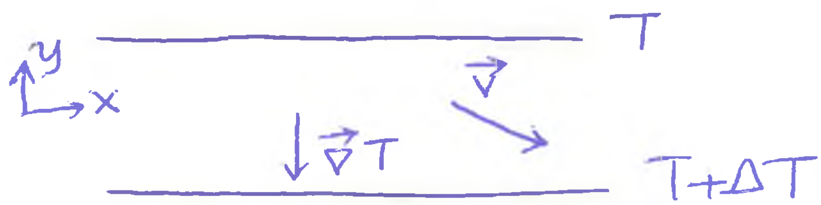
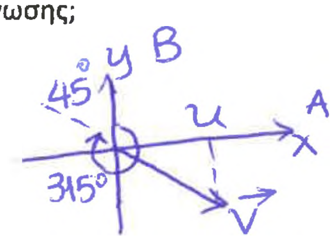
Ενας χάρτης επιφανείας απεικονίζει ισόθερμες κατά μήκος Δύσης-Ανατολής με τον ψυχρότερο αέρα στα βόρεια. Η βαθμίδα θερμοκρασίας είναι 2°C/100 km και ο άνεμος έχει διεύθυνση 315° και ταχύτητα 15kn. α) Υπολογίστε τη μεταφορά θερμοκρασίας και β) αν σε ένα σημείο η θερμοκρασία τα μεσάνυχτα είναι 12°C προβλέψτε τη θερμοκρασία την επόμενη μέρα το μεσημέρι (12 η ώρα) γ) Ποιοί είναι οι παράγοντες που ίσως οδηγούν σε λάθος αυτής της πρόγνωσης;





α) 1ος τρόπος: $TA = -\vec{V}\cdot\vec{\nabla}T = -|\vec{V}||\vec{\nabla}T|\cos\varphi =$

$$= -|\vec{V}||\vec{\nabla}T|\cos 45^\circ = 15\cdot\frac{2^\circ C}{100km}\frac{\sqrt{2}}{2} = \dots$$

2ος τρόπος: $u = |v|\cos 45^\circ$ $\qquad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$

$v = -|v|\sin 45^\circ$ $\qquad \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{2^\circ C}{100km}$

$$TA = -u\cancel{\frac{\partial T}{\partial x}}^{0} - v\frac{\partial T}{\partial y} =$$

$$= -\left(-|v|\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{2^\circ C}{100km}\right) = \dots$$

ψυχρή μεταφορά

β) $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{μετά} - T_{πριν}}{12h}$ (1)

$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\cdot\vec{\nabla}T$ Θεωρώντας $\frac{dT}{dt} = 0$ προκύπτει:

$\frac{\partial T}{\partial t} = -\vec{v}\vec{\nabla}T = TA$ (2) $\qquad$ (1), (2) $\Rightarrow T_{μετά} = \dots$

γ) $\frac{dT}{dt} = 0$ (θεωρήσαμε το T διατηρητέα ποσότητα)

Παραλείψαμε την κατακόρυφη μεταφορά θερμοκρασίας $w\frac{\partial T}{\partial z}$

Ένας αυλώνας (trough) κινείται αργά σε γεωγραφικό πλάτος 40°Β στην ισοβαρική επιφάνεια των 250 hPa. Η ακτίνα καμπυλότητας στον άξονα του αυλώνα είναι R=2300 km, ενώ το γεωδυναμικό μεταβάλλεται κατά 60 gpm ανά 160 km. Αν υποθέσουμε ότι ισχύει ισορροπία ανέμου βαθμίδας, υπολογίστε τον αριθμό Rossby και τον πραγματικό άνεμο στα 250 hPa

$$f = 2\omega \sin\varphi = 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \sin 40^{\circ} = 9{,}37 \times 10^{-5} s^{-1}$$

$$V_g = \frac{g}{f}\frac{\partial z}{\partial n} = \frac{9.8}{9.374 \times 10^{-5}} \frac{60}{160 \times 10^{3}} \Rightarrow V_g = 39 m/s$$

