

Δείξτε ότι για ατμόσφαιρα με σταθερό ρυθμό μεταβολής της θερμοκρασίας (lapse rate) γ , το γεωδυναμικό ύψος σε επίπεδο πίεσης P_1 δίνεται από τη σχέση:

$$z = \left(\frac{T_0}{\gamma} \right) \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{R\gamma}{g}} \right]$$

Από την υδροστατική εξίσωση και την καταστατική εξίσωση των αερίων έχουμε:

$$dP = -\rho g dz$$

$$P = \rho RT$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{-g}{RT} dz$$

$$dP/P = d \ln P$$

$$\int_{P_0}^{P_1} d \ln P = \frac{-g}{R} \int_0^z \frac{1}{T} dz$$

$$T = T_0 - \gamma z$$

Μεταβολή της θερμοκρασίας με το ύψος

$$\int_{P_0}^{P_1} d \ln P = \frac{-g}{R} \int_0^z \frac{1}{T_0 - \gamma z} dz$$

Αλλά

$$\int \frac{1}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln(ax+b)$$

$$\ln \frac{P_1}{P_0} = \ln \left(\frac{T_0 - \gamma z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R\gamma}}$$

Και λύνοντας ως προς z :

$$z = \left(\frac{T_0}{\gamma} \right) \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{R\gamma}{g}} \right]$$

$$\int_{P_0}^{P_1} d \ln P = \frac{-g}{R} \int_0^z \frac{1}{T_0 - \gamma z} dz$$

Αλλά

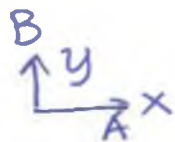
$$\int \frac{1}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln(ax+b)$$

$$\ln \frac{P_1}{P_0} = \ln \left(\frac{T_0 - \gamma z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R\gamma}}$$

Και λύνοντας ως προς z:

$$z = \left(\frac{T_0}{\gamma} \right) \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{-\frac{R\gamma}{g}} \right]$$

Να υπολογιστεί ο γεωστροφικός άνεμος σε ύψος 1800m, εάν ο γεωστροφικός άνεμος σε 1000m είναι δυτικός με ταχύτητα 6m/sec, και εάν η οριζόντια βαθμίδα της μέσης θερμοκρασίας για το στρώμα αυτό είναι 2.5°C/100km και έχει διεύθυνση από βορρά προς νότο. Δίνονται: μέση θερμοκρασία του στρώματος 273 K και $\phi=60^\circ$.



$$\frac{\bar{T}-1}{\bar{T}} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{u_{1000}} \\ \xrightarrow{u_T} \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \bar{\nabla T} \\ \bar{T} \end{array}$$

$$f = 2\omega \sin 60^\circ = 12.6 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\bar{\nabla T} = \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{2.5^\circ \text{C}}{100 \text{ km}}$$

Ο θερμικός άνεμος είναι γωνικός και δυτικός γιατί έχει στα δεξιά τις μεγαλύτερες τιμές θερμοκρασίας και είναι παράλληλος στις ισοθερμίες.

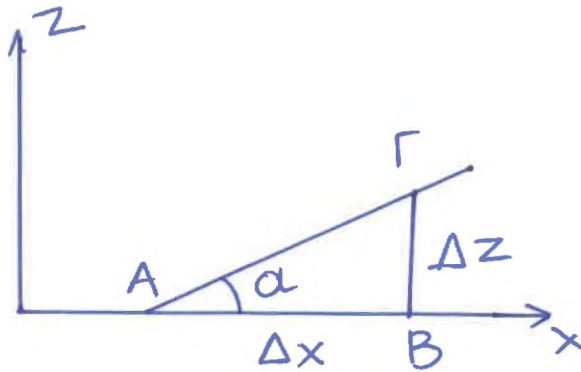
$$u_T = - \frac{g}{f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \frac{\Delta z}{\bar{T}} \Rightarrow u_T = - \frac{10}{12.6 \times 10^{-5}} \times \left(- \frac{2.5}{10^5} \right) \times \frac{800}{273} \Rightarrow$$

$$u_T = 13.1 \text{ m/s}$$

$$u_T = u_{1800} - u_{1000} \Rightarrow u_{1800} = u_T + u_{1000} \Rightarrow$$

$$u_{1800} = 13.1 + 6 = 19.1 \text{ m/s} \quad (\text{επίσης θετικό πρόσημο, άρα δυτικός})$$

