



Θέμα 1^ο:

Μια άπειρης έκτασης επίπεδη λεπτή πλάκα με σταθερή επιφανειακή πυκνότητα μάζας σ καταλαμβάνει το επίπεδο $x - y$.

(α) Να υπολογιστεί η ένταση του βαρυτικού πεδίου \vec{g} ως συνάρτηση του διανύσματος θέσης $\vec{r} = (x, y, z)$ χρησιμοποιώντας τον νόμο του Gauss.

(β) Υπολογίστε στη συνέχεια το βαρυτικό δυναμικό $\Phi(x, y, z)$ θεωρώντας ότι η τιμή του είναι 0 στην επιφάνεια της πλάκας.

(γ) Μια δεύτερη πλάκα, διπλάσιας επιφανειακής πυκνότητας, και παράλληλη στην πρώτη καταλαμβάνει το επίπεδο $z = -z_0$, όπου $z_0 > 0$. Ποια η ένταση του βαρυτικού πεδίου στις τρεις περιοχές (πάνω από την πρώτη πλάκα, ανάμεσα στις πλάκες και κάτω από τη δεύτερη πλάκα);

(δ) Ένα σωματίδιο, μάζας m , αφήνεται ακίνητο από το σημείο $(0, 0, -\kappa z_0)$, όπου κ μια σταθερά μεγαλύτερη της μονάδας, δηλαδή κάτω από τη δεύτερη πλάκα. Για ποια τιμή του κ το σωματίδιο φτάνει στην πρώτη πλάκα ακίνητο;

(Θεωρήστε ότι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση πέρα από την βαρυτική όταν περνά μέσα από τη δεύτερη πλάκα.)

Θέμα 2^ο:

Ένα σωματίδιο μάζας $m = 1$ κινείται στο μονοδιάστατο πεδίο με δυναμική ενέργεια

$$V(x) = \begin{cases} x^2, & \text{για } x \geq 0, \\ \frac{x^2}{4}, & \text{για } x < 0. \end{cases}$$

(α) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της δυναμικής ενέργειας και να βρείτε τα όρια της κίνησης του σωματιδίου, αν η ενέργεια αυτού είναι $E = 1/8$.

(β) Το σωματίδιο ξεκινά από τη θέση $x(0) = 0$ με ταχύτητα $v(0) = 1/2$. Να υπολογίσετε τη θέση αυτού τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$, $t_2 = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$, $t_3 = \sqrt{2}\pi$.

(γ) Κατασκευάστε το διάγραμμα φάσης του και περιγράψτε το σχήμα της καμπύλης.

(δ) Στο σωματίδιο που ξεκινά με τις αρχικές συνθήκες του ερωτήματος (β) δρα επιπλέον μια δύναμη που εξαρτάται από την ταχύτητα v αυτού, της μορφής $F(v) = -2\sqrt{2}v$. Να βρεθεί η κίνηση $x(t)$ του σωματιδίου.

Θέμα 3^ο:

Σημειακό σώμα μάζας $m = 1$ εκτελεί ελικοειδή τροχιά $\vec{r} = \hat{x} \cos t + \hat{y} \sin t + \hat{z} \beta t$, όπου β σταθερά.

(α) Ποιες οι επιτρόχια και κεντρομόλος συνιστώσες της επιτάχυνσής του;

(β) Ποια η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς;

(γ) Θα μπορούσε η κίνηση αυτή να οφείλεται σε δύναμη $\vec{v} \times \vec{B}$ όπου \vec{B} σταθερό διάνυσμα; (Αν ναι προσδιορίστε αυτό το διάνυσμα.)

(δ) Θα μπορούσε η κίνηση αυτή να γίνεται στην εσωτερική επιφάνεια λείου κυλινδρικού φλοιού; (Αιτιολογήστε την απάντησή σας.)

Θέμα 4^ο:

Σημειακό σώμα μάζας $m = 1$ κινείται μέσα σε ελκτικό κεντρικό πεδίο $V = -\frac{1}{r}$.

(α) Ποια η ενέργεια και η στροφορμή του σώματος αν η τροχιά του είναι κυκλική μοναδιαίας ακτίνας;

(β) Κάποια στιγμή ενώ το σώμα κινείται στην τροχιά του προηγούμενου ερωτήματος προσδίδεται ακαριαία μια ακτινική ταχύτητα v_r . Ποιες η νέα ενέργεια και η νέα στροφορμή του σώματος;

(γ) Ποιο το σχήμα της νέας τροχιάς ανάλογα με την τιμή της v_r ;

(δ) Ποια η εξίσωση της νέας τροχιάς αν $v_r = -1$; Δίνεται $u'' + u = -mF/L^2 u^2$.