Ισχύει για κυκλωνικό σύστημα:

$$V_g = V_L + \frac{V_L^2}{fR} \Rightarrow fRV_g = fRV_L + V_L^2 \Rightarrow$$

$$V_L = \pm 34 m/s$$

Δεχόμαστε τη θετική τιμή $V_L = 34 m/s$ εκπροσωπεί τον πραγματικό άνεμο

$$Ro = \frac{V_L}{fR} = \frac{34}{9.374 \times 10^{-5} \times 23 \times 10^{2}} = 0.15$$

Ρεαλιστική η γεωστροφική προσέγγιση.
Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε και τον γεωστροφικό άνεμο αντί του ανέμου βαθμίδας στην περίπτωση αυτή

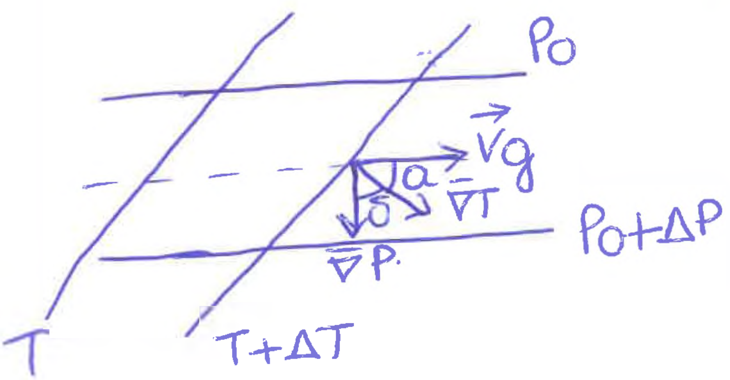
Υπολογίσατε την οριζόντια μεταφορά της θερμοκρασίας στο ύψος των 1000m, εάν η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών ισοβαρών, χαραγμένων ανά 5 mb, είναι 4 cm και η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών ισοθέρμων, χαραγμένων ανά 1oC, σε συνοπτικό χάρτη με κλίμακα 1:107 είναι 1 cm. Η οριζόντια θερμοβαθμίδα σχηματίζει γωνία 30ο με την οριζόντια βαροβαθμίδα και το γεωγραφικό πλάτος είναι 55 ο.

$$TA = -\vec{V}_g \overline{\nabla} T = -|\vec{V}_g||\overline{\nabla} T| \cos a \quad (1)$$

όπου a = γωνία που σχηματίζει ο γεωστροφικός άνεμος με την θερμοβαθμίδα

$$|\vec{V}_g| = \frac{1}{\rho f}\frac{\partial P}{\partial n} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow TA = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial P}{\partial n}\frac{\partial T}{\partial n}\cos a \quad (2)$$



όπου δ η γωνία που σχηματίζει η θερμοβαθμίδα με τη βαροβαθμίδα

$\delta = 90^o - a \rightarrow \cos a = \sin\delta$

$$(2) \Rightarrow TA = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial P}{\partial n}\frac{\partial T}{\partial n}\sin\delta \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{5mb}{4\times10^7 cm} = \frac{1{,}25mb}{100Km} = \frac{1{,}25\times10^2\ N/m^2}{100Km}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{1grad}{1\times10^7 cm} = \frac{1grad}{100Km}$$

$$(3) \Rightarrow TA = -3{,}5\,grad/24h.$$

Σε μια γεωστροφική ροή, η πίεση δίνεται από τη σχέση:

$$P(x,y)=P_0+Ax^2y-By^3$$

όπου P_0, A,B σταθερές. Η Coriolis παράμετρος μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος: $f(y)=f_0+\beta y$ με f_0,β σταθερές.