Να υπολογιστεί η γωνία κλίσης ισόθερμης επιφάνειας, αν η κατακόρυφη και οριζόντια θερμοβαθμίδα στον άξονα x είναι $-4^{\circ}\text{C}/\text{km}$ και $2^{\circ}\text{C}/10\text{ km}$, αντίστοιχα.



$$\epsilon\varphi\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T_{\Gamma} - T_B}{\Delta z} = -4^{\circ}\text{C}/\text{km} \Rightarrow \Delta z = \frac{T_{\Gamma} - T_B}{-4}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_B - T_A}{\Delta x} = 2^{\circ}\text{C}/10 \Rightarrow \Delta x = (T_B - T_A) \frac{10}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta x = 5 \cdot (T_B - T_A)$$

Ισχύει: $T_A = T_{\Gamma}$ (γιατί βρίσκονται στην ίδια ισόθερμη)

$$(1) \Rightarrow \epsilon\varphi\alpha = \frac{\frac{T_{\Gamma} - T_B}{-4}}{(T_B - T_A) 5} \Rightarrow$$

$$\epsilon\varphi\alpha = -\frac{1}{20} \frac{T_A - T_B}{T_B - T_A} = \frac{1}{20} \Rightarrow \alpha = 2.86^{\circ}$$

Ένας σίφωνας ξηράς περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Δείξτε ότι η επιφανειακή πίεση στο κέντρο του σίφωνα δίνεται από τη σχέση

$$P = P_0 \exp \left[\frac{-\omega^2 (r_0^2)}{2R_d T} \right]$$

όπου P_0 = η επιφανειακή πίεση σε ακτίνα r_0 από το κέντρο του σίφωνα T = η θερμοκρασία η οποία είναι σταθερή,
 R_d = η ειδική σταθερά του ξηρού αέρα

κυκλοστροφικός άνεμος $F_\phi = F_B \Rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \} \Rightarrow$
 $v = \omega \cdot r$

$$\frac{\omega^2 r^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \Rightarrow \omega^2 r = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (1)$$

$$P = \rho \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{R T}{P} \quad (2)$$

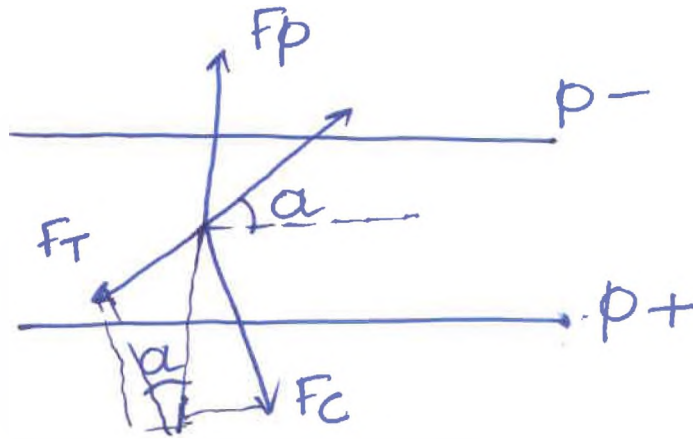
$$(1), (2) \Rightarrow \omega^2 r = \frac{R T}{P} \frac{\partial P}{\partial r} \Rightarrow \frac{\partial P}{P} = \frac{\omega^2}{R T} r \partial r \Rightarrow$$

