar{\alpha} = m\bar{g} + \bar{N} + \bar{T}$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\varepsilon}&: \ m\underbrace{\dot{v}}_{R\ddot{\varphi}} = mg\cos\varphi - T \\ \hat{n}&: \ mv^2/R = -mg\sin\varphi + N + 0 \end{aligned}\right\} \xRightarrow{T=fN}$$

$$\boxed{R\ddot{\varphi} - g\cos\varphi + fg\sin\varphi + Rf\dot{\varphi}^2 = 0}$$

$$\dot{\varphi}\Big|_{\varphi=0} = 0 \ , \ \dot{\varphi}\Big|_{\varphi=\frac{\pi}{2}} = 0$$

Με $\dot{\varphi} = \dfrac{v(\varphi)}{R}$ , $\ddot{\varphi} = \dfrac{1}{R}\dfrac{dv}{d\varphi}\dot{\varphi} = \dfrac{v}{R^2}\dfrac{dv}{d\varphi} = \dfrac{d}{d\varphi}\left(\dfrac{v^2}{2R^2}\right)$

$$\frac{d}{d\varphi}(v^2) + 2f(v^2) = 2gR(\cos\varphi - f\sin\varphi)$$

Λύση ομογενούς $\quad v^2_{ομ} = C e^{-2fv^2}$

Μερική λύση : $\quad v^2_{μερ} = A\cos\varphi + B\sin\varphi$

Η αντικατάσταση δίνει ...

Αλλιώς : $\quad v^2 = \mathrm{Re}\,\zeta \quad$ με $\quad \dfrac{d\zeta}{d\varphi} + 2f\zeta = 2gR\left(e^{i\varphi} + if e^{i\varphi}\right)$

$$= 2gR(1+if)e^{i\varphi}$$

Μερική λύση $\quad \zeta_{μερ} = \zeta_0 e^{i\varphi}, \quad i\zeta_0 + 2f\zeta_0 = 2gR(1+if)$

δηλ. $\quad \zeta_{μερ} = \dfrac{2gR(1+if)}{2f+i} e^{i\varphi}$

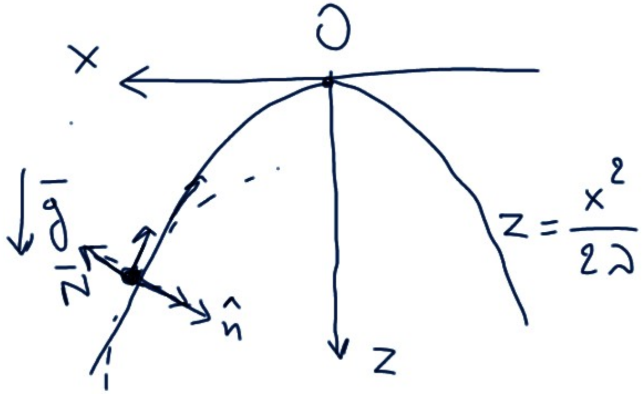
Τελικά $\quad v^2 = C' e^{-2fv^2} + 2gR\,\dfrac{3f\cos\varphi + (1-2f^2)\sin\varphi}{1+4f^2}$

$v^2\big|_{\varphi=0} = 0 \Leftrightarrow C' = -\dfrac{6gRf}{1+4f^2}$ και $v^2\big|_{\varphi=\frac{\pi}{2}} = 0 \Leftrightarrow 1 - 2f^2 - 3f e^{-\pi f} = 0 \Leftrightarrow f = 0.603$

Όχημα ανεβαίνει με σταθερή $|\bar{v}|$ σε παραβολικό ύψωμα $x^2 = 2\lambda z$ υπό την επίδραση $\bar{F} // \bar{v}$. Διερευνήστε αν θα χάσει την επαφή με το δρόμο.

Λύση:

$N = 0\ ?$ $\quad \vec{g} = g\,\hat{z}$




$$m\bar{\alpha} = m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F}$$

$$\bar{r} = x\,\hat{x} + \frac{x^2}{2\lambda}\,\hat{z}$$

$$\bar{v} = \dot{x}\,\hat{x} + \frac{x\dot{x}}{\lambda}\,\hat{z}$$

$$|\bar{v}| = v \Leftrightarrow \dot{x} = \frac{-v}{\sqrt{1+\frac{x^2}{\lambda^2}}}$$

Άρα $\bar{v} = -\frac{v}{\sqrt{1+x^2/\lambda^2}}\left(\hat{x} + \frac{x}{\lambda}\,\hat{z}\right)$

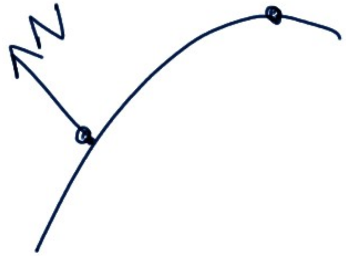
$$\bar{\alpha} = \dot{\bar{v}} = \frac{v^2}{\lambda}\,\frac{-\frac{x}{\lambda}\hat{x} + \hat{z}}{\left(1+x^2/\lambda^2\right)^2} = \bar{\alpha}_\kappa = \alpha_\kappa\hat{n}, \quad \hat{n} = \frac{\bar{\alpha}_\kappa}{|\bar{\alpha}_\kappa|} = \frac{-\frac{x}{\lambda}\hat{x} + \hat{z}}{\sqrt{1+x^2/\lambda^2}}$$

$$\alpha_\kappa = |\bar{\alpha}| = \frac{v^2}{\lambda\left(1+x^2/\lambda^2\right)^{3/2}}$$

$$R = \frac{v^2}{\alpha_\kappa} = \lambda\left(1+x^2/\lambda^2\right)^{3/2}$$

$$m\alpha_\kappa = m\underbrace{\bar{g}\cdot\hat{n}}_{g/\sqrt{1+x^2/\lambda^2}} - N + 0$$

$$N = \frac{mg\left(1+\frac{x^2}{\lambda^2}\right) - \frac{mv^2}{\lambda}}{\left(1+x^2/\lambda^2\right)^{3/2}}$$




επαφή σημαίνει

$$N > 0 \iff g\,x^2/\lambda^2 > \frac{v^2}{\lambda} - g \iff x^2 > \frac{\lambda v^2}{g} - \lambda^2$$

Αν $\frac{\lambda v^2}{g} - \lambda^2 < 0 \iff v < \sqrt{\lambda g}$ πάντα $x^2 > 0 \iff N > 0$

δηλ. δεν χάνεται πουθενά η επαφή με το δρόμο.

Αν όμως $v > \sqrt{\lambda g}$ τότε το $N$ μηδενίζεται όταν

$x^2 = \frac{\lambda v^2}{g} - \lambda^2 \iff x = \sqrt{\frac{\lambda v^2}{g} - \lambda^2}$. Εκεί χάνεται η επαφή.

$$\left( F = \frac{mg\,x/\lambda}{\sqrt{1+x^2/\lambda^2}} \right)$$