Θεωρώντας σταθερή πυκνότητα ρ, να βρεθούν: α) Οι συνιστώσες του γεωστροφικού ανέμου u_g,v_g β) η διεύθυνση της ροής σε ένα συγκεκριμένο σημείο με συντεταγμένες (L,L)

$$u_g=-\frac{1}{\rho f}\frac{\partial P}{\partial y} \quad (1) \qquad v_g=\frac{1}{\rho f}\frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x}=2Axy \qquad \frac{\partial P}{\partial y}=Ax^2-3By^2$$

$$(1)\Rightarrow u_g=-\frac{1}{\rho}\frac{1}{f_0+\beta y}(Ax^2-3By^2) \quad (3)$$

$$(2)\Rightarrow v_g=\frac{1}{\rho}\frac{1}{f_0+\beta y}2Axy \quad (4)$$

Για $(x,y)=(L,L)$

$$(3)\Rightarrow u_g=-\frac{L^2}{\rho}\frac{(A-3B)}{(f_0+\beta L)} \qquad (4)\Rightarrow v_g=\frac{2AL^2}{\rho(f_0+\beta L)}$$

$$\tan\frac{v_g}{u_g}=-\frac{2A}{A-3B}$$

Δεν εξαρτάται από ρ, L, f_0, β

Εξαρτάται από τη μορφή του πεδίου πίεσης (μέσω A και B)

① Αν $A>0$, $A-3B>0$ [tan<0] $u_g<0$ και $v_g>0$ νοτιοανατολικός άνεμος

② Αν $A>0$, $A-3B<0$ [tan>0] $u_g>0$ και $v_g>0$ νοτιοδυτικός άνεμος

③ Αν $A<0$ $A-3B>0$ [tan>0] $u_g<0$ και $v_g<0$ βορειοανατολικός άνεμος

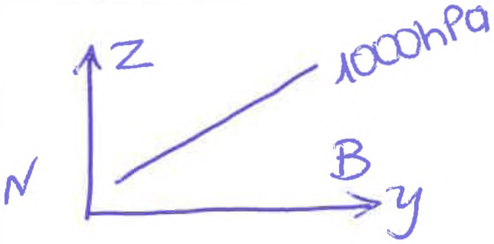
④ Αν $A<0$ $A-3B<0$ [tan<0] $u_g>0$ $v_g<0$ βορειοδυτικός άνεμος

Η επιφάνεια της πίεσης των 1000 hPa κατά μήκος του παραλλήλου 50°Β κλίνει προς μικρότερα γεωγραφικά πλάτη (προς νότια) με κλίση 1: 5000. Στην ίδια θέση η θερμοκρασία του ατμοσφαιρικού στρώματος 1000-500 hPa αυξάνει προς το νότο κατά 2.5°C/100 km. Υπολογίστε:

α) την αντίστοιχη κλίση της επιφάνειας των 500 hPa

β) την επιτάχυνση που αντιστοιχεί στη δύναμη βαροβαθμίδας στα 1000 hPa

γ) την επιτάχυνση που αντιστοιχεί στη δύναμη βαροβαθμίδας στα 500 hPa



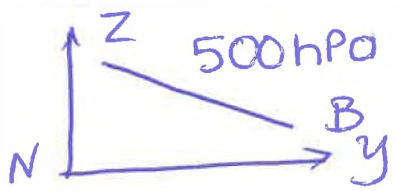
$$\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{2.5°C}{100Km}$$

$$\frac{\partial z_{1000}}{\partial y} = \frac{1}{5000}$$

$$\Delta z = z_{500} - z_{1000} = \frac{R\bar{T}}{g} \ln\frac{1000}{500} = \frac{R\bar{T}}{g}\ln 2 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial z_{500}}{\partial y} - \frac{\partial z_{1000}}{\partial y} = \frac{R \ln 2}{g}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z_{500}}{\partial y} = -\frac{1}{3260}$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η ισοβαρής των 500hPa κλίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με την ισοβαρή των 1000hPa, δηλαδή προς το βορρά