$$\int_{P_0}^P \frac{\partial P}{P} = \frac{\omega^2}{R T} \int_{r_0}^0 r \partial r \Rightarrow$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{\omega^2}{R T} \frac{r_0^2}{2} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \exp \left[-\frac{\omega^2 r_0^2}{2 R T} \right] \Rightarrow$$

$$P = P_0 \exp \left[-\frac{\omega^2 r_0^2}{2 R T} \right]$$

Σε σταθμό σε γεωγραφικό πλάτος 43° βόρεια, ο επιφανειακός άνεμος έχει ταχύτητα 10 m/sec και διευθύνεται από τις υψηλές προς τις χαμηλές πιέσεις σχηματίζοντας γωνία $\alpha = 20^\circ$ με τις ισοβαρείς καμπύλες. Υπολογίσατε το μέγεθος της δύναμης τριβής και της δύναμης βαροβαθμίδας (ανά μονάδα μάζας).



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{F_T}{F_p} \\ \cos \alpha &= \frac{F_c}{F_p} = \frac{f \cdot V}{F_p} \Rightarrow F_p = \frac{f \cdot V}{\cos \alpha} \quad (1) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{F_T}{F_p} \\ \cos \alpha &= \frac{F_c}{F_p} \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_T}{\frac{f \cdot V}{\cos \alpha}} =$$

$$\sin \alpha = \frac{F_T \cdot \cos \alpha}{f \cdot V} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{F_T}{f \cdot V} \Rightarrow F_T = f \cdot V \tan \alpha \Rightarrow$$

$$F_T = 2 \cdot 7,29 \times 10^{-5} \sin 43^\circ \times 10 \times \tan 20^\circ \Rightarrow F_T = 3,62 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$(1) \Rightarrow F_p = 1,06 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Βρείτε το επίπεδο όπου α) η πίεση μηδενίζεται και β) η πίεση είναι το μισό της πίεσης στην επιφάνεια του εδάφους, όταν η ατμόσφαιρα είναι ομογενής και η πίεση και η θερμοκρασία στην επιφάνεια του εδάφους είναι $P_0 = 1000\text{mb}$ και $T_0 = 26^\circ\text{C}$ αντίστοιχα.

$$\left. \begin{aligned} dP &= -\rho g dz \\ \rho &= \text{σταθερό} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_{P_0}^P dP = -\rho g \int_0^z dz \Rightarrow$$

$$P - P_0 = -\rho g z \Rightarrow z = \frac{P_0 - P}{\rho g} \quad (1)$$

$$\alpha) P = 0 \quad (1) \rightarrow z = \frac{P_0}{\rho g} \quad (2)$$

$$\beta) P = \frac{P_0}{2} \quad (1) \Rightarrow z = \frac{\frac{1}{2}P_0}{\rho g} = \frac{P_0}{2\rho g} \quad (3)$$

Επειδή: $P_0 = \rho R T_0 \Rightarrow \rho = \frac{P_0}{R T_0}$

$$(2) \Rightarrow z = \frac{P_0}{\frac{P_0}{R} T_0 \cdot g} = \frac{R T_0}{g} \Rightarrow z = \frac{287 \times 299}{9.8} = 875\text{m}$$

$$(3) \Rightarrow z = \frac{\cancel{P_0} P_0}{2 \frac{P_0}{R} T_0 \cdot g} = \frac{R T_0}{2g} \Rightarrow z = \frac{287 \times 299}{2 \times 9.8} \approx 437\text{m}$$

$$\left[\frac{\text{Joule}}{\text{kg}^\circ\text{K}} = \frac{\cancel{\text{kg}} \text{ sec}^2}{\cancel{\text{m}} \text{ kg}^\circ\text{K}} = \frac{\text{kg} \cancel{\text{m}} \text{ sec}^2}{\text{sec}^2 \cancel{\text{m}} \text{ kg}^\circ\text{K}} = \text{m} \right]$$

Οι τιμές της οριζόντιας απόκλισης στα διάφορα επίπεδα της ατμόσφαιρας είναι:

Πίεση (hPa)	Οριζόντια απόκλιση $\times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
1000	+0.9
850	+0.6
700	+0.3
500	0
300	-0.6
100	-1

Να υπολογιστούν οι τιμές της κατακόρυφης ταχύτητας σε κάθε ένα από τα παραπάνω επίπεδα. Υποτίθεται ότι η ατμόσφαιρα είναι ισόθερμη με μέση τιμή θερμοκρασίας ίση με 260°K και ότι η κατακόρυφη ταχύτητα είναι 0 στα 1000 hPa

$$D = \bar{\nabla} \bar{v} = - \frac{\partial \omega}{\partial p} \Rightarrow \int_{p_1}^{p_2} d\omega = - \int_{p_1}^{p_2} D \cdot dp \Rightarrow$$

$$\omega(p_2) - \omega(p_1) = - (p_2 - p_1) \bar{D} \Rightarrow \omega(850) - \omega(1000) =$$

$$= (1000 - 850) \cdot \bar{D} \quad \text{όπου} \quad \bar{D} = \frac{D(p_1) + D(p_2)}{2}$$

$$\text{Άρα: } \omega(850) = \omega(1000) + (1000 - 850) \times \frac{1}{2} (0.9 + 0.6) \times 10^{-5} =$$

$$= 1.125 \times 10^{-3} \text{ hPa/s}$$

$$\omega(700) = \omega(850) + (850 - 700) \times \frac{1}{2} (1.125 + 0.3) \times 10^{-5} = 1.8 \times 10^{-3} \frac{\text{hPa}}{\text{s}}$$

$$\text{Όμοια} \quad \omega(500) = 2.25 \times 10^{-3} \text{ hPa/s}$$

$$\omega(300) = 1.05 \times 10^{-3} \text{ hPa/s}$$

$$\omega(100) = -4.5 \times 10^{-4} \text{ hPa/s}$$

Ποιο είναι το ύψος όπου η οριζόντια βαροβαθμίδα μηδενίζεται, όταν η βαροβαθμίδα στην ελεύθερη στάθμη της θάλασσας, όπου η πίεση είναι 1000mb, είναι 1.1mb/100km και η θερμοβαθμίδα στο ίδιο επίπεδο είναι 2.5°C/100 km; Οι βαθμίδες πίεσης και θερμοκρασίας διευθύνονται σε αντίθετες διευθύνσεις, και η οριζόντια θερμοβαθμίδα μπορεί να θεωρηθεί σταθερή με το ύψος. Δίνεται $\bar{T}=272^\circ\text{K}$.

1ος τρόπος:

Σε ύψος z η οριζόντια βαροβαθμίδα μηδενίζεται $\nabla_h P = 0$
 Άρα και ο γεωστροφικός άνεμος $v_g(z) = 0$ ή $v_g(p) = 0$
 Ας υποθέσουμε ότι η βαροβαθμίδα είναι μεσημβρινή
 $\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}$, οπότε και η βαροβαθμίδα θα είναι $\frac{\partial P}{\partial y}$ με ακριβέστερο πρόσημο. Επίσης δίνεται ότι $\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}$ είναι σταθερή με το ύψος

$$\bar{v}_T = \bar{v}_g(p) - v_g(p_0) \quad (1)$$

$$u_T = -\frac{R}{f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \ln \frac{p_0}{p} \quad (2) \quad [v_T = 0]$$

$$(1), (2) \Rightarrow u_T = -u_g(p_0) \Rightarrow -\frac{R}{f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \ln \frac{p_0}{p} = -\left(-\frac{1}{ef} \frac{\partial P}{\partial y}\right) \Rightarrow$$

$$-\frac{R}{f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \ln \frac{p_0}{p} = \frac{1}{ef} \frac{\partial P}{\partial y} \Rightarrow p = 887 \text{ hPa}$$

$$\text{υπομετρική εξίσωση} \quad z = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \frac{p_0}{p} \Rightarrow z = 954 \text{ m}$$