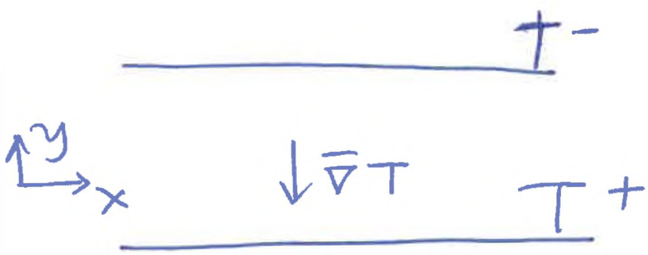


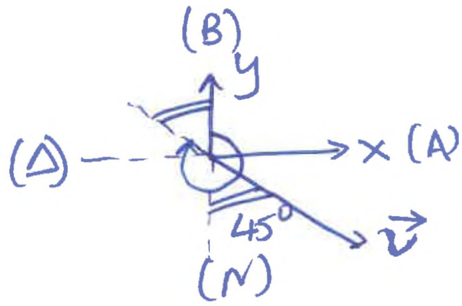
$$F_{py} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} = -g\frac{\partial z}{\partial y}$$

$$P = 1000hPa \rightarrow \frac{\partial z_{1000}}{\partial y} \rightarrow F_{py} = -1.96 \times 10^{-3} m/s^2$$

$$P = 500hPa \rightarrow \frac{\partial z_{500}}{\partial y} \rightarrow F_{py} = 3 \times 10^{-3} m/s^2$$

Σε ένα σταθμό από τον οποίο μόλις πέρασε ένα ψυχρό μέτωπο η θερμοκρασία είναι 10ºC και ελαττώνεται με σταθερό ρυθμό 3ºC/h. Ο αέρας είναι βόρειος με ταχύτητα 40km/h. Σε έναν άλλο σταθμό που βρίσκεται 100 km βόρεια του προηγούμενου, η θερμοκρασία είναι -2ºC. α) Τί είδους μεταφορά συμβαίνει όταν μια αέρια μάζα κινείται προς το νότο, πίσω από το μέτωπο; β) Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής της θερμοκρασίας της αέριας αυτής μάζας. (Θεωρήστε ότι η κατακόρυφη ταχύτητα θεωρείται αμελητέα)





α) $\bar{\nabla} T = -\frac{\partial T}{\partial y} = -2^{\circ}C/100km$

$u = v\cos 45^{\circ} = 8\frac{\sqrt{2}}{2} m/s$ $\quad v = -V\sin 45^{\circ} = -8\frac{\sqrt{2}}{2}\ m/s$

$TA = -u\cancel{\frac{\partial T}{\partial x}}^{\,0} - v\frac{\partial T}{\partial y} = -\left(-8\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-2^{\circ}C/100km\right)$

ψυχρή μεταφορά

ή διαφορετικά $TA = -\vec{v}\,\vec{\nabla} T = -|\vec{v}|\,|\vec{\nabla} T|\cos 45^{\circ}$

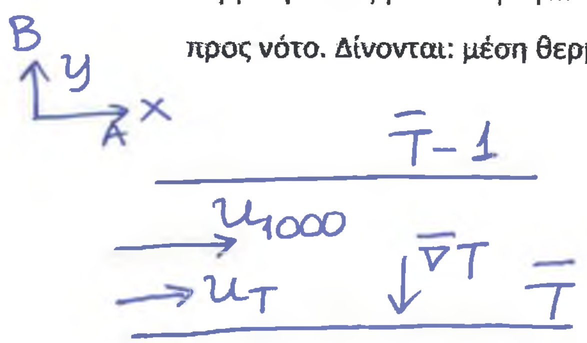
β) $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{μετά} - T_{πριν}}{12h} \Rightarrow T_{μετά} = \dots$ $\quad$ όπου $\frac{\partial T}{\partial t} = -\vec{v}\,\vec{\nabla} T$

θεωρώντας $\frac{dT}{dt} = 0$ δηλ. ότι T διατηρείται

Παραλείπομε την κατακόρυφη μεταφορά θερμοκρασίας

Θεωρούμε ότι οι ισόθερμες είναι ευθείες (και όχι καμπυλόγραμμες)

Να υπολογιστεί ο γεωστροφικός άνεμος σε ύψος 1800m, εάν ο γεωστροφικός άνεμος σε 1000m είναι δυτικός με ταχύτητα 6m/sec, και εάν η οριζόντια βαθμίδα της μέσης θερμοκρασίας για το στρώμα αυτό είναι 2.5°C/100km και έχει διεύθυνση από βορρά προς νότο. Δίνονται: μέση θερμοκρασίας του στρώματος 273 K και φ=60°.



$f = 2\omega \sin 60^\circ = 12.6\times10^{-5}\,s^{-1}$

$\nabla\bar{T} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = -\frac{2.5^\circ C}{100km}$

Ο θερμικός άνεμος είναι ζωνικός και δυτικός γιατί έχει στα δεξιά τις μεγαλύτερες τιμές θερμοκρασίας και είναι παράλληλος στις ισόθερμες.

$$u_T = -\frac{g}{f}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}\frac{\Delta z}{\bar{T}} \Rightarrow u_T = -\frac{10}{12.6\times10^{-5}}\times\left(-\frac{2.5}{10^5}\right)\times\frac{800}{273} \Rightarrow$$

$u_T = 13.1 \; m/s$

$u_T = u_{1800} - u_{1000} \Rightarrow u_{1800} = u_T + u_{1000} \Rightarrow$

$u_{1800} = 13.1 + 6 = 19.1 \; m/s$ (επίσης θετικό πρόσημο, άρα δυτικός)

Εκφράσατε την πίεση σε ύψος z έχοντας υπόψη ότι, η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή με το ύψος, η πίεση στην επιφάνεια του εδάφους είναι P_0 και η θερμοκρασία είναι εκθετική συνάρτηση της πίεσης :

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^n,$$

όπου T_0 και P_0 είναι η θερμοκρασία και η πίεση στην επιφάνεια του εδάφους, n εκθέτης και T και P είναι η θερμοκρασία και η πίεση σε ύψος z.

$$\left.\begin{aligned} dP &= -\rho g dz \\ P &= \rho R T \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{g}{R}\frac{dz}{T} \Rightarrow T\frac{dP}{P} = -\frac{g}{R}dz \quad (1)$$

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^n \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow T_0\left(\frac{P}{P_0}\right)^n \frac{dP}{P} = -\frac{g}{R}dz \Rightarrow$$

$$T_0\frac{1}{P_0^n}\frac{P^n}{P}dP = -\frac{g}{R}dz \Rightarrow T_0\frac{1}{P_0^n}P^{n-1}dP = -\frac{g}{R}dz \Rightarrow$$

$$T_0\frac{1}{P_0^n}\int_{P_0}^{P} P^{n-1}dP = -\frac{g}{R}\int_0^z dz \Rightarrow$$

$$\frac{1}{n}\frac{T_0}{P_0^n}\left(P^n - P_0^n\right) = -\frac{g}{R}z \Rightarrow \left(\frac{P}{P_0}\right)^n = 1 - \frac{ngz}{RT_0} \Rightarrow$$

$$P = P_0\left(1 - \frac{ngz}{RT_0}\right)^{1/n}$$

Κατά πόσο πρέπει να μεταβληθεί η πίεση στην επιφάνεια του εδάφους ώστε παρά την αύξηση της μέσης θερμοκρασίας του στρώματος: επιφάνεια εδάφους – 700 hPa, κατά $\Delta\overline{T}$ = 5°C, το γεωδυναμικό ύψος της στάθμης των 700 hPa να παραμείνει σταθερό. Δίνονται:

P_0 : η πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα στην επιφάνεια του εδάφους = 995 hPa,

g_o : η επιτάχυνση της βαρύτητας στη στάθμη της θάλασσας = 9.8 m/sec^2

$\overline{T}$: η μέση θερμοκρασία του στρώματος: επιφάνεια εδάφους – 700 hPa = 12 °C,

R : η ειδική σταθερά του ξηρού αέρα = 287.05 joule/kgr °K

$$\overline{T}' = \overline{T} + \Delta T = 12^\circ + 5^\circ C = 17^\circ C = 290K$$