2ος τρόπος:

$$Z = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \frac{P_0}{P} \Rightarrow Z = \frac{R\bar{T}}{g} (\ln P_0 - \ln P)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = \frac{R}{g} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \ln \frac{P_0}{P} + \frac{R\bar{T}}{g} \frac{\partial (\ln P_0 - \ln P)}{\partial y} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} \overset{0}{=} = \frac{R}{g} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \ln \frac{P_0}{P} + \frac{R\bar{T}}{g} \left(\frac{1}{P_0} \frac{\partial P_0}{\partial x} - \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \overset{0}{=} \quad (1)$$

$$\text{At } \frac{\partial P}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial Z}{\partial y} = 0 \quad (\text{υδραστατική ισορροπία})$$

$$(1) \Rightarrow 0 = \frac{R}{g} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \ln \frac{P_0}{P} + \frac{R}{g} \frac{\bar{T}}{P_0} \frac{\partial P_0}{\partial y} \Rightarrow$$

$$-\ln \frac{P_0}{P} = \frac{\bar{T}}{P_0} \frac{\partial P_0}{\partial y} \frac{g}{R} \Rightarrow p = 887 \text{ hPa}$$

$$Z = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \frac{P_0}{P} \Rightarrow Z = 953 \text{ m}$$

Υπολογίστε τον αριθμό Rossby για δύο αυλώνες I) $L=1000 \text{ km}$, $V=10 \text{ m/s}$, $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$, II) $L=1000 \text{ km}$, $V=50 \text{ m/s}$, $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Σε ποια από τις δύο περιπτώσεις η γεωστροφική προσέγγιση δεν είναι αρκετά ικανοποιητική; Στην περίπτωση αυτή, θεωρώντας ότι ισχύει η ισορροπία του ανέμου βαθμίδας, και με τη βοήθεια του ορισμού του αριθμού Rossby, υπολογίστε το γεωστροφικό άνεμο.

Αριθμός Rossby $Ro = \frac{U}{fL}$

(I) $L=1000 \text{ km}$ $U=10 \text{ m/s}$ $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$Ro = 0.1$

(II) $L=1000 \text{ km}$ $U=50 \text{ m/s}$ $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$Ro = 0.5$

Η γεωστροφική προσέγγιση δεν είναι ικανοποιητική στην περίπτωση II
Αν ισχύει ο άνεμος βαθμίδας και αφού πρόκειται για trough
(κυκλωνικό σύστημα)

$$fV_L + \frac{V_L^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \Rightarrow V_L + \frac{V_L^2}{fR} = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (1)$$

$$V_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow V_L + \frac{V_L^2}{fR} = V_g \Rightarrow V_L + \left(\frac{V_L}{fR} \right) V_L = V_g \Rightarrow$$

$$V_L + Ro V_L = V_g \Rightarrow V_L (1 + Ro) = V_g \Rightarrow V_g = 50(1 + 0.5) = 75 \text{ m/s}$$

Άρα: $V_g > V$ (υπερεκτίμηση του πραγματικού)

Ένα υψόμετρο βαθμονομήθηκε για ισόθερμη ατμόσφαιρα $T=5^{\circ}\text{C}$. Ένας ορειβάτης έβαλε την τιμή 0 να αντιστοιχεί σε πίεση μέσης στάθμης θάλασσας $p=1005 \text{ hPa}$, πριν ανέβει σε ύψος 1250 m . Υπολογίστε το πραγματικό ύψος πάνω από τη μέση στάθμη της θάλασσας (ΜΣΘ), αν η μέση θερμοκρασία στο στρώμα κάτω από το ύψος αυτό είναι 15°C .