$\overline{T} = 285K$ $\quad P_1 = 700hPa \quad P_0 = 995hPa$

$$\left.\begin{aligned} \Delta z &= \frac{R\overline{T}}{g} \ln \frac{P_0}{P_1} \\ \Delta z &= \frac{R\overline{T}'}{g} \ln \frac{P_0'}{P_1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \ln \frac{P_0'}{P_1} = \frac{\overline{T}}{\overline{T}'} \ln \frac{P_0}{P_1} \Rightarrow$$

$$P_0' = P_1 \exp\left\{ \frac{\overline{T}}{\overline{T}'} \ln \frac{P_0}{P_1} \right\} = 700 \exp\left[\frac{285}{290} \ln \frac{995}{700} \right] \Rightarrow$$

$P_0' = 989\ hPa$

$\Delta P = P_0' - P_0 = -6hPa$

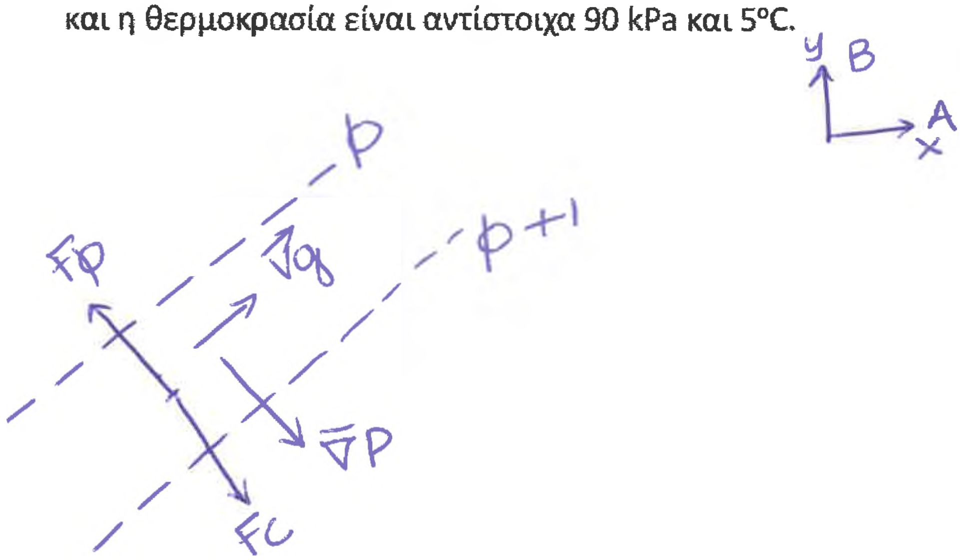
Επειδή $\overline{T}' > \overline{T} \Rightarrow \frac{\overline{T}}{\overline{T}'} < 1$

$$\ln \frac{P_0'}{P} < \ln \frac{P_0}{P} \Rightarrow \ln P_0' - \ln P < \ln P_0 - \ln P \Rightarrow \ln P_0' < \ln P_0 \Rightarrow$$

$P_0' < P_0$

άρα όπως το P_0' πρέπει να είναι μικρότερο του P_0.

Υπολογίσατε α) το μέτρο και β) τη διεύθυνση (γραφικά) του γεωστροφικού ανέμου σε γεωγραφικό πλάτος φ°, όπου η πίεση στην οριζόντια επιφάνεια αυξάνει κατά α mPa m^{-1} κατά μήκος της νοτιοανατολικής διεύθυνσης και η πίεση και η θερμοκρασία είναι αντίστοιχα 90 kPa και 5°C.



$$\left.\begin{array}{l} |v_g| = \dfrac{1}{\rho f}\dfrac{\partial P}{\partial n} \\ p = \rho R T \Rightarrow \rho = \dfrac{p}{RT} \end{array}\right\} \Rightarrow |v_g| = \dfrac{RT}{pf}\dfrac{\partial P}{\partial n} \quad (1)$$

όπου:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = a \qquad T = 5^\circ C = 278^\circ K$$

$$(1) \Rightarrow |v_g| = \frac{287{,}05 \times 278}{2 \times 7{,}29 \times 10^{-5} \times 90 \times 10^{3}} \frac{a}{\sin\varphi} =$$

$$= 6{,}46 \frac{a}{\sin\varphi} \ m/s$$