$$p_s = 1005 \text{ hPa} \rightarrow z=0 \quad \bar{T} = 5^{\circ} + 273 = 278 \text{ K}$$

$$p \rightarrow z = 1250 \text{ m} \quad \bar{T}' = 15 + 273 = 288 \text{ K}$$

Η πίεση p που αντιστοιχεί στο ύψος $z=1250 \text{ m}$ είναι:

$$z = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \frac{p_s}{p} \Rightarrow \ln p = \ln p_s - \frac{gz}{R\bar{T}} \Rightarrow \ln p =$$

$$\ln 1005 - \frac{9.8 \times 1250}{287 \times 278} \Rightarrow p = 862 \text{ hPa}$$

Η πραγματική απόσταση μεταξύ $p=862 \text{ hPa}$ και

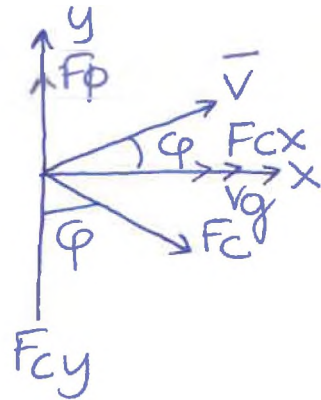
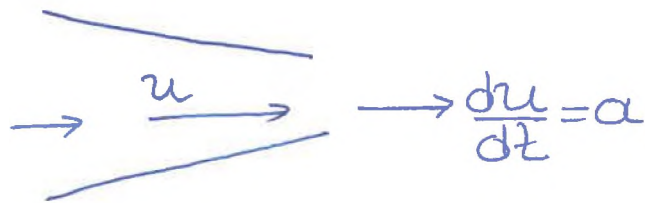
$p_s=1005 \text{ hPa}$ είναι:

$$z' = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \frac{p_s}{p} \Rightarrow z' = \frac{287 \times 288}{9.8} \ln \frac{1005}{862} \Rightarrow z' = 1294 \text{ m}$$

Η διαφορά οφείλεται στο γεγονός ότι στην πρώτη περίπτωση θεωρήθηκε ότι η θερμοκρασία είναι παντού σταθερή $\bar{T}=5^{\circ}\text{C}$, ενώ στην πραγματικότητα ήταν $\bar{T}=15^{\circ}\text{C}$

Σε ένα δυτικό αεροχείμαρρο στην ανώτερη τροπόσφαιρα ο ζωνικός άνεμος αυξάνει γραμμικά από 10 σε 50 m/s σε μια απόσταση 2000 km. Αν η καμπυλότητα των ισοϋψών και η τριβή θεωρούνται αμελητέες και η Coriolis παράμετρος είναι σταθερή $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$, να υπολογιστούν:

α) η επιτάχυνση της αέριας μάζας β) η γωνία μεταξύ του διανύσματος του πραγματικού και γεωστροφικού ανέμου σε ένα σημείο που ο πραγματικός άνεμος είναι 30 m/s.



Για τον ζωνικό άνεμο ισχύει:

$$u^2 = u_0^2 + 2ax \Rightarrow a = \frac{u^2 - u_0^2}{2x} \quad (1)$$

Για $u=50 \text{ m/s}$ και $u_0=10 \text{ m/s}$ και $x=2000 \text{ km} = 2 \times 10^6 \text{ m}$

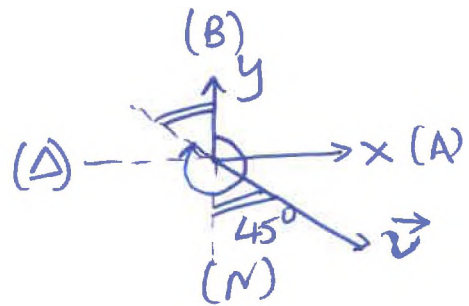
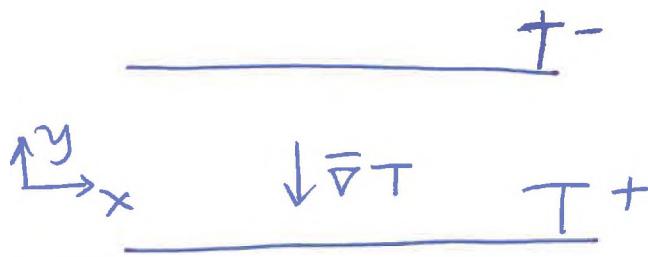
$$(1) \Rightarrow a = \frac{2500 - 100}{4 \times 10^6} = 6 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$$

$$F_{cx} = \frac{du}{dt} = a \Rightarrow F_c \sin \varphi = a \Rightarrow \sin \varphi = \frac{a}{F_c} \quad (2)$$

$$F_c = f \bar{u} = f \frac{50+10}{2} = f \cdot 30 = 10^{-4} \times 30 = 3 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow \sin \varphi = \frac{6 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-3}} = 0,2 \Rightarrow \varphi = 11^\circ$$

Σε ένα σταθμό από τον οποίο μόλις πέρασε ένα ψυχρό μέτωπο η θερμοκρασία είναι 10°C και ελαττώνεται με σταθερό ρυθμό 3°C/h . Ο αέρας είναι βόρειος με ταχύτητα 40km/h . Σε έναν άλλο σταθμό που βρίσκεται 100 km βόρεια του προηγούμενου, η θερμοκρασία είναι -2°C . α) Τί είδους μεταφορά συμβαίνει όταν μια αέρια μάζα κινείται προς το νότο, πίσω από το μέτωπο; β) Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής της θερμοκρασίας της αέριας αυτής μάζας. (Θεωρήστε ότι η κατακόρυφη ταχύτητα θεωρείται αμελητέα)



a) $\bar{\nabla} T = -\frac{\partial T}{\partial y} = -2^{\circ}\text{C}/100\text{km}$

$u = v \cos 45^{\circ} = 8\frac{\sqrt{2}}{2}\text{m/s}$ $v = -v \sin 45^{\circ} = -8\frac{\sqrt{2}}{2}\text{m/s}$

$T_A = -\cancel{u \frac{\partial T}{\partial x}} - v \frac{\partial T}{\partial y} = -(-8\frac{\sqrt{2}}{2})(-2^{\circ}\text{C}/100\text{km})$
 ψυχρή μεταφορά

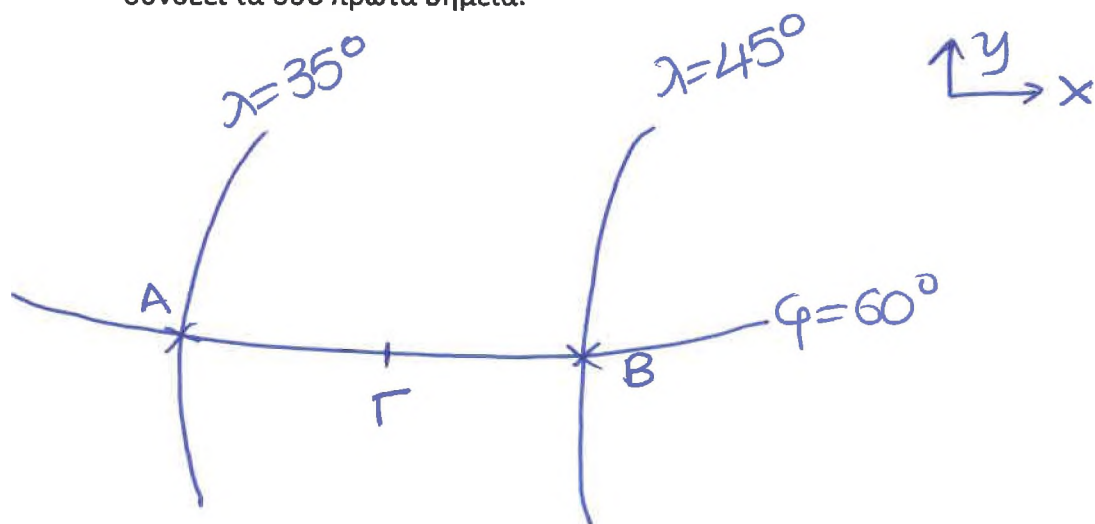
ή διαφορετικά $T_A = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = -|\vec{v}| |\vec{\nabla} T| \cos 45^{\circ}$

β) $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{\text{μετ}} - T_{\text{πριν}}}{12\text{h}} \Rightarrow T_{\text{μετ}} = \dots$ όπου $\frac{\partial T}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} T$

θεωρούμε $\frac{dT}{dt} = 0$ δηλ. ότι T διατηρείται

Παραλείπουμε την κατακόρυφη μεταφορά θερμότητας
 θεωρούμε ότι οι ιδιότητες είναι ελαστικές (και όχι καμπυλοελαστικές)

Η πίεση είναι 1024 mb και η θερμοκρασία είναι 40C σε ένα σημείο με συντεταγμένες $\lambda=35^\circ$ και $\phi=60^\circ$. Η πίεση είναι 1028 mb και η θερμοκρασία είναι 100C σε ένα άλλο σημείο με συντεταγμένες $\lambda=45^\circ$ και $\phi=60^\circ$. Υπολογίσατε τη μεσημβρινή συνιστώσα του γεωστροφικού ανέμου σε σημείο που βρίσκεται στο μέσο της γραμμής που συνδέει τα δύο πρώτα σημεία.



$$v_\Gamma = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \left. \vphantom{\frac{\partial p}{\partial x}} \right\} \Rightarrow v_\Gamma = \frac{RT}{p f} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$p = \rho R T \Rightarrow \rho = \frac{p}{R T}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{p_B - p_A}{AB} = \frac{(1028 - 1024) \times 10^2}{550 \times 10^3} \frac{\text{N/m}^2}{\text{m}} = \frac{0.72 \times 10^{-3}}{\text{m}}$$

$$\text{όπου } AB = \Delta x = r \Delta \lambda \cos \phi \Rightarrow \Delta x = 6,36 \times 10^3 \frac{10^\circ \pi}{180^\circ} \cos 60^\circ = 550 \text{ km}$$

Με τη βοήθεια της ανάλυσης κλίμακας, καθορίστε ποιες απλουστεύσεις μπορούν να γίνουν στις εξισώσεις της κίνησης για ένα σύστημα που χαρακτηρίζεται από τα εξής μεγέθη: $L=100\text{ km}$, $U=50\text{ m/s}$, $\Delta P=40\text{ hPa}$, $W=1\text{ m/s}$, $H=10\text{ km}$, $f=0.5 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$. Η τριβή και η καμπυλότητα της γης θεωρούνται αμελητέες. Ισχύει η γεωστροφική προσέγγιση;

$$\frac{du}{dt} \rightarrow \frac{U^2}{L} = \frac{50^2}{100 \times 10^3} = 25 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$F_{px} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \rightarrow \frac{\Delta P}{\rho L} = \frac{40 \times 10^2}{1 \times 100 \times 10^3} = 40 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$F_c = 2\omega \sin \varphi U \Rightarrow F_c = fU \rightarrow 0.5 \times 10^{-4} \times 50 = 25 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$f_W = 0.5 \times 10^{-4} \times 1 = 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

αφού $\frac{du}{dt} \sim F_{px}$ δεν ισχύει η γεωστροφική ισορροπία γιατί η επιτάχυνση είναι σημαντικός όρος.

$$\frac{dw}{dt} \rightarrow \frac{UW}{L} = \frac{50 \times 1}{100 \times 10^3} = 50 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$F_{pz} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \rightarrow \frac{\Delta P}{\rho H} = \frac{40 \times 10^2}{1 \times 10 \times 10^3} = 40 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$f_U = 0.5 \times 10^{-4} \times 50 = 25 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$g = 10 \text{ s}^{-1}$$

Άρα $F_{pz} \sim g$ ισχύει η υδροστατική ισορροπία